

IDENTIFICAÇÃO DE REGIÃO DE VORONOI EM MODULAÇÃO CODIFICADA EM BLOCOS

Emílio Carlos Gomes Wille, Walter Godoy Jr.

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, CPGEI/CEFET-PR

Av. Sete de Setembro 3165, Curitiba-PR, 80230-901, BRASIL

ecgwille@daeln.cefetpr.br, godoy@cpgei.cefetpr.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor uma regra simples para identificação de Regiões de Voronoi em sistemas de modulação codificada com códigos de bloco. Esta nova regra é uma extensão da regra apresentada em [4]. O desempenho desta regra, considerando modulações 4-PSK e 8-PSK sobre o canal AWGN, foi obtido por simulações computacionais. A análise destas simulações mostra que o desempenho da nova regra é diretamente dependente da relação sinal-ruído e da mínima distância do código usado; e inversamente dependente do número de pontos na constelação da modulação considerada. Para relações sinal-ruído moderadas a altas o desempenho da regra é máximo. Um vez que o conceito de Regiões de Voronoi é fortemente conectado ao de técnicas de decodificação suave, pode-se utilizar a regra proposta para o desenvolvimento de novos algoritmos de decodificação suave para sistemas de modulação codificada com códigos de bloco.

1. INTRODUÇÃO

A decodificação de máxima verossimilhança apresenta desempenho máximo, mas usualmente não é um processo prático, especialmente quando o número de palavras código é elevado. Nas técnicas de decodificação suave, a decodificação utiliza informações de confiabilidade obtidas do processo de demodulação para melhorar o seu desempenho. O conceito de Regiões de Voronoi é fortemente conectado ao de técnicas de decodificação suave, uma vez que todos os pontos contidos na Região de Voronoi de uma palavra código U são decodificados como U [1,2,3].

Em [4] foi introduzida uma regra, chamada Regra da Soma, que identifica quando um vetor (palavra código ou não) está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero. O desempenho obtido para esta regra é melhor do que os desempenhos de regra como GMD [5] e hipercone [5]. Em [6] a Regra da Soma foi usada em conjunto com o algoritmo ZNA [7] para a obtenção de um novo processo de decodificação suave para códigos de bloco binários.

O objetivo deste trabalho é propor uma extensão da Regra da Soma para aplicações em sistemas de modulação bidimensional codificada com códigos de bloco. O desempenho desta regra, considerando modulações 4-PSK e 8-PSK sobre o canal AWGN, é obtido por simulações computacionais.

Este trabalho é organizado da seguinte forma: a notação e terminologia adotadas são introduzidas na Seção II. Nesta seção apresenta-se uma interpretação para os códigos corretores de erro do ponto de vista geométrico. O conceito da Regra da Soma também é revisado nesta seção. A Seção III trata da extensão da Regra da Soma para aplicações em sistemas de modulação bidimensional codificada com códigos de bloco. A Seção IV descreve o processo de simulação empregado para a obtenção do desempenho da regra proposta. E por fim a Seção V apresenta as conclusões.

2. CONCEITOS BÁSICOS

Considere-se um processo de codificação de canal que usa um código C , em R^N . As palavras código $U_i = u_{i1} u_{i2} \dots u_{iN}$, $u_{ij} \in R$, $j = 1, 2, \dots, N$, são aplicadas a um modulador que gera os sinais modulados apropriadas. Estes sinais podem ser representados como vetores no espaço de sinais. Assim, qualquer palavra código pode ser considerada também um vetor no espaço de sinais.

Suponha-se que a palavra código U_i é transmitida através de um canal de comunicação e que o vetor $V = v_1 v_2 \dots v_N$, em R^N , é recebido. A tarefa de um processo de decodificação é determinar a palavra código U_i tal que $D_E(U_i, V) \leq D_E(U_j, V)$, para todo $j \neq i$. Então, a palavra código U_i é a palavra decodificada. $D_E(\dots)$ é a notação para a distância Euclidiana.

Em [4], uma demonstração matemática da Regra da Soma é apresentada. Funcionalmente, a Regra da Soma identifica quando um vetor V (palavra código ou não) faz $D_E(U_0, V) \leq D_E(U_j, V)$, para todo $j \neq 0$. Neste caso, o vetor V está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero U_0 .

Neste caso trabalhou-se com modulações unidimensionais e então a palavra código zero consiste na sequência tudo (-1) no espaço de sinais (o código deve possuir ao menos uma palavra código com todos os elementos iguais, esta é a condição fundamental para o correto funcionamento da Regra da Soma).

A Regra da Soma [4] é repetida abaixo:

$$\sum_i^N v_i^+ \leq 0$$

onde a notação significa a soma das N^* componentes de mais alto valor numérico v_i^+ no vetor V . Para modulações

unidimensionais $N^* = d_{Hmin}$, onde d_{Hmin} é a distancia mínima de Hamming do código de bloco binário usado. Se esta condição é satisfeita o vector V está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero U_0 .

