

# UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES PSEUDO-ALEATÓRIAS NA IMPLEMENTAÇÃO DE GRADES DE BRAGG

H. T. Hattori<sup>1</sup>, O. Lisbôa<sup>2</sup>, C. L. Barbosa<sup>2</sup>, V. R. de Almeida<sup>2</sup>, R. M. Cazo<sup>1</sup>, V. M. Schneider<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Divisão de Eletrônica- Instituto Tecnológico de Aeronáutica

<sup>2</sup> Divisão de Fotônica- Instituto de Estudos Avançados  
CTA- São José dos Campos- SP

<sup>3</sup> Departamento de Engenharia Elétrica- UFES- Vitória- ES

## RESUMO

Neste artigo, novas grades de Bragg são propostas, combinando a presente tecnologia de grades de Bragg com seqüências pseudo-aleatórias (PN). O principal objetivo da utilização dessas seqüências é projetar grades de Bragg em que se possa controlar seu espectro passa-faixa. O espectro de refletividade dessas grades assemelha-se bastante a das funções pseudo-aleatórias, como será demonstrado em alguns exemplos.

## 1. INTRODUÇÃO

Grades de Bragg de períodos curtos já foram estudadas extensivamente [1][2]. Essas grades possuem períodos da ordem de 500 nm e geralmente são fabricadas pela técnica da máscara de fase. Recentemente, grades com períodos superiores a 1  $\mu\text{m}$  foram descritas na literatura científica [3][4]. Essas grades podem ser fabricadas através da aplicação de uma descarga elétrica na fibra [4] [5]. O efeito da descarga elétrica na fibra é alterar o índice de refração da mesma.

Imagine se, após a gravação de uma grade de Bragg de período curto, forem aplicadas descargas elétricas em determinadas regiões. Isso criaria regiões na grade com diferentes índices de refração, como se tivéssemos juntado diferentes grades. Se a seqüência de regiões que receberam descargas elétricas forem convenientemente alternadas com regiões que não as receberam, características espectrais interessantes aparecerão [6], especialmente se a alternância de regiões com ou sem descarga elétrica seguirem uma lei de formação definida por seqüências pseudo-aleatórias (PN).

Funções pseudo-aleatórias são funções determinadas por seqüências pré-definidas de bits (0s e 1s) com propriedades semelhantes ao ruído. Por gerar um padrão com propriedades semelhantes ao ruído, essas funções são bastante utilizadas em telecomunicações e formam o núcleo de técnicas como o *direct sequence spread spectrum*, amplamente usada em sistemas CDMA de telefonia móvel. Uma propriedade interessante dessas seqüências é sua capacidade de gerar espectros passa-faixa de grande largura de faixa. Para se construir uma seqüência pseudo-aleatória, deve-se passar um bit por uma série de *shift registers*, cujas saídas são combinadas em um circuito lógico e realimentadas na entrada do conjunto de registradores. A saída do último registrador gera a seqüência pseudo-aleatória desejada [7]. Essas seqüências podem ser definidas por polinômios primitivos de ordem  $n$ , sendo que alguns deles

geram seqüências periódicas de  $2^n - 1$  bits. Por exemplo, um polinômio de ordem 2 pode gerar a seqüência PN 1,0,1. Se cada bit tiver um período igual a  $\Lambda_a$ , então a seqüência inteira terá um período espacial de  $(2^n - 1)\Lambda_a$ . Mantendo-se o período espacial  $(2^n - 1)\Lambda_a$  constante, mas variando-se  $n$ , o espectro de refletividade da grade irá variar consideravelmente, o que será demonstrado neste artigo.

