

CODIFICAÇÃO WAVELET APLICADA A SISTEMAS COM DIVERSIDADE ESPACIAL SOBRE CANAIS SUJEITOS AO DESVANECIMENTO RAYLEIGH

GUSTAVO M. FERREIRA WASLON TERLLIZZIE A. LOPES FRANCISCO M. ASSIS

Laboratório de Comunicações

Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Federal da Paraíba – UFPB
58.109-970 - Campina Grande, PB, Brasil Phone: +55 83 3101410 Fax: +55 83 3101418
{gmaciell,waslon,fmarcos}@dee.ufpb.br

RESUMO

Em canais de comunicação móvel, a propagação do sinal por multipercursos degrada fortemente a qualidade do sinal. Esquemas de codificação combinados com diversidade são usados para tornar mais robustos os sinais sob os efeitos do desvanecimento. Neste trabalho é avaliado o desempenho da codificação de canal bit-a-bit usando matrizes de coeficientes wavelets integrada com esquemas de diversidade espacial. Os resultados de simulação apresentados mostram um bom desempenho em canais sujeitos ao desvanecimento, considerando que o receptor tem perfeito conhecimento sobre o estado do canal.

1. INTRODUÇÃO

ORÁPIDO crescimento da comunicação sem fio requer um aumento na capacidade e melhoria no desempenho dos sistemas de transmissão [1], [2]. Entretanto, canais de comunicação móvel apresentam o efeito destrutivo dos multi-percursos na propagação do sinal. Tal efeito pode alterar de maneira significativa a amplitude do sinal, mesmo para uma pequena variação na distância ou orientação entre o transmissor e o receptor. Assim, quando o desvanecimento pode comprometer a qualidade da transmissão, o uso de códigos combinados com esquemas de transmissão com diversidade é usualmente necessário [3]. A diversidade é caracterizada pelo fornecimento de réplicas do sinal transmitido ao receptor, dentre elas podem ser citadas: diversidade temporal, diversidade em frequência e diversidade espacial.

Em [4], os autores apresentam uma técnica de codificação de canal bit-a-bit que utiliza as linhas de uma matriz de coeficientes wavelets (MCW) para codificar bits de informação. A codificação é baseada nas propriedades de ortogonalidade entre as linhas das MCW, denominadas de palavras-código, que mantêm-se ortogonais quando deslocadas e adicionadas. Os principais benefícios da técnica são a simplicidade do processo de decodificação e os ganhos, medidos em termos da probabilidade de erro de bit, que podem ser obtidos em canais sujeitos ao desvanecimento.

Diversidade espacial pode ser obtida através de esquemas que usam várias antenas transmissoras na estação base [5], [6]. Nestes esquemas, pode-se transmitir simultaneamente por todas as antenas ou, caso o transmissor tenha

informação sobre o canal, o sinal pode ser chaveado para a antena que apresenta a melhor razão sinal-ruído. Nos esquemas considerados neste artigo, as L antenas transmitem simultaneamente de maneira independente.

Em [3], os sinais de uma constelação, interpretados como vetores de dimensão m , são rotacionados através da multiplicação da constelação por uma matriz de rotação. A idéia-chave que motivou este trabalho é a semelhança existente entre as matrizes de coeficientes wavelets e as matrizes de rotação utilizadas em [3], no sentido em que ambas são formadas por linhas que são ortogonais entre si. Portanto, neste artigo é proposta uma integração entre a potencialidade da codificação com matrizes wavelets e técnicas de diversidade espacial.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma: na Seção 2 são definidas as matrizes de coeficientes wavelets de ordem m e apresentadas suas propriedades importantes para a codificação com wavelets. As Seções 3 e 4 apresentam o processo de codificação e decodificação usando wavelets, respectivamente. A Seção 5 introduz um esquema de codificação com wavelets integrada com diversidade espacial. Nas Seções 6 e 7 são apresentados o modelo do canal considerado e os resultados das simulações. Finalmente, na Seção 8, são feitas as conclusões.

