

Restauração de Imagens Utilizando Filtro de Wiener em Coordenadas Canônicas com Posto Extremamente Reduzido

Rogério Caetano

Marcello L. R. de Campos

PEE-COPPE/DEL-EE, Universidade Federal do Rio de Janeiro
Cx. P. 68504, Rio de Janeiro, RJ
21945-970, BRASIL
{caetano, campos}@lps.ufrj.br

Sumário— Neste artigo é investigado como a redução de posto aliada a quantização dos coeficientes do filtro de Wiener em coordenadas canônicas com um número reduzido de bits melhora o desempenho de sistemas de restauração de imagens corrompidas com blur e ruído aditivo. Os resultados obtidos são encorajadores e mostram que as imagens restauradas utilizando esta implementação do filtro de Wiener apresentam qualidade superior àquela conseguida com o filtro de posto completo.

1 INTRODUÇÃO

Em sistemas de restauração de imagens, deseja-se reduzir ou eliminar certas degradações existentes em uma imagem, de modo que a imagem restaurada se aproxime ao máximo da original. Para se conseguir isto, são utilizados algoritmos que procuram explorar detalhadamente as características do sinal e das degradações envolvidas.

Em muitas aplicações supõem-se que todas as degradações ocorreram antes que o sistema de restauração seja empregado, como podemos observar na figura 1. Isto nos permite considerar o problema da restauração dentro do domínio discreto. Tais suposições são utilizadas neste trabalho. Sendo assim, consideraremos $f(n_1, n_2)$ como a imagem original, $g(n_1, n_2)$ como a imagem degradada e $\hat{f}(n_1, n_2)$ como a imagem digital processada (restaurada). Então, podemos resumidamente dizer que o objetivo de tais sistemas é o de fazer a imagem $\hat{f}(n_1, n_2)$ ser o mais próxima possível de $f(n_1, n_2)$. Mesmo que nem sempre seja possível considerar que todas as degradações ocorreram antes do sistema de restauração ser aplicado (p.e. degradação causada por ruído aleatório aditivo no display); para estes casos é possível fazer um processamento antecipativo à futura degradação [1].

Os algoritmos utilizados para restauração de imagens são projetados para explorar as características do sinal e das suas degradações. Desta forma, um conhecimento preciso da degradação é essencial pa-

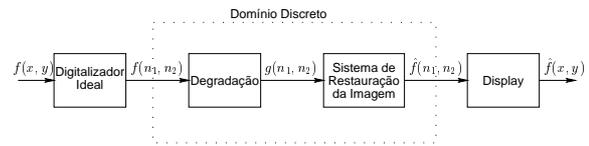


Figura 1: Aplicação de um sistema de restauração de imagens com degradações.

ra o desenvolvimento de um algoritmo de restauração satisfatório. Dentre os tipos de degradações mais conhecidos estão o blur – gerado devido à falta de foco da lente, movimento e/ou turbulência atmosférica; e o ruído aleatório aditivo – gerado por ruído em circuitos eletrônicos e alguns casos de ruídos nas amplitudes quantizadas.

O desenvolvimento de um sistema de restauração depende então do tipo de degradação existente. Algoritmos que tentam reduzir ruído aleatório aditivo são diferentes dos que tentam reduzir blur. Contudo, existem algoritmos [2, 3] que tentam contornar estes dois tipos de degradações simultaneamente. Dentre estes algoritmos estão as técnicas baseadas na filtragem de Wiener [4].

Este artigo investiga como a implementação com precisão finita [5] e a redução acentuada do posto de filtros de Wiener decompostos em múltiplos estágios [5, 6] influenciam na qualidade de imagens restauradas. Ao contrário do que se poderia imaginar a utilização de um posto reduzido gera imagens restauradas com qualidade superior àquela obtida quando utiliza-se o filtro de posto completo. Ademais, no contexto de codificação a utilização do filtro de Wiener com posto e precisão reduzidos assume considerável importância. O restante deste artigo é dividido como descrito a seguir: A seção 2 descreve o filtro de Wiener para redução de ruído e blur em imagens. Na Seção 3 é feita uma análise da decomposição do filtro de Wiener em múltiplos estágios. A seção 4 apresenta uma implementação com precisão finita para filtros de Wiener em coordenadas canônicas. Na seção 5 são expostos os resultados experimentais e na seção 6 as conclusões.

