

CODIFICAÇÃO DE IMAGENS EM CORES USANDO A TRANSFORMADA SENO DISCRETA COM ROTAÇÃO DE EIXOS (DSTR)

Ana Patrícia Ferreira¹ e Evaldo Gonçalves Pelaes²

Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará
Caixa Postal 8619, CEP 66.075-900, Belém PA - Brasil

¹email: paty_ferreira@yahoo.com

²email: pelaes@ufpa.br

Sumário – Este artigo apresenta um método de codificação de imagens em cores, com reduzido efeito de blocos, usando a transformada seno discreta com rotação de eixos (DSTR). As componentes de crominância usam decimação e interpolação pela DSTR, integrando as vantagens da DSTR de reduzir o efeito de blocos quando usada na codificação de imagens e o bom desempenho obtido para interpolação de imagens. O método foi implementado usando quantização escalar (Laplaciana) de Lloid-Max com alocação fixa de bits. Os resultados são comparados com os obtidos para imagens codificadas com a transformada coseno discreta (DCT), com interpolações bilinear e cúbica. O método que utiliza a DSTR apresenta resultados superiores aos da DCT, para taxas de codificação acima de 3bpp.

Summary -This paper presents a method of color images coding, with low blocking effects using Discrete Sine Transform with Axis Rotation (DSTR). In this method, the chromatic components integrates the advantages of the DSTR of reducing the blocking effect when it is used in the images coding and the good acting obtained for images interpolation. The method was implemented using scalar quantization (Laplaciana) of Lloid-Max with fixed bit allocation. The results are compared with obtained them for images coding with Discrete Cosine Transform (DCT) and interpolations bilinear and cubic. The method that uses DSTR presents the better results them DCT, for rates above 3bpp.

I. INTRODUÇÃO

O processamento de imagens está relacionado à necessidade de melhorar a qualidade dos sinais oriundos de diferentes dispositivos, tais como scanners e câmeras analógicas e digitais. As técnicas de processamento digital de imagens, além de permitirem analisar uma cena nas várias regiões do espectro eletromagnético, também possibilitam a integração de vários tipos de dados, devidamente georeferenciados.

O processamento de Imagem em Cores depende de dois fatores importantes: análise automática de imagens (reconhecimento de padrões), onde a cor é um poderoso descritor das propriedades de um objeto, e análise de imagens com intervenção humana, ou seja, o olho humano pode discernir milhares de tonalidades e intensidades de cores comparados com apenas duas dúzias de tonalidades de cinza. O processamento de Imagem em Cores pode ser dividido em duas áreas principais:

- Processamento *Full Color*, onde as imagens são adquiridas através de sensores em cor;
- Processamento Pseudocolorização, processo pelo qual são atribuídas cores diferentes a distintas regiões de escala de cinza de uma imagem monocromática.

O padrão real para o processamento de Imagem em Cores depende principalmente de conseguir informações (dados) de acordo com o modelo de cores utilizado. Usualmente, os modelos de cores separam a intensidade da propriedade de cor (cromaticidade), os quais são úteis para análise do objeto e/ou de uma cena. O objetivo dos modelos de cores é permitir a especificação de cores em um formato padronizado e aceito por todos. Em geral, um modelo de cores é uma representação tridimensional na qual a cor é representada por um ponto no sistema de coordenadas 3-D. Em muitos sistemas de processamento de imagens as cores que representam cada nível de cinza são definidas por um conjunto numérico de valores de R (Red), G (Green), B (Blue) que são armazenadas numa tabela. A utilização de tabelas de cores em processamento de imagens tem muitas aplicações, entre elas diagnósticos médicos e interpretações de imagens de satélites.

Existem várias tabelas de cores e modelos de cores diferentes, neste trabalho utiliza-se o modelo YIQ usado no padrão NTSC de TV em cores, esse modelo e o modelo YUV são os mais utilizados no processamento *Full Color*, em ambos, decompõem-se a imagem em cores de tal maneira que a informação de luminância esteja contida em uma só componente, no caso do modelo YIQ a informação de luminância está contida somente na componente Y. A partir da decomposição da imagem em cores nas componentes adequadas, diversas técnicas existentes para imagens monocromáticas podem ser aplicadas com sucesso a Imagem em Cores.