2. MATRIZES DE COEFICIENTES WAVELETS

Como apresentado em [4], [7], [8], uma matriz de coeficientes wavelets (MCW) de ordem m e gênero g é uma matriz $A_{m \times mg}$ definida por

$$A = \begin{pmatrix} b_0^0 & \dots & b_{mg-1}^0 \\ b_0^1 & \dots & b_{mg-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ b_0^{m-1} & \dots & b_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

em que os elementos são números complexos. Quando os elementos de uma MCW são números reais normalizados em ± 1 , a matriz é denominada de MCW real plana, cujos elementos satisfazem às condições de escalonamento das wavelets

$$\sum_k b_k^j = m\sqrt{g}\delta_{0,j} \quad (2)$$

$$\sum_k b_{k+ml}^j b_{k+m'l'}^{j'} = mg\delta_{j,j'}\delta_{l,l'} \quad (3)$$

em que $\delta_{j,j'}$ é o delta de Kronecker.

Em particular, dada uma matriz de coeficientes wavelets, os vetores b^0 e b^s , $s > 0$, são, respectivamente, o vetor escalonamento e os vetores wavelets, ou seja, os coeficientes do filtro passa-baixa e dos filtros passa-alta de um banco de filtros de m bandas. A matriz MCW real mais simples (de ordem $m = 2$ e gênero $g = 2$) é matriz de Haar dada por

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Matrizes MCW reais de ordens maiores e gênero 1 são também conhecidas como matrizes de Hadamard ou matrizes de Walsh. O produto tensorial entre matrizes de Haar resulta em matrizes wavelets reais planas de maior ordem. Em [8] é apresentada uma operação de extensão que possibilita a construção de matrizes de maior gênero a partir de matrizes wavelets de menor gênero.

Apesar do algoritmo de codificação apresentado em [4] poder ser implementado utilizando-se qualquer MCW, neste artigo serão utilizadas apenas matrizes reais planas.

A Eq. 3 é a propriedade fundamental das MCW que torna possível a codificação de canal usando wavelets. Esta condição assegura que as linhas de uma matriz MCW de ordem m são mutuamente ortogonais quando deslocadas de km , sendo k inteiro e $k \geq 0$. Também estabelece que cada linha é ortogonal a si mesma, deslocada de km , para $k > 0$ e k inteiro. Esta ortogonalidade permite a sobreposição e adição das linhas de uma matriz MCW.

3. CODIFICAÇÃO DE CANAL USANDO WAVELETS

No processo de codificação bit-a-bit, cada bit de informação é mapeado em uma linha da MCW usada. A construção de uma matriz de codificação de ordem m é realizada de modo que suas linhas são mutuamente ortogonais quando deslocadas de km , k inteiro e $k \geq 0$. E mais, cada linha é ortogonal a si mesma, quando deslocada de km , k inteiro e $k > 0$. Dessa forma, as palavras-código wavelets podem ser somadas e sobrepostas, sem perder a ortogonalidade necessária na decodificação.

TABELA I
EXEMPLO DE CODIFICAÇÃO WAVELET

1	2	3	4	...	$2g$	$2g + 1$...
$x_1 a_0^0$	$x_1 a_1^0$	$x_1 a_2^0$	$x_1 a_3^0$...	$x_1 a_{2g-1}^0$
$x_2 a_0^1$	$x_2 a_1^1$	$x_2 a_2^1$	$x_2 a_3^1$...	$x_1 a_{2g-1}^1$
		$x_3 a_0^0$	$x_3 a_1^0$...	$x_3 a_{2g-3}^0$	$x_3 a_{2g-2}^0$...
		$x_4 a_0^1$	$x_4 a_1^1$...	$x_4 a_{2g-3}^1$	$x_4 a_{2g-2}^1$...
			
y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_{2g}	y_{2g+1}	...