2 REDUÇÃO DE BLUR E RUÍDO ALEATÓRIO ADITIVO NA IMAGEM

Um modelo simples [7] e que leva a resultados satisfatórios para imagens degradadas por blur e ruído aditivo pode ser observado na figura 2 e é expresso por:

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (1)$$

onde $f(n_1, n_2)$, $r(n_1, n_2)$ e $g(n_1, n_2)$ são as imagens original, borrada e corrompida com ruído aleatório aditivo e blur, respectivamente; $b(n_1, n_2)$ é a resposta ao impulso do filtro que modela o blur e $v(n_1, n_2)$ é o ruído adicionado à imagem.

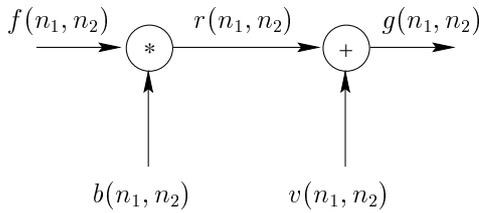


Figura 2: Modelo de uma imagem degradada por blur e ruído aditivo.

De acordo com a modelagem apresentada na equação 1 pode-se restaurar $f(n_1, n_2)$ pela aplicação de um sistema de redução de ruído para estimar $r(n_1, n_2)$ a partir de $g(n_1, n_2)$ e em seguida aplicar um outro sistema para reduzir o blur e assim obter uma estimativa de $f(n_1, n_2)$ a partir da estimativa de $r(n_1, n_2)$, como mostra a figura 3.

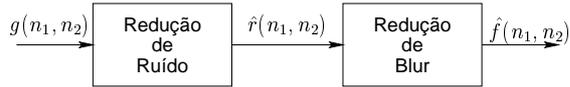


Figura 3: Aplicação em cascata dos sistemas de redução de blur e de ruído aditivo.

A aproximação que tenta reduzir uma degradação de cada vez nos permite desenvolver um algoritmo de restauração para cada tipo de degradação e então combiná-los quando necessário. Por exemplo, supondo que $f(n_1, n_2)$ e $v(n_1, n_2)$ são amostras de processos aleatórios estacionários independentes de média zero e que $b(n_1, n_2)$ seja conhecido, então o estimador ótimo linear que minimiza $E \left\{ [f(n_1, n_2) - \hat{f}(n_1, n_2)]^2 \right\}$ é um sistema linear e invariante no tempo com resposta em frequência dada por:

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{B^*(\omega_1, \omega_2)P_f(\omega_1, \omega_2)}{|B(\omega_1, \omega_2)|^2 P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \quad (2)$$

onde $P_f(\omega_1, \omega_2)$ e $P_v(\omega_1, \omega_2)$ são as densidades espectrais de energia da imagem e do ruído, respectivamente; $B(\omega_1, \omega_2)$ é a resposta em frequência do filtro que gera o blur.

Esta equação pode ser reescrita para obtermos

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_r(\omega_1, \omega_2)}{P_r(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \times \frac{1}{B(\omega_1, \omega_2)} \quad (3)$$

A equação 2 recebe o nome de filtro de Fourier-Wiener [8], porém é mais conhecida como filtro de Wiener. A partir da equação 3 podemos facilmente verificar que esta é a aplicação em cascata do sistema de redução de ruído através da filtragem de Wiener tradicional ($P_r(\omega_1, \omega_2)/[P_r(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)]$) e do sistema de redução de blur através de um filtro pseudo-inverso ($1/B(\omega_1, \omega_2)$).

Embora o filtro descrito na equação 3 seja ótimo no sentido do mínimo erro médio quadrado linear (LMMSE) as imagens resultantes são texturizadas apresentando um desempenho insatisfatório em uma análise subjetiva.

Nas seções 3 e 4 serão apresentadas representações alternativas à equação 3, que são mais eficientes e que geram resultados visualmente mais agradáveis.

3 DECOMPOSIÇÃO DO FILTRO DE WIENER EM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

3.1 Representação Típica do Filtro de Wiener

Dado um vetor \mathbf{y} observado procuramos o filtro ótimo \mathbf{W} tal que $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}\mathbf{y}$ seja a melhor estimativa do vetor \mathbf{x} desejado. Este sistema pode ser observado na figura 4. A matriz de correlação cruzada \mathbf{R}_{zz} entre \mathbf{x} e \mathbf{y} é dada a seguir:

$$\mathbf{R}_{zz} = E \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \mathbf{y}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{R}_{xy} \\ \mathbf{R}_{xy}^T & \mathbf{R}_{yy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

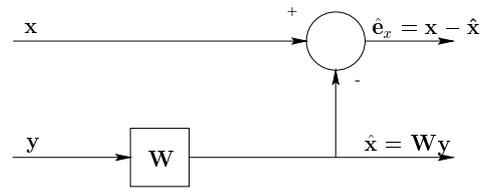


Figura 4: Filtragem típica com o filtro de Wiener.