Esta regra não é perfeita, mas é bastante justa. Somente para um pequeno numero de casos a regra comete um erro, i.e., ela indica que o vetor V não está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero quando ele na verdade está. Por outro lado, a Regra da Soma identifica corretamente todos os casos em que o vetor V está realmente fora da Região de Voronoi da palavra código zero.

3. A REGRA DA SOMA PARA MODULAÇÕES BIDIMENSIONAIS

Um sistema de modulações bi-dimensionais os sinais modulados são representados por um par de coordenadas (x_i, y_i) . Cada par é localizado em um plano bi-dimensional (espaço de sinais) e este par consiste em uma componente do vetor V .

3.1 Modulação 4-PSK

Para modulações 4-PSK usa-se a constelação da Figura 1.A. A Regra da Soma, para este caso, identifica quando um vector V (palavra código ou não) está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero U_0 . Onde a palavra código U_0 é uma seqüência tudo- $(-1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ no espaço de sinais.

A Regra da Soma, para este caso, é definida abaixo :

$$\sum_i^{N^*} v_i^+ \leq 0$$

onde a notação significa a soma das N^* componentes de mais alto valor numérico v_i^+ no vector V . Deve ser notado que $v_i^+ \in \{x_i, y_i\}$. Para modulações bi-dimensionais $N^* = n$ (formula empírica), onde n é o comprimento do código usado.

Por exemplo, dado um vector recebido $V = \{(-0.53, 0.29) (-0.97, 0.46) (-0.59, -0.25) (-0.91, -1.04)\}$, que resulta de um código com $n = 4$ e $D_E^2_{min} = 8$. A soma das 4 componentes

de mais alto valor numérico (0.46; 0.29; -0.25; -0.53) resulta em -0.03, i.e., o vector V está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero U_0 .

3.2 Modulação 8-PSK

Para a modulação 8-PSK, deve-se isolar a Região de Voronoi da palavra código zero na constelação da Figura 1.B. Neste caso, deve-se notar que uma modulação M-PSK pode ser vista como uma combinação de duas modulações M/2-PSK cujas fases diferem em um angulo de $360^\circ/M$. Assim, para 8-PSK, é necessário aplicar a Regra da Soma duas vezes, i.e., um vez com eixos rotacionados por um angulo de 22.5° (anti-horaria), e uma segunda vez com eixos rotacionados por um angulo de 67.5° (anti-horaria). Finalmente, uma operação AND entre os resultados fornece o resultado final de acordo com a equação abaixo :

$$\sum_i^{N^*} v_{i,\alpha}^+ \leq 0 \quad AND \quad \sum_i^{N^*} v_{i,\beta}^+ \leq 0$$

onde $v_{i,\alpha}^+$ e $v_{i,\beta}^+$ são elementos no vector V após rotação anti-horaria ($\alpha = 22.5^\circ$ e $\beta = 67.5^\circ$). deve ser notado que $v_{i,\alpha}^+$ e $v_{i,\beta}^+ \in \{x_i, y_i\}$.

Este tratamento pode ser aplicado a todas as constelações PSK e, também, pode ser estendido às constelações QAM.

4. AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DA REGRA DA SOMA

Nesta seção o desempenho da Regra da Soma em sistemas de modulação bi-dimensional codificada com códigos de bloco, sobre o canal AWGN, é obtido usando simulações computacionais. O procedimento de simulação usado pode ser sumarizado como segue : (a) gerar palavras código zero para um dado sistema de modulação codificada, (b) transmitir as palavras código geradas através do canal AWGN, (c) aplicar, na palavra recebida, o algoritmo MLD, (d) aplicar, na palavra recebida, a Regra da Soma, e (e) analisar os resultados obtidos dos passos (c) e (d).

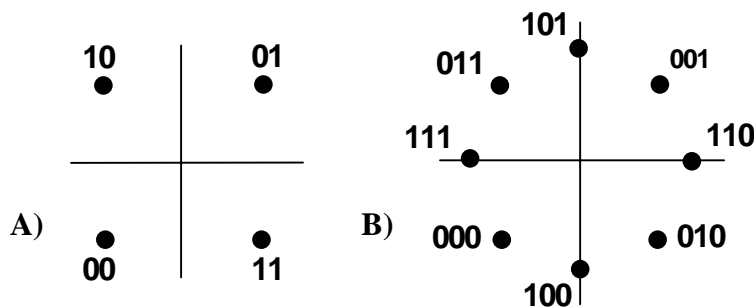


Fig. 1. A) Constelação 4-PSK, B) Constelação 8-PSK

Os passos acima são justificados uma vez que somente vetores dentro e nas redondezas da Região de Voronoi da palavra código zero são de interesse. Assim, somente palavras código zero são transmitidas, e o canal AWGN é usado para produzir vetores que são distribuídos dentro da Região de Voronoi da palavra código zero e adjacências. O algoritmo MLD é usado para verificar se o vetor recebido é realmente dentro da Região de Voronoi da palavra código zero. Finalmente, o número de vezes que a Regra da Soma encontra-se correta é acumulada. É importante notar que o vetor recebido não é decodificado por qualquer processo decodificação, uma vez que está-se buscando o desempenho puro da Regra da Soma.