Para ilustrar o processo de codificação, considere um vetor \mathbf{x}_n com n bits de informação gerados pela fonte, em que cada x_i pertence ao conjunto discreto $\{-1, +1\}$ e uma MCW real plana de ordem $m = 2$ e gênero g . A seqüência de pulsos de relógio e o símbolo codificado \mathbf{y}_n são apresentados, respectivamente, nas linhas inferior e superior da Tabela I. A codificação de cada bit de informação x_i é apresentada

na i -ésima linha abaixo da linha superior da Tabela I. Para n ímpar, a codificação é iniciada no i -ésimo pulso de relógio e para n par, inicia-se no $(i - 1)$ -ésimo pulso de relógio. Finalmente, o símbolo codificado y_n é resultado do somatório da i -ésima coluna dos bits de mensagem codificada e, portanto, não restrito aos valores ± 1 . Logo, o símbolo a ser transmitido no i -ésimo pulso de relógio é dado por

$$y_i = \sum_k x_{2k+1} b_{i-2k-1}^0 + x_{2k+2} b_{i-2k-1}^1. \quad (5)$$

Generalizando, para uma MCW real plana de dimensão $m \times mg$, os $mg + 1$ possíveis símbolos codificados são

$$y_i \in \{-mg, \dots, -2k, \dots, 0, \dots, 2k, \dots, mg\}. \quad (6)$$

Considerando que os bits de informação são equiprováveis, os símbolos codificados são binomialmente distribuídos de acordo com a função densidade de probabilidade

$$\Pr(y_i = 2k - mg) = \binom{mg}{k} 0,5^{mg}, \quad 0 \leq 2k \leq mg. \quad (7)$$

4. DECODIFICADOR

Os bits da seqüência de mensagem são recuperados a partir da seqüência de símbolos transmitidos por um correlator casado através da ortogonalidade entre os vetores linha da matriz wavelet. Um bit de informação x_i é identificado pelo sinal da saída da correlação entre a palavra-código wavelet e a seqüência símbolo recebida. De acordo com o exemplo de geração dos símbolos codificados apresentada na seção anterior, a saída do correlator casada com a palavra-código wavelet b_n^0 no instante de tempo i pode ser expressa por

$$z_i = \sum_{k=0}^{mg-1} y_{i-k} b_{(mg-1)-k}^0 \quad (8)$$

De acordo com a Tabela I é obtido

$$z_i = \sum_k \{(x_{i-(mg-1)} b_k^0) b_k^0 + (x_{i-(mg-2)} b_k^1) b_k^0 + (x_{i-(mg-3)} b_{k+2}^0) b_k^0 + \dots + (x_i b_{k+(mg-3)}^1) b_k^0\}. \quad (9)$$

Como a Eq. 3 garante que as palavras-código wavelets são ortogonais deslocadas de m , todos os termos da Eq. 9 se cancelam, exceto o primeiro. Assim, obtém-se

$$z_i = \sum_{k=0}^{mg-1} x_{i-k} b_k^0 b_k^0 = mg x_{i-(mg-1)} \quad (10)$$

e o símbolo decodificado será -1 se $z_i = -mg$, ou, $+1$ se $z_i = +mg$.

A correlação do vetor de símbolos codificados \mathbf{y}_n com o vetor escalonamento b^0 resultará na decodificação dos bits da mensagem com número de seqüência ímpar e a correlação dos símbolos codificados com o vetor wavelet b^1 resultará na decodificação dos bits da mensagem com número de seqüência par.

O atraso total do código é $mg - 1$. Assim, o uso de palavras-código longas resulta em um aumento no tempo