Considerando que o estimador LMMSE de um vetor \mathbf{x} a partir do vetor \mathbf{y} seja dado por $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}\mathbf{y}$ e que o erro desta estimativa seja $\hat{\mathbf{e}}_x = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$, podemos escrever o filtro de Wiener \mathbf{W} e a matriz de covariância do erro \mathbf{Q}_{xx} como:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{xy} \mathbf{R}_{yy}^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{Q}_{xx} = E \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x & \hat{\mathbf{e}}_x^T \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{xx} - \mathbf{R}_{xy} \mathbf{R}_{yy}^{-1} \mathbf{R}_{xy}^T \quad (6)$$

O modelo linear estatístico para a representação do estimador pode ser organizado em forma matricial como a seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (7)$$

com a correspondente inversa:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Esta transformação determina os vetores original \mathbf{x} e observado \mathbf{y} em função dos vetores ortogonais $\hat{\mathbf{e}}_x$ e \mathbf{y} , com as respectivas matrizes de covariâncias \mathbf{Q}_{xx} e \mathbf{R}_{yy} , produzindo o seguinte resultado para a matriz de covariância de $[\hat{\mathbf{e}}_x \ \mathbf{y}]$

$$\begin{aligned} E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x^T & \mathbf{y}^T \end{bmatrix} \right\} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{W} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{R}_{xy} \\ \mathbf{R}_{xy}^T & \mathbf{R}_{yy} \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{W}^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{xx} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Como pode ser facilmente observado a equação 9 é uma decomposição de Schur [9] para \mathbf{R}_{zz} .

3.2 Decomposição do Filtro de Wiener em Três Estágios

Para se fazer a decomposição do filtro de Wiener em três estágios iremos inicialmente definir que a correlação cruzada entre os vetores $(\mathbf{R}_{xx}^{-1/2} \mathbf{x})$ e $(\mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \mathbf{y})$ será chamada de matriz de coerência. Sendo assim, a matriz de coerência \mathbf{C}_{xy} pode então ser escrita como:

$$\mathbf{C}_{xy} = E \left[(\mathbf{R}_{xx}^{-1/2} \mathbf{x})(\mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \mathbf{y})^T \right] = \mathbf{R}_{xx}^{-1/2} \mathbf{R}_{xy} \mathbf{R}_{yy}^{-T/2} \quad (10)$$

Usando a definição de matriz de coerência e as equações 5 e 6 podemos decompor o filtro de Wiener \mathbf{W} e a correspondente matriz de covariância do erro \mathbf{Q}_{xx} em coordenadas de coerência como:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{xx}^{1/2} \mathbf{C}_{xy} \mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{R}_{xx}^{1/2} (\mathbf{I} - \mathbf{C}_{xy} \mathbf{C}_{xy}^T) \mathbf{R}_{xx}^{T/2} \quad (12)$$

Esta representação do filtro de Wiener, é chamada de filtro de Wiener em coordenadas de coerência [5], e pode ser observada na figura 5. Por esta representação pode-se observar que a determinação do vetor de erro $\hat{\mathbf{e}}_x$ e do vetor estimado $\hat{\mathbf{x}}$ é realizada em 3 estágios. O primeiro estágio branqueia os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} produzindo as coordenadas de coerências \mathbf{u} e \mathbf{v} . No segundo estágio ocorre a filtragem do vetor \mathbf{v} com a matriz de coerência \mathbf{C}_{xy} produzindo o erro estimado $\hat{\mathbf{e}}_u$ e o estimador $\hat{\mathbf{u}}$. O

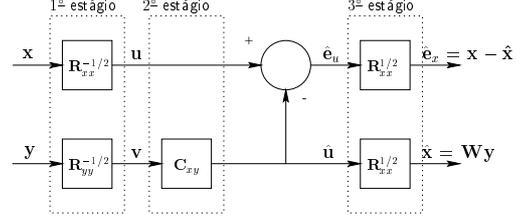


Figura 5: Filtro de Wiener em 3 estágios.

terceiro estágio colore os vetores $\hat{\mathbf{e}}_u$ e $\hat{\mathbf{u}}$ produzindo $\hat{\mathbf{e}}_x$ e $\hat{\mathbf{x}}$.