Na compressão, por exemplo, utiliza-se frequentemente o modelo YIQ pois consegue-se mais informações de redundância. Se numa imagem ocorrer mudanças na luminosidade, no modelo YIQ as partes referentes à I e Q permanecem o mesmo enquanto a parte referente à Y irá variar.

Existem várias técnicas de codificação com a finalidade de se manter um dado grau de qualidade da imagem reconstruída. Em alguns casos procura-se melhorar a qualidade subjetiva da imagem desenvolvendo alguma técnica de codificação em que o alvo principal é a transformada, como é o caso da LOT (lapped orthogonal transform) que tem a característica de reduzir o efeito de bloqueamento [1, 2]. Outros

usam uma pré-filtragem ou pós-filtragem para reduzir o efeito de blocos. A transformada seno discreta com rotação de eixos (DSTr), apresentada por Pelaes [3, 4] possui uma característica de reduzir o efeito de bloqueamento nas imagens reconstruídas, tendo a vantagem de ser facilmente implementada, além apresentar um desempenho comparável a DCT e LOT. A DSTr é uma técnica que foi desenvolvida inicialmente com a finalidade de se fazer interpolação de sinais unidimensionais[5]. Posteriormente foi feita uma extensão bidimensional da DSTr para se fazer interpolação de imagens [6], mostrando-se bastante eficiente. Neste artigo serão integradas as duas técnicas que utilizam a DSTr, isto é, a interpolação e codificação de imagens em cor, com o objetivo de melhorar a qualidade subjetiva da imagem reconstruídas, com a vantagem adicional de se usar o mesmo algoritmo para codificar e interpolar uma imagem.

II. CODIFICAÇÃO DE IMAGENS EM CORES

Uma imagem em cores pode ser vista como três imagens monocromáticas $f_R(n_1, n_2)$, $f_G(n_1, n_2)$, e $f_B(n_1, n_2)$, representando as componentes vermelho, verde e azul. Cada uma dessas três componentes podem ser consideradas como uma imagem monocromática, e utiliza-se métodos de codificação diretamente sobre elas.

As três componentes $f_R(n_1, n_2)$, $f_G(n_1, n_2)$, e $f_B(n_1, n_2)$ são correlacionadas mutuamente, e a codificação de cada uma separadamente não é muito eficiente. Existe uma relação que transforma as três componentes RGB em outras três componentes sem correlação no padrão YIQ. Essas três componentes são $f_Y(n_1, n_2)$, $f_I(n_1, n_2)$, e $f_Q(n_1, n_2)$, onde $f_Y(n_1, n_2)$ representa a componente de luminância que é a principal responsável pelo brilho de uma imagem em cores, e pode ser usada como uma imagem preto-branco[10]. As componentes $f_I(n_1, n_2)$ e $f_Q(n_1, n_2)$ representam a crominância e são responsáveis pela percepção da cor e saturação de uma imagem em cores.

A transformação linear das componentes R, G, B em componentes Y, I, Q é dada por [10]:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.274 & -0.322 \\ 0.211 & -0.523 & 0.312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \quad (1)$$

Esta aproximação transforma as componentes R, G, B em componentes Y, I, Q, que serão usadas na codificação da imagem em cores. A figura 1 mostra a imagem original Pahka (512x512) e as componentes YIQ:

Uma vantagem da codificação das componentes Y, I, Q ao invés das componentes R, G, B é que as componentes de mais alta frequência de uma imagem em cores estão concentradas na componente Y. Embora, as componentes de crominância I e Q possam ser subamostradas por um fator de 2x2 a 4x4 em codificação da forma de onda, isto afeta seriamente as altas frequências que representam os detalhes de uma imagem em cores[10]. Na codificação por transformada, o menor número de coeficientes serão codificados pelas componentes I e Q. Tipicamente, o número total de bits fixados

para ambas as componentes I e Q são aproximadamente a metade do número de bits usados para codificar a componente Y[10], adicionando cor não fará aumentar a taxa de bits por um fator de três. Pode-se perceber que as componentes I e Q trazem menos informações sobre a imagem que a componente (Y), por isso que em algumas técnicas de compactação de imagens utiliza-se totalmente a componente Y e apenas um quarto das componentes de cromaticidade, ou seja, para cada quatro pixels da componente Y, é utilizado apenas um de I e outro de Q. Com esse processo, já se obtém uma redução de 50% da memória necessária para se armazenar uma imagem em cores, sem perdas significativas de sua qualidade. A visualização da imagem reconstruída tende a ocultar as degradações na imagem. Uma imagem em cores codificada a uma dada taxa de bit é considerada bem melhor que em uma imagem preto e branca, obtida somente pela codificação da componente Y da mesma imagem em cores na mesma taxa total de bits.