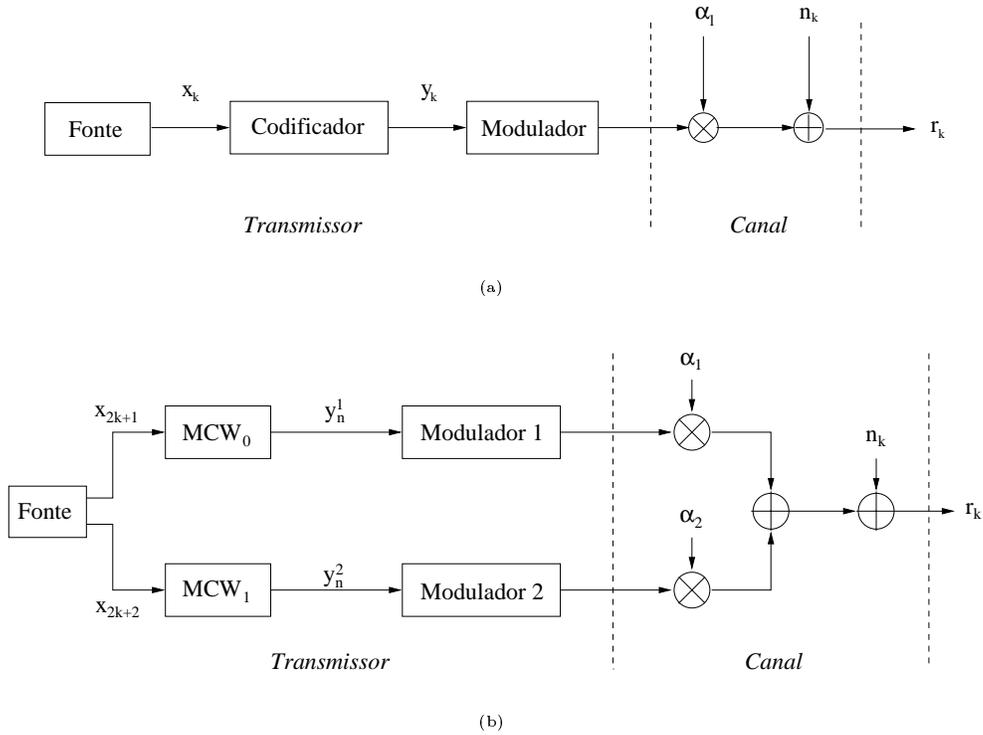


Fig. 1 - (a) Sistema de comunicações com desvanecimento lento e não-seletivo em frequência. (b) Sistema de transmissão com diversidade e codificações por wavelets. O bloco MCW_0 representa a filtragem passa-baixa e o bloco MCW_1 a filtragem passa-alta.

de atraso. No entanto, o atraso ocorre apenas na decodificação do primeiro bit; em seguida, m símbolos entrando no decodificador produzirão m bits.

No processo de decodificação são necessários mg correlatores. Contudo, a simplicidade da decodificação justifica o uso desse método de codificação em comparação, por exemplo, com códigos em treliça e códigos convolucionais que requerem esquemas de decodificação mais complexos ou que necessitem de mais memória.

5. CODIFICAÇÃO WAVELET COM DIVERSIDADE ESPACIAL

A Fig. 1(a) mostra o sistema de codificação com wavelets proposto em [4]. Neste esquema, a fonte gera n bits de informação \mathbf{x}_n que são codificados usando MCW de dimensão $m \times mg$. Os símbolos codificados são mapeados em constelações $(mg + 1)$ -PSK multinível e transmitidos. No receptor, o sinal é demodulado e decodificado como descrito na Seção 4.

Em [6], é avaliado o desempenho de um sistema de transmissão em que os sinais são multiplexados em frequência, após passar por um banco com M filtros passa-faixa, e transmitidos por M antenas. Tal sistema pode ser implementado através da codificação com MCW de dimensão $m \times mg$, pois cada linha da matriz representa os coeficientes dos filtros de um banco com m bandas. Em outras palavras, o vetor linha b^0 , formado pelos coeficientes da função escalonamento, se

comporta como um filtro passa-baixa e os vetores b^s , $s > 0$, formados pelos coeficientes das funções wavelets, se comportam como filtros passa-alta.

Na Fig. 1(b) é apresentado o sistema aqui proposto que integra a codificação com wavelets com diversidade espacial. Por simplicidade, considere o processo de codificação descrito na Seção 3, para uma matriz de ordem $m = 2$ e gênero g . Separando a Eq. 5 em dois somatórios

$$y_i^1 = \sum_k x_{2k+1} b_{i-2k-1}^0, \quad (11a)$$

$$y_i^2 = \sum_k x_{2k+2} b_{i-2k-1}^1, \quad (11b)$$

os bits de informação gerados nos intervalos pares são codificados através da multiplicação pelos coeficientes do filtro passa-baixa e aqueles gerados nos intervalos ímpares são codificados através da multiplicação pelos coeficientes do filtro passa-alta.