## 2. DESCRIÇÃO DA GRADE DE BRAGG

A Figura 1 mostra uma grade de Bragg de ordem 2. Essa grade é composta por dois tipos de grades de Bragg de períodos curtos, uma do tipo I e outra do tipo II, ambas com perfil longitudinal de índice de refração aproximadamente senoidal. O período dessas grades é  $\Lambda_b$  e elas possuem um comprimento  $\Lambda_a$ . Uma grade PN de ordem 2 teria como célula básica as grades de Bragg na seguinte seqüência: tipo I (em branco), tipo II (em preto) e tipo I (em branco), equivalente à seqüência de bits 1,0,1. [6] Essa seqüência PN seria repetida periodicamente até se chegar a um comprimento total  $L$ . A permissividade elétrica relativa do núcleo da fibra pode ser aproximada por:

$$\mathbf{e}_r(z) = n_1^2 + 2n_1 \left[ \Delta n_I \text{sen} \left( \frac{2p}{\Lambda_b} z + \mathbf{f}_I \right) f_1(z) + \Delta n_{II} \text{sen} \left( \frac{2p}{\Lambda_b} z + \mathbf{f}_{II} \right) (1 - f_1(z)) \right] \quad (1)$$

onde  $n_1$  representa o índice de refração do núcleo e,  $\Delta n_I$  e  $\Delta n_{II}$  representam as variações do índice do núcleo para as grades dos tipos I e II, respectivamente. As fases  $\mathbf{f}_I$  e  $\mathbf{f}_{II}$  são as fases iniciais das grades. A função  $f_1(z)$  assume o valor 1,0 para as regiões que contêm a grade do tipo I e 0,0 para as regiões que contêm a grade do tipo II. Essa função  $f_1(z)$  pode ser expressa por :

$$f_1(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m \exp \left( -j \frac{2pm}{(2^n - 1)\Lambda_a} z \right) \quad (2)$$

Baseando-se nos parâmetros acima definidos, analisar-se-ão grades de Bragg que utilizam seqüências PN.

### 3. ANÁLISE DA GRADE DE BRAGG

Baseando-se na teoria de modos acoplados proposta por Yariv e Yeh [8], espera-se que este tipo de grade de Bragg acople energia entre uma onda incidente e uma onda refletida. Desta forma, o sistema de equações de modos acoplados, para esta estrutura, pode ser expressa por,

$$\frac{dA^+}{dz} = K_1 A^- \left\{ jn_1 \Delta n_I \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m \exp \left[ j2p \left( \frac{2}{I} \bar{b} - \frac{1}{\Lambda_b} - \frac{m}{(2^n - 1)\Lambda_a} \right) z \right. \right. \\ \left. \left. - j\mathbf{f}_I \right] - jn_1 \Delta n_{II} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp \left[ j2p \left( \frac{2}{I} \bar{b} - \frac{1}{\Lambda_b} - \frac{m}{(2^n - 1)\Lambda_a} \right) z - j\mathbf{f}_{II} \right] \right\} \quad (3.1)$$

$$\frac{dA^-}{dz} = K_1^* A^+ \left\{ -jn_1 \Delta n_I \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m^* \exp \left[ -j2p \left( \frac{2}{I} \bar{b} - \frac{1}{\Lambda_b} - \frac{m}{(2^n - 1)\Lambda_a} \right) z \right. \right. \\ \left. \left. + j\mathbf{f}_I \right] + jn_1 \Delta n_{II} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m^* \exp \left[ -j2p \left( \frac{2}{I} \bar{b} - \frac{1}{\Lambda_b} - \frac{m}{(2^n - 1)\Lambda_a} \right) z + j\mathbf{f}_{II} \right] \right\} \quad (3.2)$$

onde  $A^+$  e  $A^-$  representam as amplitudes das ondas incidente e refletidas na grade de Bragg,  $K_1 = -jp/I\bar{b}$  é o coeficiente de acoplamento,  $I$  é o comprimento de onda de operação,  $\bar{b} = bI/2p$ ,  $b$  é a constante de propagação, e  $*$  denota o complexo conjugado. Os termos em que a condição de casamento de fase está longe de ser satisfeita não foram incluídos na equação acima. Sem perda de generalidade, considerar-se-á que  $\mathbf{f}_I = \mathbf{f}_{II} = 0$ . As variáveis  $c_m$  são dadas por  $c_m = b_m$  se  $m \neq 0$  ou  $c_0 = (1.0 - b_0)$  se  $m=0$ .