Figura 1. Imagem original e as componentes de luminância (Y) e de crominância (I e Q).

III. TRANSFORMADA SENOS DISCRETA COM ROTAÇÃO DE EIXOS (DSTR).

A transformada seno discreta com rotação de eixos bidimensional (DSTr), pode ser implementada da maneira apresentada a seguir.

Para uma seqüência bidimensional, os procedimentos de rotação de eixos podem ser aplicados inicialmente sobre as linhas e colunas da imagem, acrescidos de alguns procedimentos adicionais que serão descritos a seguir.

- Dada uma seqüência bidimensional $x[m, n]$, de tamanho $N \times N$, deve-se dividi-la em blocos de tamanho $M \times M$, $M \ll N$.
- Toma-se um bloco de tamanho $(M+1) \times (M+1)$, de modo que a última linha e a última coluna do bloco correspondam, respectivamente, à primeira linha e primeira coluna de blocos adjacentes. Aplica-se então, os procedimentos de pré-rotação de eixos em cada linha e em cada coluna do bloco [3, 4].

- Aplica-se o procedimento de pré-rotação de eixos na primeira linha e na primeira coluna do bloco original, substituindo a primeira linha e primeira coluna do bloco obtido no item anterior pelas obtidas nesse ítem.
- Descarta-se a última linha e a última coluna do bloco, para obter um bloco de tamanho $M \times M$.
- Repet-se o procedimento para os demais blocos da seqüência bidimensional $x[m,n]$, e considera-se que a seqüência $x[m,n]$ é periódica quando se tratar de blocos que fazem limites com a última linha ou última coluna.

Após o procedimento de pré-rotação a transformada seno discreta (DST) é aplicada em cada bloco. Inicialmente a transformada seno discreta unidimensional é aplicada sobre a primeira linha e a primeira coluna do respectivo bloco, enquanto que no restante do bloco, no sub-bloco de tamanho $(M-1) \times (M-1)$, é aplicada a transformada seno discreta bidimensional. Após a aplicação da DST, o elemento referente a primeira linha e primeira coluna, de cada bloco transformado continuará com o valor original, pois ele será armazenado ou transmitido nessa forma, para ser utilizada no procedimento de pós rotação, quando a imagem for reconstruída, após a aplicação da transformada seno discreta inversa. Deve-se observar que o comprimento das funções bases são menores que o comprimento do bloco, sendo igual ao comprimento do bloco menos um, por exemplo, para blocos de tamanho 8, a transformada seno discreta tem comprimento igual a 7.

Outro ponto que deve ser observado é que, quando o procedimento de pré-rotação é aplicado sobre uma imagem, uma vez que a pré-rotação é feita utilizando blocos de tamanho $(M+1) \times (M+1)$, e o tamanho da imagem é em geral múltiplo de M , deve-se considerar a imagem como se fosse periódica, de modo que a amostra de ordem $(M+1)$ de uma linha (ou coluna) do último bloco, corresponde à primeira amostra da correspondente linha (ou coluna) do primeiro bloco. Procedendo-se dessa forma, somente uma amostra em cada bloco permanecerá com o seu valor original, e em todos os blocos serão igualmente aplicada a DST. A figura 2 mostra um bloco de tamanho 8×8 , obtido pela pré-rotação, sobre o qual é aplicada a transformada seno discreta (DST).

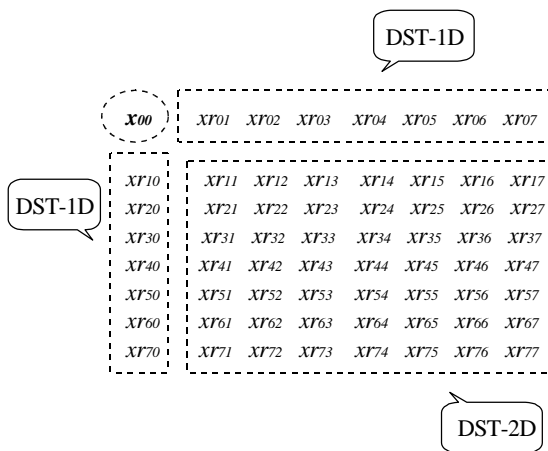


Figura 2. Aplicação da transformada seno discreta sobre um bloco rotacionado.