Generalizando, dada uma MCW real plana $m \times mg$, um símbolo codificado é formado a partir do somatório de m parcelas. Por exemplo, as Eq. 11a e 11b, para $m = 2$. Dessa forma, cada uma das m parcelas pode ser modulada e transmitida por uma antena diferente. Os $g + 1$ valores possíveis de cada parcela são

$$y_i^j \in \{-g, \dots, -2k, \dots, 0, \dots, 2k, \dots, g\}. \quad (12)$$

Considerando ainda os bits de informação equiprováveis, os símbolos codificados y_i^j resultantes de cada somatório, terão a seguinte distribuição de probabilidade binomial

$$\Pr(y_i^j = 2k - g) = \binom{g}{k} 0,5^g, \quad 0 \leq 2k \leq g. \quad (13)$$

No esquema de codificação com diversidade, os símbolos codificados y_i^j são mapeados em constelações M-PSK multinível de energia média total unitária, sendo cada um transmitido, simultaneamente por uma das L antenas. As constelações foram construídas levando-se em consideração as probabilidades de ocorrência dos símbolos codificados descritas pela Eq. 13 e a maximização da distância euclidiana entre os pontos da mesmas. Para sistemas de modulação PSK, a utilização de MCW de grande dimensão resulta em aglomeração dos pontos da constelação e, conseqüentemente, em degradação do desempenho. Assim, levando em consideração as Eq. 7 e 13, os símbolos com pequena probabilidade de ocorrência podem ser truncados.

No receptor, as estimativas dos sinais transmitidos por cada antena são somados e decodificados de acordo com o processo descrito na Seção 4.

6. O MODELO DO CANAL

No modelo do canal de comunicação proposto em [5] considera-se a estação base equipada com L antenas transmissoras, e a estação móvel equipada com uma antena. O sinal recebido em banda básica é dado por

$$r(t) = \sum_{i=1}^L \alpha_i m_i s(t) + n(t). \quad (14)$$

O sinal da i -ésima antena transmissora é um sinal M-PSK multi-nível, em que m_i é a amplitude do sinal, $s(t)$ é um pulso limitado em banda, o fator multiplicativo α_i é a amplitude do desvanecimento Rayleigh do percurso i , $n(t)$ é o ruído gaussiano branco complexo com média zero e densidade espectral de potência $N_o/2$ por dimensão. Considera-se que a amplitude do desvanecimento de um dado percurso é constante sobre um intervalo de sinalização T_s e que o receptor usa detecção coerente. Os sinais $s_i(t)$ e $s_j(t)$, $i \neq j$ são transmitidos em frequências ortogonais e a maior parte da energia de $s_i(t)$, $1 \leq i \leq L$, está contida em T_s .

As amplitudes do desvanecimento α_i são independentes e identicamente distribuídas, com função densidade de probabilidade Rayleigh dada por

$$f_A(\alpha) = \frac{2\alpha}{\sigma_R^2} e^{-\alpha^2/\sigma_R^2}, \quad \alpha \geq 0. \quad (15)$$

É considerado que as antenas transmissoras estão suficientemente espaçadas umas das outras, o que é razoável de se supor quando o transmissor é uma estação base. Nos esquemas discutidos o receptor tem informação perfeita sobre o estado do canal, sendo capaz de estimar a amplitude do desvanecimento de cada percurso. Também considera-se que o desvanecimento é lento e não seletivo em frequência.

O receptor é formado por um banco de L correladores. A saída do i -ésimo correlador é

$$c_i = \int_0^T r(t) s_i(t) dt$$

$$= \alpha_i m_i E_s + n_i, \quad (16)$$

em que E_s é a energia do símbolo e n_i é uma variável aleatória gaussiana. Assume-se também que o receptor tem um conhecimento perfeito sobre o estado do canal (CSI - *channel state information*), ou seja, os coeficientes α_i são estimados sem erro no receptor. Os símbolos transmitidos são estimados a partir das saídas dos L correladores.

7. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nas Figs. 2-4 são apresentados os resultados das simulações realizadas. Foram usados dois sistemas de referência não-codificados para comparação com os sistemas codificados apresentados nas Figs. 1(a) e (b). No sistema de referência 1, os bits de informação são modulados com modulação BPSK e transmitidos por uma antena ($L = 1$). No sistema de referência 2, os bits são modulados (BPSK) e a mesma informação é transmitida em cada um dos L canais. Tal esquema é resistente ao desvanecimento, pois a informação só é perdida quando o desvanecimento nos L canais for muito severo. A desvantagem deste esquema é a necessidade do aumento de banda para manter os L sinais ortogonais.