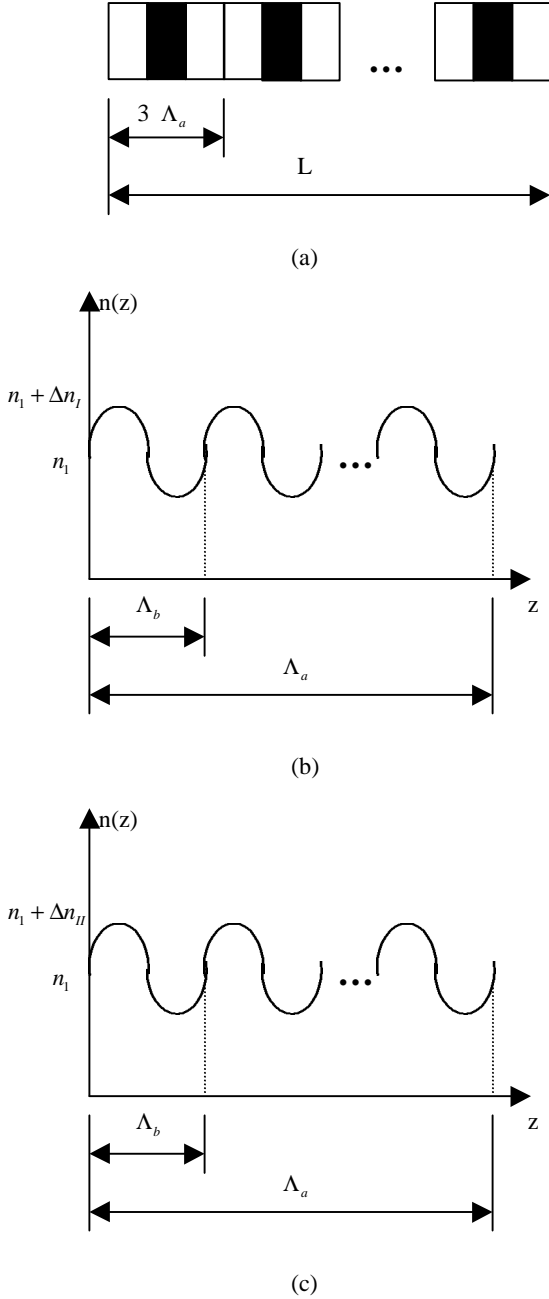
Por um argumento análogo ao apresentado por Yariv e Yeh [8], as ondas incidente e refletida só serão acopladas fortemente perto da ressonância. A condição de ressonância, ou de casamento de fase, diz que os termos mais importantes, para um dado comprimento de onda, são aqueles em que a relação  $2\bar{b}/I - 1/\Lambda_b - m/(2^n - 1)\Lambda_a = 0$  é aproximadamente satisfeita.

A refletividade da grade pode ser determinada a partir da condição  $A^+(0) = 1.0$  e  $A^-(L) = 0.0$ . Perante estas condições de contorno, a refletividade pode ser definida por,

$$R = \left| \frac{A^-(0)}{A^+(0)} \right|^2 \quad (4)$$

A refletividade representa a parcela da potência que retorna à fonte para um dado comprimento de onda. Supondo-se que as raias espectrais da refletividade estejam razoavelmente separadas, a refletividade pode ser aproximada por [6] [8]:

$$R = \frac{|C_{cm} \sinh(\mathbf{g}_{cm} L)|^2}{\mathbf{g}_{cm}^2 \cosh^2(\mathbf{g}_{cm} L) + \left[ \frac{\Delta b_{cm}}{2} \sinh(\mathbf{g}_{cm} L) \right]^2} \quad (5)$$



**Figura 1.** Grade PN de ordem 2. O retângulo branco representa uma grade do tipo I (b) enquanto o retângulo preto representa uma grade do tipo II (c). Ambas as grades possuem período  $\Lambda_b$  e comprimento  $\Lambda_a$ .