IV. UMA COMPARAÇÃO DA DSTr COM A LOT

A transformada seno discreta com rotação de eixos tem uma característica semelhante a LOT, de reduzir o efeito de bloco na imagem reconstruída. No entanto, a diferença está em primeiro lugar no comprimento das funções bases pois a LOT, devido ao fato de usar o princípio da superposição, usa funções bases de comprimento $2M$ para codificar blocos de tamanho M , enquanto a DSTr usa blocos de tamanho $M-1$ para codificar blocos de tamanho M . Isso reduz consideravelmente o número de operações realizadas. O quadro a seguinte mostra o número de operações necessárias para obter calcular a DCT, LOT [1] e a DSTr de um bloco de tamanho $M = 8$, usando um fast algoritmo. Do total de 60 operações para se obter a DSTr, 8 multiplicações e 14 somas são utilizadas para realizar o procedimento de pré-rotação.

Transformadas	Multiplicações	Adições	Total
DCT	13	29	42
LOT	22	54	76
DSTr	22	38	60

IV. CODIFICAÇÃO DE IMAGENS USANDO DECIMAÇÃO E INTERPOLAÇÃO PELA DSTr

A interpolação de imagens usando a transformada seno discreta com rotação de eixo (DSTr), se mostrou bastante eficiente, principalmente quando cresce a taxa de amostragem da imagem [7]. O método consiste em se fazer inicialmente a decimação da imagem original, por uma taxa de 4:1, isto é, para cada quatro amostras somente uma será mantida. Dessa forma, uma imagem de tamanho $M \times N$ será decimada para se obter uma versão da imagem de tamanho $(M/2) \times (N/2)$, de modo que apenas um quarto do total de pixels da imagem permanecerão. A imagem decimada é então codificada com uma taxa igual a quatro vezes a taxa de codificação desejada, por exemplo, se a taxa de codificação desejada é de 0,5 bpp, a imagem decimada deverá ser codificada com uma taxa de 2 bpp, de modo que quantidade de dados armazenados ou transmitidos são equivalentes. Essa imagem codificada é então reconstituída e interpolada para se obter a imagem com o tamanho original com $M \times N$ pixels. Tanto a codificação como a interpolação são feitas usando a transformada seno discreta com rotação de eixos (DSTr). A figura 3 mostra o diagrama de blocos do método de interpolação e codificação proposto. O procedimento de decimação é realizado passando-se inicialmente a imagem original por um filtro FIR (“anti-aliasing”) de ordem 40, seguido-se a redução da taxa de amostragem. A interpolação é feita usando-se a DSTr, de maneiras que se usa a mesma transformada para codificar e interpolar a imagem que está sendo processada. Essa combinação de codificação com interpolação deve-se ao fato da DSTr apresentar um reduzido efeito de bloqueamento quando é usada na codificação de imagens e o bom desempenho da DSTr apresentado quando é usada para interpolar imagens[7], pois nesse caso também não apresentou efeito de bloqueamento quando foi usada na interpolação de imagens por blocos. Portanto a grande vantagem deste método é de se usar o mesmo algoritmo para codificação e interpolação de imagens.

Este método foi aplicado à imagens monocromáticas e apresentou um ótimo resultado para imagens codificadas com baixas taxas [11]. Em vista disso, este método de decimação e interpolação de imagem está sendo aplicado sobre as componentes de crominância com o objetivo de se melhorar o desempenho da imagem reconstituída.