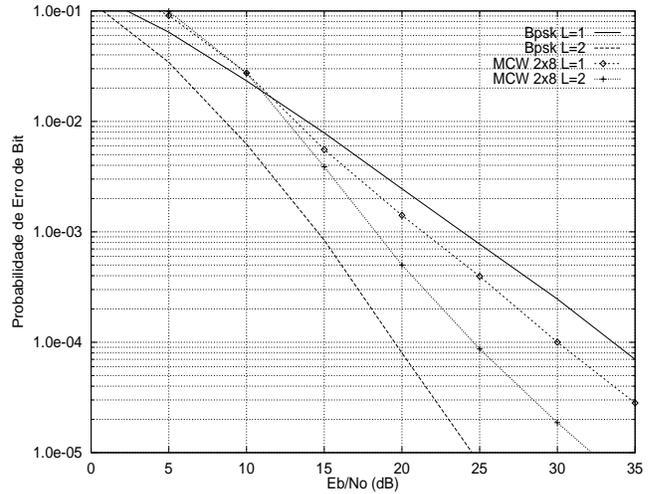


Fig. 2 - Probabilidade de erro de bit para esquemas com MCW 2×8 .

Os esquemas codificados foram simulados usando-se MCW de ordem $m = 2$ e gênero $g = 8, 32$ e 128 , transmitindo-se por uma e duas antenas conforme as Figs. 1(a) e (b). No esquema aqui proposto que integra codificação e diversidade espacial, não há perda de eficiência espectral, já que os bits gerados nos intervalos pares e ímpares são codificados por palavras-código ortogonais, gerando símbolos separados em m -bandas.

A Fig.2 mostra os resultados das simulações dos sistemas codificados com MCW 2×8 e dos sistemas de referência. Para uma probabilidade de erro de bit de 10^{-4} , observam-se ganhos de codificação de aproximadamente 3,5 e 9 dB, para os sistemas com e sem diversidade, respectivamente, em relação ao sistema de referência 1. Entretanto, o desempenho do sistema de codificado e duas antenas é 5 dB inferior ao sistema de referência 2 para uma mesma probabilidade de erro.

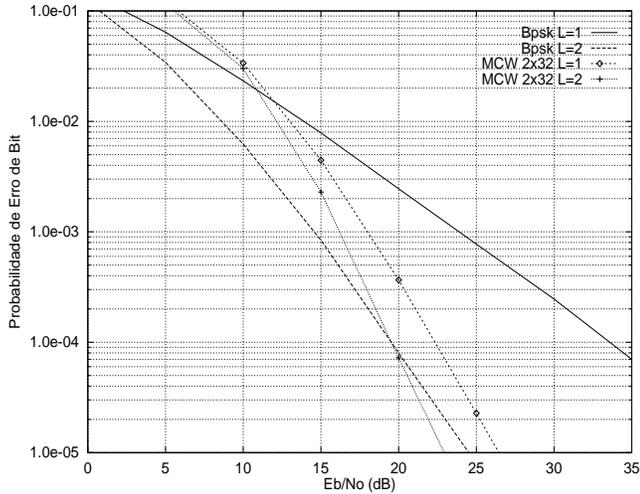


Fig. 3 - Probabilidade de erro de bit para esquemas com MCW 2×32 .

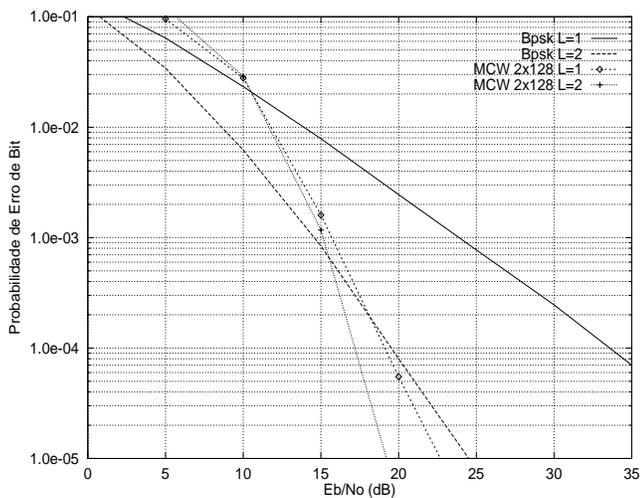


Fig. 4 - Probabilidade de erro de bit para esquemas com MCW 2×128 .