Três diferentes sistemas de modulação codificada foram analisados para diferentes valores de relação sinal-ruído. Em particular, foram considerados, um sistema 4-PSK onde o arranjo código é formado por um código de repetição e uma linha não codificada (Esquema a). Este código tem taxa igual a 0,57, $D_{E_{\min}}^2 = 4$ e comprimento $n = 7$. Um sistema 4-PSK onde o arranjo código é formado por um código de repetição e um código de paridade simples (Esquema b). Este código tem taxa igual a $1/2$, $D_{E_{\min}}^2 = 8$ e $n = 4$, e, um sistema 8-PSK onde o arranjo código é formado por um código de repetição, um código de paridade simples e uma linha não codificada (Esquema c). Este código tem taxa igual a $2/3$, $D_{E_{\min}}^2 = 4$ e $n = 7$.

A Figura 2 mostra os resultados em desempenho para os sistemas analisados. O eixo vertical mostra a porcentagem de acerto da Regra da Soma, e o eixo horizontal mostra a relação sinal-ruído por bit de informação. Por exemplo, em $E_b/N_0 = 6$ dB, a Regra da Soma identifica corretamente 94% dos vetores que estão dentro da Região de Voronoi da palavra código zero, para o Esquema b.

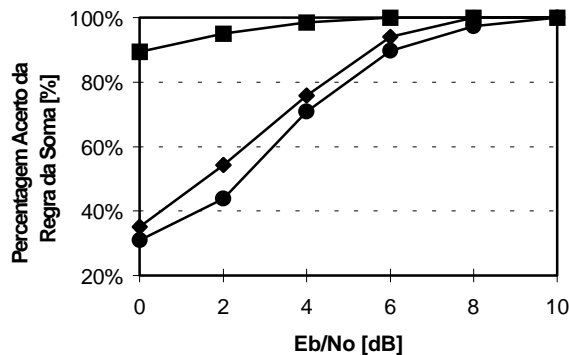


Fig. 2. Desempenho da Regra da Soma (▣ Esquema a, ■ Esquema b, ● Esquema c)

Pode-se obter três conclusões com base nos resultados da Figura 1.B. Primeira, a medida que a relação sinal-ruído aumenta, o desempenho da Regra da Soma também aumenta. Segunda, pela comparação dos Esquemas a e b com mesma modulação, a medida que a distância Euclidiana aumenta, o desempenho da Regra da Soma também aumenta. E terceira, pela comparação dos

Esquemas a e c com mesma distância Euclidiana, a medida que o número de pontos na constelação aumenta, o desempenho da Regra da Soma diminui.

5. CONCLUSÕES

A Regra da Soma que identifica quando um vetor está dentro da Região de Voronoi da palavra código zero, para modulações 4-PSK e 8-PSK codificadas, foi apresentada. Para relações sinal-ruído moderadas a altas o desempenho da regra é máximo. Para relações sinal-ruído baixas a moderadas o desempenho é fortemente dependente da mínima distância Euclidiana do código usado. Um vez que o conceito de Regiões de Voronoi é fortemente conectado ao de técnicas de decodificação suave, pode-se utilizar a regra proposta para o desenvolvimento de novos algoritmos de decodificação suave para sistemas de modulação codificada com códigos de bloco. Como exemplo de um algoritmo de decodificação suave que usa a Regra da Soma pode-se citar o sistema baseado no algoritmo ZNA [7] para decodificação de códigos de bloco binários em sistemas de modulação BPSK [6]. Atualmente está-se trabalhando em um novo algoritmo de decodificação, que usa a Regra da Soma proposta neste trabalho, apropriado para sistemas de modulação bi-dimensional codificada.

6. REFERENCIAS

- [1] J. H. Conway and J. A. Sloane, "Voronoi Regions of Lattices, Second Moments of Polytopes, and Quantization" in *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, no. 2, pp. 211-226, March 1982.
- [2] J. H. Conway and J. A. Sloane, "Fast Quantizing and Decoding Algorithms for Lattice Quantizers and Codes" in *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, no. 2, pp. 227-232, March 1982.
- [3] J. H. Conway and J. A. Sloane, "Soft Decoding Techniques for Codes and Lattices, Including the Golay Code and the Leech Lattice" in *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-32, no. 1, pp. 41-50, January 1986.
- [4] D. J. de Barros, E. C. G. Wille and W. Godoy, Jr. "A New Approach to the Information Set Decoding Algorithm" in *Computer Communications*, 20 (1997), pp. 302-308.
- [5] G. D. Forney Jr "Concatenated Codes" MIT Press, Cambridge, MA, 1966.
- [6] W. Godoy, Jr. and E. C. G. Wille "Proposal of Sub-Optimum Decoding Algorithm with a Bound of Voronoi Region $V(C_0)$ " in *Computer Communications*, 21 (1998), pp. 736-740.
- [7] L. B. Levitin and C. R. P. Hartmann, "A New Approach to the General Minimum Distance Decoding Problem : the Zero Neighbors Algorithm" in *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-31, (3) 1985.