A transformação linear definida na equação 8 pode ser então reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{C}_{xy} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{-1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Podemos novamente utilizar o refinamento proposto anteriormente para representar a matriz de covariância de $[\hat{\mathbf{e}}_x \ \mathbf{y}]$ como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{xx} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{1/2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{C}_{xy} \mathbf{C}_{xy}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{T/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{T/2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Pela observação da estrutura diagonal da matriz de covariância constata-se facilmente que o erro estimado $\hat{\mathbf{e}}_u$ e o vetor \mathbf{v} , em coordenadas de coerência, são decorrelacionados. A coordenada de coerência \mathbf{u} é decomposta no estimador $\hat{\mathbf{u}}$ e no erro $\hat{\mathbf{e}}_u$, onde $\hat{\mathbf{u}} \perp \hat{\mathbf{e}}_u$. A partir da equação 14 também pode ser obtida a matriz de covariância do erro em coordenadas de coerência que é $\mathbf{Q}_{uu} = \mathbf{I} - \mathbf{C}_{xy} \mathbf{C}_{xy}^T$.

3.3 Decomposição do Filtro de Wiener em Cinco Estágios

A representação do filtro de Wiener proposta na seção 3.2 pode sofrer mais um nível de refinamento, com a substituição da matriz de coerência \mathbf{C}_{xy} pela sua representação SVD (Singular Value Decomposition) [8]. Esta decomposição utilizando a SVD de \mathbf{C}_{xy} é conhecida como representação do filtro de Wiener em coordenadas canônicas. A SVD de \mathbf{C}_{xy} pode ser representada por:

$$\mathbf{C}_{xy} = \mathbf{F} \mathbf{K} \mathbf{G}^T; \quad \mathbf{K} = \mathbf{F}^T \mathbf{C}_{xy} \mathbf{G} \quad (15)$$

$$\mathbf{F} \mathbf{F}^T = \mathbf{I}_{m \times m} \quad \mathbf{G} \mathbf{G}^T = \mathbf{I}_{n \times n} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= [\mathbf{K}(m) \ \mathbf{0}]; \quad m < n \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}(n) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad m > n \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{K}(m) = \text{diag}[k(1) \ k(2) \ \dots \ k(m)] \quad (18)$$

A matriz \mathbf{K} é a matriz de correlação canônica, visto que \mathbf{K} representa a correlação cruzada entre os vetores $(\mathbf{F}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1/2} \mathbf{x})$ e $(\mathbf{G}^T \mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \mathbf{y})$:

$$\mathbf{K} = E \left[(\mathbf{F}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1/2} \mathbf{x}) (\mathbf{y}^T \mathbf{R}_{yy}^{-T/2} \mathbf{G}) \right] = \mathbf{F}^T \mathbf{C}_{xy} \mathbf{G} \quad (19)$$

O filtro de Wiener e a matriz de covariância do erro em coordenadas canônicas podem então ser escritas como:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{xx}^{1/2} \mathbf{F} \mathbf{K} \mathbf{G}^T \mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \quad (20)$$

$$\mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{R}_{xx}^{1/2} \mathbf{F} (\mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{K}^T) \mathbf{F}^T \mathbf{R}_{xx}^{T/2} \quad (21)$$

O correspondente filtro de Wiener, em coordenadas canônicas, pode ser observado na figura 6. Este filtro é uma decomposição do filtro em Wiener em 5 estágios. O primeiro estágio branqueia os vetores \mathbf{x} e \mathbf{y} produzindo as coordenadas de coerência \mathbf{u} e \mathbf{v} . O segundo estágio transforma as coordenadas de coerência \mathbf{u} e \mathbf{v} em coordenadas canônicas $\boldsymbol{\rho}$ e $\boldsymbol{\zeta}$. No terceiro estágio realiza-se a filtragem de $\boldsymbol{\zeta}$ com a matriz \mathbf{K} produzindo o estimador $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ e o erro estimado $\hat{\boldsymbol{\rho}}_e$. O quarto estágio transforma $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ e $\hat{\boldsymbol{\rho}}_e$ para as coordenadas de coerência $\hat{\mathbf{u}}$ e $\hat{\mathbf{u}}_e$ e o quinto estágio colore estes vetores produzindo $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{x}}_e$.