onde  $m$  é o inteiro em que a relação  $2\bar{b}/I - 1/\Lambda_b - m/(2^n - 1)\Lambda_a$  mais se aproxima de zero. A

variável  $C_{cm} = \frac{P}{I\bar{b}} n_1 b_m (\Delta n_I - \Delta n_{II})$ , se  $m \neq 0$ , ou

$C_{c0} = \frac{P}{I\bar{b}} n_1 (b_0 \Delta n_I + (1 - b_0) \Delta n_{II})$ , se  $m=0$ ,

$\Delta b_{cm} = 4p\bar{b}/I - 2p/\Lambda_b - 2pm/(2^n - 1)\Lambda_a$  e

$g_{cm} = \sqrt{|C_{cm}|^2 - (\Delta b_{cm}/2)^2}$ .

#### 4. RESULTADOS

Para simular alguns resultados, utilizou-se uma fibra com núcleo constituído por 4,1%  $GeO_2$ , 95,9%  $SiO_2$ , e uma casca constituída de sílica pura com um diâmetro de 6  $\mu m$ . Esta fibra é monomodo até aproximadamente 1100 nm. Para efeitos de simulação, considere que  $\Delta n_I = 5 \times 10^{-4}$  e  $\Delta n_{II} = 10^{-4}$ . Se o comprimento de onda central for 1550 nm, então a condição  $2\bar{b}/I - 1/\Lambda_b = 0$  implica em  $\Lambda_b = 536$  nm. Dado um espaçamento entre raias espectrais  $\Delta I$ ,  $\Lambda_a$  é dada por:

$$\Lambda_a \cong \frac{I^2}{2\Delta I(2^n - 1)\bar{b}} \quad (6)$$

Para um espaçamento de 5 nm,  $(2^n - 1)\Lambda_a = 156 \mu m$ .

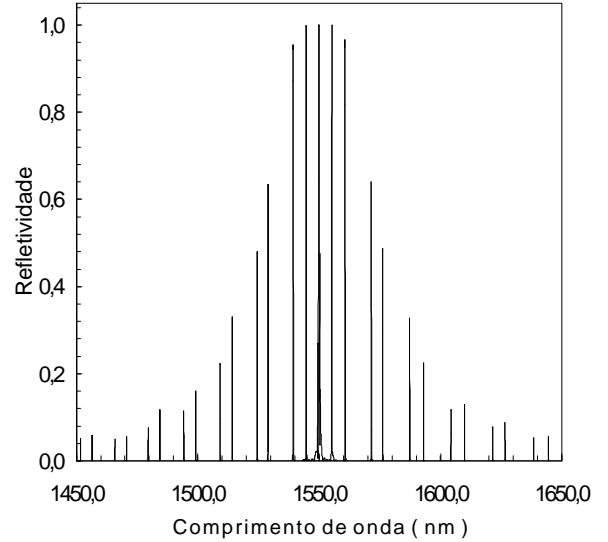
As Figuras 2 e 3 mostram as refletividades em função do comprimento de onda para grades de Bragg de ordem 2 ( $n=2$ ) e 3 ( $n=3$ ). O comprimento total  $L$  das grades de Bragg é igual a 2 cm. A separação entre as raias espectrais é da ordem de 5 nm. Os nulos de refletividade ocorrem para  $I = 1550 nm \pm k(2^n - 1)5 nm$ , onde  $k$  é um inteiro, porque os coeficientes da expansão em série de Fourier de  $f_1(z)$  são nulos para estes comprimentos de onda.

A partir destas figuras pode-se notar claramente que, ao se aumentar a ordem da função PN, desde que os demais parâmetros permanecem inalterados, a largura de faixa do espectro de refletividade aumenta, o que é esperado para funções pseudo-aleatórias. Nota-se claramente o "alargamento" das raias espectrais da Figura 3 em relação à Figura 2. O lóbulo principal possui  $2(2^n - 2) + 1$  raias espectrais, sendo que boa parte delas possui refletividade maior do que 0,50. A envoltória do espectro lembra uma função sinc, como era de se esperar para uma função PN.