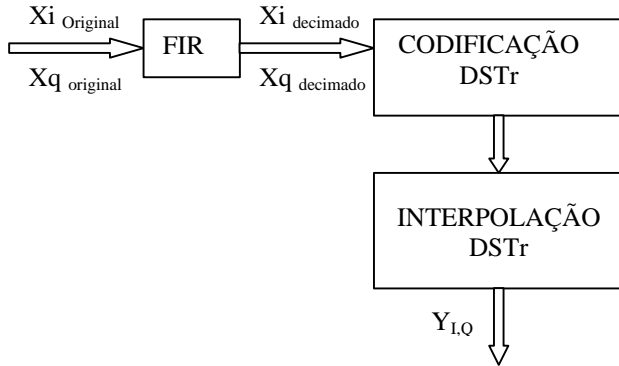


Figura 3. Diagrama de blocos de método codificação de imagem usando decimação e interpolação.

V. RESULTADOS OBTIDOS

Para ilustrar a aplicação da transformada seno discreta com rotação de eixos para codificação de imagem em cores foram usadas as imagens Lena colorida (RGB) de tamanho 256x256 e a imagem Pahlka (RGB), de tamanho 512x512. As imagens originais RGB foram inicialmente convertidas para imagens do tipo YIQ (NTSC) e as componentes de crominância I e Q foram decimadas, usando um filtro FIR anti-aliasing de ordem 40, obtendo-se uma versão das imagens de crominância de tamanho 128x128. A componente de luminância permaneceu inalterada. Em seguida foi feita a codificação dessas componentes. Escolhendo-se uma dada taxa tx , as três componentes foram codificadas com as seguintes taxa: A componente de luminância foi codificada com uma taxa $2.tx$ e as componentes de crominância com taxa de tx . Como essas componentes estão decimadas por um fator de 1:4, essa taxa corresponde a uma taxa real de $tx/4$, portanto a taxa final de codificação é dada por:

$$Taxa = \frac{2tx + 0,25tx + 0,25tx}{3} = \frac{2,5tx}{3} \quad (2)$$

Após a codificação as componentes de crominância são interpoladas usando a DSTr [11].

A imagem Lena256 RGB foi codificada com taxas que variam de 0,5 a 8,0 bpp, com intervalos de 0,5 bpp, usando-se a DSTr, com blocos de tamanho 8x8 e quantização laplaciana de Lloid-Max[9], com alocação de bits fixa. Para se fazer uma comparação o mesmo procedimento foi feito para a DCT, isto é, as componentes de crominância decimadas e a componente de luminância foram codificadas com DCT. Após a

codificação, as componentes de crominância foram interpoladas usando-se interpolação bilinear e cúbica, com blocos de tamanho 8x8 e quantização escalar laplaciana com alocação fixa de bits. A relação sinal ruído (SNR) e a relação sinal ruído de pico (PSNR) entre a imagem original e a reconstituída foram calculadas para cada método de codificação e estão mostradas na Tabela I para a imagem Lena 256, e a Tabela II mostra os resultados obtidos para a imagem Pahlka (512x512), para a DCT e DSTr.

A figura 4 apresenta os gráficos para a relação sinal ruído de pico (PSNR) entre a imagem original Lena256, codificada para taxas de 0,5 a 8,0 bpp., usando DCT e DSTr com decimação e interpolação, com quantização laplaciana de Lloid-Max. Pode-se observar pelos gráficos que a DSTr apresentou um desempenho superior a DCT, para taxas acima de 2.0 bpp.

A figura 5 apresenta os gráficos para a relação sinal ruído de pico (PSNR) entre a imagem original Pahlka512, codificada para taxas de 0,5 a 8,0 bpp., usando DCT e DSTr com decimação e interpolação, com quantização laplaciana de Lloid-Max. Neste caso a DSTr apresentou um desempenho superior a DCT, para taxas acima de 2.5 bpp.

A figura 6 mostra a imagem Lena256 original. A figura 7 mostra um detalhe da imagem codificada com DCT e taxa de 0.6 bpp, usando decimação e interpolação bilinear. A figura 8 mostra um detalhe da imagem codificada e interpolada com DSTr a uma taxa de 0.6 bpp. Em ambos os casos, foi usada a quantização escalar fixa de Lloid-Max[9], com distribuição laplaciana. Pode-se observar pelos detalhes apresentados que a imagem codificada com DSTr apresenta um reduzido efeito de bloqueamento, quando comparado com a imagem codificada com DCT, onde o efeito de bloco torna-se mais aparente. Essa é uma das principais características da DSTr, quando é usada na codificação de imagens. Em ambos os casos não foi usada a codificação de entropia. Os coeficientes transformados foram quantizados de acordo com uma tabela de alocação de bits, determinada pela regra da log-variância [1,10]

TABELA 1. PSNR entre a imagem Lena (256x256) original e codificada usando DCT e DSTr com decimação e interpolação com taxas de 0.5 à 8.0 bpp e quantização laplaciana.