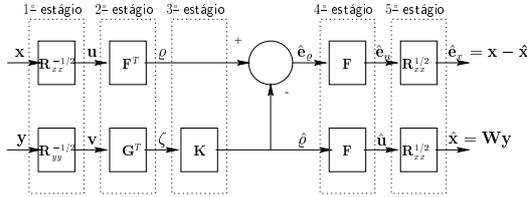


Figura 6: Filtro de Wiener em 5 estágios.

A transformação linear definida na equação 8 e reescrita na equação 13 pode sofrer mais um nível de refinamento, quando utilizamos coordenadas canônicas, tornando-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_e \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \mathbf{F}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{-1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{-1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (22)$$

A representação da matriz de covariância de $[\hat{\mathbf{x}}_e \ \mathbf{y}]$ pode então ser expressa como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{xx} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{1/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{K}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{F}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^T \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx}^{T/2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{yy}^{T/2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

A estrutura diagonal desta matriz de covariância mostra que o erro estimado $\hat{\boldsymbol{\rho}}_e$ e $\boldsymbol{\zeta}$ são decorrelacionados, significando que o estimador $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ e o erro $\hat{\boldsymbol{\rho}}_e$ decompõem ortogonalmente a coordenada canônica $\boldsymbol{\rho}$. A partir desta equação obtemos a matriz de covariância para o erro em coordenadas canônicas que é $\mathbf{Q}_{\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{I} - \mathbf{K} \mathbf{K}^T$.

4 ALOCAÇÃO DE BITS E QUANTIZAÇÃO EM PRECISÃO FINITA

A redução de posto de um vetor aleatório \mathbf{x} gerando um vetor de posto reduzido \mathbf{x}_r [9], quando aplicado ao contexto da decomposição do filtro de Wiener em coordenadas canônicas, traduz-se na redução de posto da matriz \mathbf{K} . Uma implementação com precisão finita que atinge este propósito foi desenvolvida em [5] e tem como objetivo: $\min D = \min \frac{1}{m} \text{tr}[\mathbf{Q}_{xx}(r)]$ com a restrição $\sum_{i=1}^r b_i = mR$, utilizando-se para isto a técnica de otimização de Lagrange. A seguir podemos observar as fórmulas de alocação de bits obtidas em [5]:

$$b_i = \frac{1}{2} \log_2 \frac{k^2(i) \xi^2(i)}{\nu} \quad (24)$$

$$r = \max \text{arg}_i [k^2(i) \xi^2(i) > \nu] \quad (25)$$

$$R = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \max \left[\frac{1}{2} \log_2 \frac{k^2(i) \xi^2(i)}{\nu}, 0 \right] \quad (26)$$

$$D = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \min \{ [1 - k^2(i)] \xi^2(i) + \nu, \xi^2(i) \} \quad (27)$$

$$\xi^2(i) = \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i; \quad \mathbf{s}_i = (\mathbf{R}_{xx}^{1/2} \mathbf{F})_i \quad (28)$$

Nestas equações ajusta-se o parâmetro ν para uma taxa de bits R especificada. Para este valor de ν calculado obtém-se o posto r , a distorção D , e número de bits b_i alocados para representar cada $k(i)$. De forma inversa, podemos especificar a distorção D , ajustar ν e determinar b_i , r e R .

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As imagens degradadas foram obtidas pela adição de ruído gaussiano de valor RMS 1/500 da sua faixa dinâmica e pela filtragem passa-baixas do tipo média móvel com 32 amostras. Nestas imagens foram aplicados os filtros de Wiener com um único estágio (posto completo) e com 5 estágios (coordenadas canônicas), sendo que este último utilizando a implementação com precisão finita exposta na seção 4.