Na Fig. 3 são apresentados os resultados das simulações dos sistemas codificados usando MCW 2×32 . Os sistemas codificados transmitindo com uma e duas antenas atingem ganhos em torno de 11,5 e 14,5 dB, respectivamente, com taxa de erro de 10^{-4} com relação ao sistema de referência 1. Para uma taxa de erro de bit de 10^{-5} , o desempenho do sistema codificado com duas antenas é 1,5 dB superior ao sistema de referência 2.

Os resultados de simulação dos sistemas codificados usando MCW 2×128 são mostrados na Fig. 4. Em relação ao sistema de referência 1, para uma probabilidade de erro de bit de 10^{-4} , os desempenhos dos sistemas com uma e duas antenas são, aproximadamente 15 e 17 dB superiores ao sistema de referência 1. Em relação ao sistema de referência 2, os sistemas sem diversidade e com diversidade espacial apresentam ganhos em torno de 2 dB e 5,5 dB, respectivamente, para uma probabilidade de bit de 10^{-5} .

Os benefícios da integração entre a codificação usando wavelets e a diversidade espacial são percebidos a partir dos resultados das simulações. O ganho de codificação aumenta a medida que são usadas palavras-código mais longas. Isso é esperado, pois o aumento no comprimento das palavras-código resulta em uma forma de diversidade temporal que torna o sinal mais robusto aos efeitos do desvanecimento.

8. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposta uma integração entre os benefícios da codificação com matrizes wavelets e técnicas de diversidade espacial. A potencialidade da técnica de codificação de canal usando wavelets é resultado da ortogonalidade intrínseca das linhas das MCW, da simplicidade do processo de decodificação quando comparado a esquemas de codificação com códigos de treliça ou códigos convolucionais e do espalhamento no tempo dos símbolos de informação (bits) ao longo dos símbolos codificados.

Portanto, a codificação por matrizes wavelets combinada com a diversidade espacial apresenta-se como uma nova técnica de codificação de canal que apresenta um bom desempenho em canais sujeitos ao desvanecimento Rayleigh.

9. REFERÊNCIAS

- [1] J. H. Winters and R. D. Gitlin. "The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communications Systems". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1740–1751, February/March/April 1994.
- [2] C. H. Gowda, V. Annampedu and R. Viswanathan. "Diversity Combining in Antenna Array Base Station Receiver for DS/CDMA System". *IEEE Communications Letters*, vol. 2, no. 7, July 1998.
- [3] G. A. Silva and F. M. Assis. "Using space-time TCM with rotated constellations for transmission over mobile communications channels". *Electronic Letters*, vol. 35, no. 6, pp. 454–455, March 1999.
- [4] M. A. Tzannes and M. C. Tzannes. "Bit-by-bit channel coding using wavelets". *Proceedings of the IEEE GLOBECOM'92*, pp. 684–688, April 1992.
- [5] V. M. Silva and E. S. Sousa. "Fading-resistant transmission from several antennas". *Proc. of 6th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pp. 1218–1222, 1995.
- [6] M. D. Trott, G. W. Wornell and A. Narula. "Performance limits of coded diversity methods for transmitter antenna arrays". *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2418–2433, November 1999.
- [7] P. Heller, H. L. Resnikoff and R. O. Wells Jr. "Wavelet matrices and the representation of discrete functions". In C. K. Chui, editor, *Wavelets - A Tutorial in Theory and Applications*, pp. 15–50. Academic Press, Cambridge, MA, 1992.
- [8] H. L. Resnikoff and R. O. Wells Jr. *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*. Springer-Verlag, 1998. ISBN 0-387-98383-X.