Taxa	DCT-Bilinear	DCT -Cúbica	DSTR
0.5	30.6011	30.6103	29.9039
1.0	34.6714	34.7162	33.9316
1.5	38.7617	38.9063	38.4517
2.0	41.3462	41.6370	41.9061
2.5	42.6227	43.0218	43.7945
3.0	43.1456	43.6054	44.5569
3.5	43.3110	43.7957	44.8508
4.0	43.3900	43.8855	44.9937
4.5	43.4264	43.9295	45.0396
5.0	43.4469	43.9556	45.0645
5.5	43.4644	43.9741	45.0754
6.0	43.4724	43.9833	45.0805
6.5	43.4790	43.9908	45.0831
7.0	43.4817	43.9939	45.0836
7.5	43.4824	43.9946	45.0839
8.0	43.4824	43.9947	45.0839

TABELA 2. PSNR entre a imagem Panka512 original e codificada usando DCT e DSTR com decimação e interpolação com taxas de 0.5 à 8.0 bpp e quantização laplaciana.

Taxa	DCT-Bilinear	DCT -Cúbica	DSTR
0.5	35.6923	35.6989	35.4208
1.0	39.9755	40.0042	39.8941
1.5	42.7479	42.8146	43.5796
2.0	43.9714	44.0696	45.7281
2.5	44.3570	44.4699	46.5868
3.0	44.4618	44.5790	46.8189
3.5	44.5084	44.6256	46.9199
4.0	44.5239	44.6410	46.9702
4.5	44.5335	44.6506	46.9936
5.0	44.5390	44.6557	47.0111
5.5	44.5411	44.6574	47.0166
6.0	44.5418	44.6583	47.0204
6.5	44.5419	44.6585	47.0236
7.0	44.5420	44.6585	47.0246
7.5	44.5420	44.6585	47.0248
8.0	44.5420	44.6585	47.0249

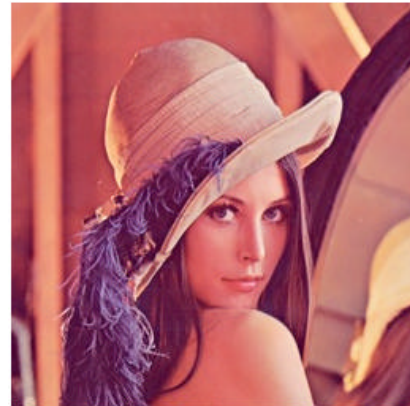


Figura 6. Imagem Original

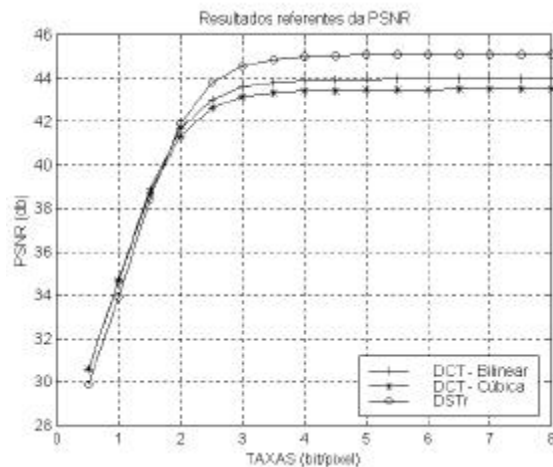


Figura 4. Gráfico para PSNR entre a imagem Lena (256x256) original e codificada, para taxas de 0,5 a 8,0 bpp para DCT e DSTR com decimação e interpolação e quantização laplaciana.

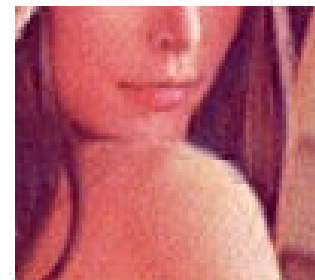


Figura 7. Imagem codificada usando decimação e interpolação por DCT à uma taxa de 0.6 bpp.