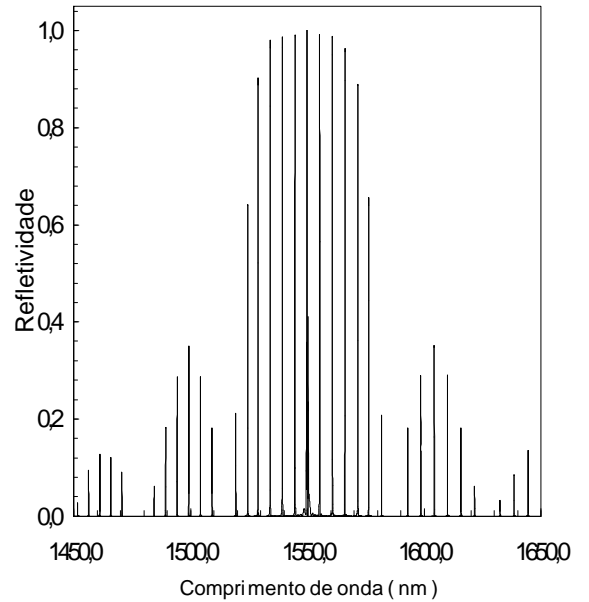
Um aumento do comprimento da grade, em geral, aumenta o valor da refletividade para todas as raias espectrais, com a limitação de que a máxima refletividade possível seja 1,0. Além disso, geralmente a largura espectral das raias laterais aumenta com o aumento do comprimento total  $L$ . Isso pode ser benéfico para as raias espectrais no lóbulo principal, mas pode se tornar indesejável para as raias nos lóbulos secundários.

Concluindo, funções PN permitem o controle da largura espectral de grades de Bragg passa-faixa, como foi mostrado

neste artigo. As aplicações possíveis desse dispositivo incluem amostrador de comprimento de onda, geradores de *sliced Wavelength Division Multiplexing*, etc.



**Figura 2.** Espectro de refletividade em função do comprimento de onda para uma grade de ordem 2.



**Figura 3.** Espectro de refletividade em função do comprimento de onda para uma grade de ordem 3.

## 4. CONCLUSÕES

Procurou-se mostrar, neste trabalho, as aplicações de funções pseudo-aleatórias no projeto de grades de Bragg passa-faixa. Essas grades possuem um espectro amostrado que apresenta um comportamento semelhante ao das funções PN e a largura de faixa das mesmas aumenta com o aumento da ordem desta função. Uma possível aplicação desse tipo de grade é a geração de *sliced Wavelength Division Multiplexing*. Estas grades podem ter aplicações potenciais tanto na área de sensores a fibra óptica quanto em telecomunicações.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho gostariam de agradecer o financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e do Centro Técnico Aeroespacial.

## 6. REFERÊNCIAS

- [1] Kashyap R. *Fiber Bragg gratings*. Academic Press, San Diego, 1999.
- [2] Othonos A., Kalli K. *Fiber Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*. Artech House, Norwood, 1999.
- [3] Vengsarkar A.M., Lemaire P. J., Judkins J.B., "Long period fiber gratings as band-rejection filters," *Journal of Lightwave Technology*, 14: 58-65, 1996.
- [4] Enomoto T., Shigehara M., Ishikawa S., Danzuka T., Kanamori H., "Long-period fiber grating in a pure-silica core fiber written by residual stress relaxation," *Proceedings of the Optical Fiber Conference*, San Jose, USA, 1998, pages 277-278
- [5] Kosinski S., Vengsarkar A. M., "Splicer-based long-period fiber gratings," *Proceedings of the Optical Fiber Conference*, San Jose, USA, 1998, pages 278-279.
- [6] Hattori H. T., Schneider V. M., Barbosa C. L., "Applications of pseudonoise (PN) sequences to fiber Bragg grating structures," *Microwave and Optical Technology Letters*, 24:244-247, 2000.
- [7] Jeruchim M.C., Balaban P., Shanmugan K. S., *Simulation of communication systems*, Plenum Press, New York, 1994.
- [8] Yariv A. and Yeh, P., *Optical waves in crystals*, John Wiley & Sons, New York, 1984.