Vale ressaltar que, como o objetivo deste trabalho é o de se investigar como a redução de posto do filtro de Wiener decomposto em múltiplos estágios influencia os sistemas de restauração de imagens, consideramos conhecidas as características de todas as degradações envolvidas. Desta forma, foram utilizados os valores reais do espectro de potência do

ruído $P_v(n_1, n_2)$ e da função de blur $B(n_1, n_2)$, não sendo necessária nenhuma estimativa destes parâmetros. O espectro de potência das imagens ($P_f(n_1, n_2)$) foi estimado utilizando o modelamento da função de covariância [10] como uma função separável, com as suas linhas e colunas estacionárias e ergódicas, da seguinte forma:

$$R_f(n_1, n_2) = \sigma^2 \rho_1^{|n_1|} \rho_2^{|n_2|}, \quad |\rho_1| < 1, \quad |\rho_2| < 1 \quad (29)$$

$$P_f(\omega_1, \omega_2) = \text{Fourier} [R_f(n_1, n_2)] \quad (30)$$

onde σ^2 representa a variância da imagem e $\rho_1 = r(1, 0)/\sigma^2$ e $\rho_2 = r(0, 1)/\sigma^2$ podem ser estimados da imagem degradada $g(n_1, n_2)$.

Na figura 7 podemos encontrar as imagens Canyon, Zelda e Barbara, originais, degradadas e restauradas com a aplicação do filtro de Wiener de posto completo e reduzido (posto=2). A partir desta figura pode-se observar que as imagens restauradas com o filtro de Wiener com posto igual a 2 apresentam qualidade superior em análise subjetiva àquelas obtidas com o posto completo.

Vale salientar que a escolha do posto define a quantidade de bits de precisão que será usada na quantização da parte fracionária dos coeficientes do filtro.

6 CONCLUSÕES

Neste artigo foi investigado como a redução de posto e quantização dos coeficientes do filtro de Wiener em coordenadas canônicas melhoram a qualidade das imagens obtidas após a restauração.

Para se avaliar a qualidade destas imagens utilizamos somente análise subjetiva, pois como o filtro de Wiener foi projetado para ser ótimo no sentido LMMSE e sendo o Relação Sinal Ruído de Pico (PSNR) calculada com a utilização do MSE ($10 \log_{10}(255^2/MSE)$), é esperado que o filtro de Wiener de posto completo apresente valores de PSNR superiores aos obtidos com as versões de posto reduzido.

Os resultados experimentais demonstraram que as imagens restauradas com a utilização do filtro de Wiener de posto igual a 2 apresentam qualidade superior àquelas obtida com o filtro de Wiener de posto completo. Além disso, a redução drástica do posto destes filtros aliada à quantização dos seus coeficientes com precisão finita, gera filtros que podem ser aplicados com bastante eficiência na restauração de imagens com blur e ruído aditivo.

REFERÊNCIAS

[1] A. M. Tekalp, H. Kaufman, and J. W. Woods, "Identification of images and blur parameters for the restoration noncausal blurs," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 963–972, August 1986.

[2] T. Beger, J. O. Strömberg, and T. Eltoft, "Adaptive regularized constrained least squares image restoration," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, pp. 1191–1203, September 1999.

[3] Y. Li and F. Santosa, "A computation algorithm for minimizing total variation in image restoration," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, pp. 987–995, June 1996.

[4] E. Oja and H. Ogawa, "Parametric projection filter for image and signal restoration," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 1643–1653, December 1986.

[5] L. L. Scharf and J. K. Thomas, "Wiener filters in canonical coordinates for transform coding, filtering, and quantizing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 647–653, March 1998.

[6] L. L. Scharf and B. D. V. Veen, "Low rank detectors for gaussian random vectors," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-35, pp. 1579–1582, November 1987.

[7] H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*. New Jersey: Prentice Hall, 1977.

[8] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall, 1989.

[9] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing*. New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

[10] J. S. Lim, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall, 1990.



(a) Canyon original.



(b) Zelda Original.



(c) Barbara Original.



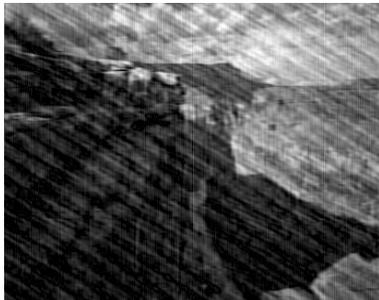
(d) Canyon com blur e ruído.



(e) Zelda com blur e ruído.



(f) Barbara com blur e ruído.



(g) Wiener com posto completo.



(h) Wiener com posto completo.



(i) Wiener com posto completo.



(j) Wiener com posto=2.



(k) Wiener com posto=2.



(l) Wiener com posto=2.

Figura 7: Imagens Canyon, Zelda e Barbara originais, corrompidas com blur e ruído e restauradas utilizando o filtro de Wiener de posto completo e posto igual a 2.