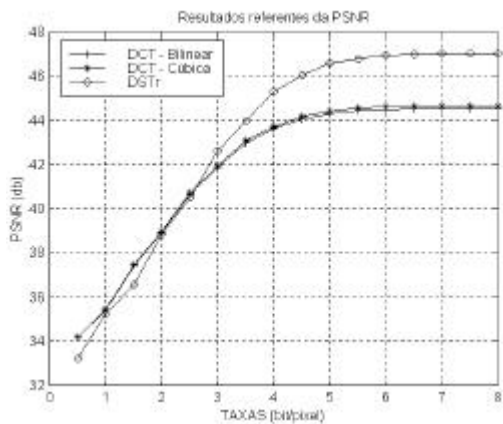


Figura 5. Gráfico para PSNR entre a imagem Panka512 original e codificada, para DCT e DSTR com decimação e interpolação, quantização laplaciana e taxas de 0,5 a 8,0 bpp.

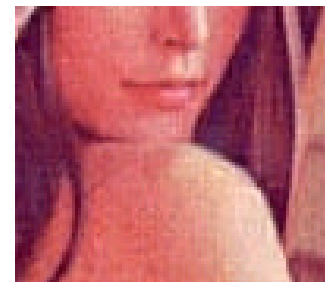


Figura 8. Imagem codificada usando decimação e interpolação por DSTR à taxa 0.6 bpp.

VI. CONCLUSÃO

Foi apresentado neste trabalho um método de codificação de imagens em cores, no qual as componentes de crominância fazem a associação da codificação com interpolação de imagens usando a transformada seno discreta com rotação de eixo (DSTr). Esse método combina as vantagens da DSTr de apresentar um reduzido efeito de blocos quando usada na codificação de imagens com o bom desempenho apresentado na interpolação de imagens. O método foi aplicado nas imagens Lena (RGB) de tamanho 256x256 e Pahlka de tamanho 512x512. As imagens foram codificadas com taxas que variam de 0,5 a 8,0 bpp, e os resultados comparados com a mesma imagem codificada por DCT, usando interpolação bilinear e cúbica para as componentes de crominância. A DSTr apresentou um desempenho superior a DCT, para taxas superiores a 2,0 bpp, além de apresentar uma redução no efeito de blocos visíveis na imagem reconstituída.

REFERÊNCIAS

1. Malvar, H. S., "Signal Processing with Lapped Transform", Artech House, 1992.
2. Malvar, H. S. and D. H. Staelin "The LOT: Transform Coding Without Blocking Effect", IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 37, April 1989.
3. Pelaes, E. G. e Yuzo Iano, "Image coding with low Blocking Effects Using Discrete Sine with Axis Rotation", Proc. of XV International Telecommunication Symposium - ITS98, São Paulo - SP, Brazil, August 1998.

4. Pelaes, E. G., and Yuzo Iano, "Image Coding Using Discrete Sine Transform with Axis Rotation", IEEE Transactions on Consumer Electronics, nov. 1998.
5. Araújo, A. M. L. and A.M. Faria Jr., "Interpolação pela Transformada Discreta em Seno com pré e pós- Rotação", XIV SBT, Curitiba - PR, set. 1996
6. Pelaes, E. G., Yuzo Iano e A. M. L. Araújo, "Interpolação de Imagens por Transformadas com Eliminação de Extrapolações e Reduzido Efeito de Bloqueamento", Anais do XV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Recife-PE set. 1997.
7. Pelaes, E. G., "Transformada Seno Discreta com Rotação de Eixos Bidimensional (DSTr-2D): Aplicações na Codificação e Interpolação de Imagens para Redução de Efeito de Blocos" Tese de Doutorado, UNICAMP, 1988.
8. Rao, K. R., and P. Yip, "Discrete Cosine Transform", Academic Press, inc, 1990.
9. Max, Joel, "Quantizing for Minimum Distortion", IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-6, pp. Mar. 1960.
10. Lim, Jae S., "Two-Dimensional Signal Processing and Image Processing", Prentice-Hall, 1990
11. Pelaes, E. G. e Yuzo Iano "Codificação de Imagens usando Decimação e Interpolação pela Transformada Seno Discreta com Rotação de eixos", Anais do XVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Velha-ES, set. 1999.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho obteve a colaboração das seguintes entidades: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Universidade Federal do Pará(UFPA).