

# ANÁLISE DE MULTIPLEXADORES ADD-DROP BASEADOS EM GRADES DE BRAGG

H. T. Hattori<sup>1</sup>, V. R. de Almeida<sup>2</sup>, C. L. Barbosa<sup>2</sup>, R. M. Cazo<sup>1</sup> e A. G. S. Marques<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Divisão de Eletrônica- Instituto Tecnológico de Aeronáutica

<sup>2</sup> Divisão de Fotônica-Instituto de Estudos Avançados  
CTA-São José dos Campos-SP

## RESUMO

Neste artigo, analisa-se um tipo de multiplexador add-drop em fibra óptica através da teoria de modos acoplados. A teoria de modos acoplados descreve tanto o acoplamento entre as ondas incidentes e refletidas quanto o acoplamento entre dois guias ópticos que formam o acoplador direcional usado no multiplexador add-drop. Este multiplexador permite a extração e inserção simultânea de um canal de comunicações em um sistema de W.D.M. O multiplexador a ser analisado possui duas grades de Bragg inscritas nos diferentes canais.

## 1. INTRODUÇÃO

Um sistema de W.D.M. (Wavelength Division Multiplexing) permite a transmissão de vários canais de telecomunicações multiplexados em diferentes comprimentos de onda, podendo atingir taxas de vários Terabits por segundo. Essa taxa de bits pode ser bem empregada em enlaces de comunicação entre duas regiões bastante povoadas, mas seria bastante sub-utilizada em regiões pouco habitadas. Imagine que um enlace óptico entre dois centros urbanos tenha uma estação repetidora numa cidade pequena. Essa cidade pequena teria uma necessidade de se comunicar com os centros urbanos mas não necessitaria de todo o tráfego telefônico entre estas duas metrópolis. Um multiplexador add-drop resolveria o problema dessa cidade pequena, pois permitiria a extração de um canal de W.D.M. (com informação destinada a esta cidade) e permitiria que essa cidade adicionasse um canal de informação que seria transmitido para o centro urbano de destino. Além disso, o resto da informação para o centro urbano de destino permaneceria inalterado.

Várias configurações de multiplexadores add-drop foram descritos na literatura. A configuração mais comum é aquela que utiliza um acoplador direcional com uma grade de Bragg em cada braço do acoplador [1]. Essa configuração foi uma das primeiras a ser utilizada e foi baseada em um acoplador de 3 dB [2]. Uma outra configuração proposta é do *grating frustated coupler*, proposto por Archimbault et al.[3]. Neste acoplador, uma grade de Bragg é escrita no núcleo de uma fibra de um acoplador de 100% de acoplamento. O canal a ser extraído vê um acoplador desbalanceado e portanto o acoplamento não ocorre. Uma terceira configuração de multiplexador add-drop usa dois guias assimétricos em cada braço e a grade só existe no braço secundário do acoplador. A grade de Bragg consegue criar condições para o casamento de fase entre as diferentes

constantes de propagação dos guias assimétricos [4]. Uma outra variação de multiplexadores add-drop baseados em acopladores foi demonstrada por Park et. al. [5] em que o multiplexador add-drop é baseado em interferômetros de Mach-Zehnder.

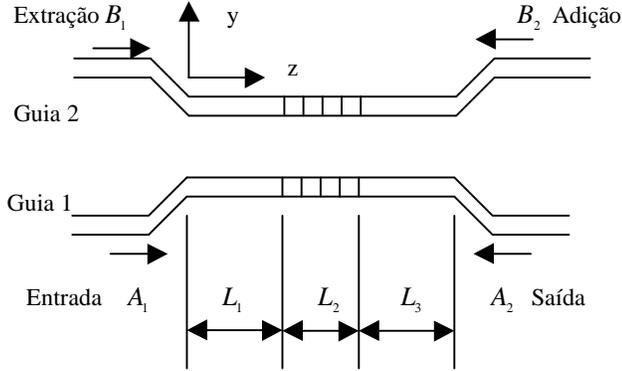
Os multiplexadores add-drop descritos anteriormente são construídos em guias monomodo. Existe ainda um esquema de multiplexador add-drop que funciona em um acoplador interferométrico multimodo [6]. Este multiplexador possui quatro portas (duas de entrada e duas de saída) ligados a um guia multimodo. Neste guia multimodo, uma grade de Bragg é inscrita para se fazer tanto a função de extração quanto de inserção de canais de WDM.

Este artigo restringirá sua análise ao multiplexador add-drop mais simples e a análise será baseada na teoria de modos acoplados. Futuramente, pretende-se implementar esse multiplexador add-drop mais simples, cuja teoria será apresentada neste artigo.

## 2. ANÁLISE DO MULTIPLEXADOR ADD-DROP

O multiplexador add-drop a ser analisado está mostrado na Figura 1. Ele consiste de um acoplador direcional com duas grades de Bragg, um em cada braço. A onda incidente com vários canais de WDM é designada por  $A_1$ , a onda refletida pela grade no braço principal por  $A_2$ , a onda refletida acoplada no braço secundário que irá ao terminal de extração é denominada por  $B_1$  e a onda que pode ser inserida no terminal add é denominada por  $B_2$ . A grade de Bragg em cada braço ocupa um comprimento  $L_2$ , mas o acoplador possui uma região de interação de comprimento  $L_1 + L_2 + L_3$ . Suponha que vários canais de WDM entrem no terminal de entrada. Destes canais, apenas um será refletido pela grade de Bragg no braço principal, os demais não serão refletidos pela grade e passarão inalterados para o terminal de saída. O sinal refletido pela grade de Bragg deveria idealmente ser acoplado ao terminal de extração, mas parte dele é refletido de volta em direção ao terminal de entrada. Desta forma, os demais canais continuam trafegando pelo acoplador (direção z positiva), enquanto um canal é refletido pela grade e extraído no terminal de extração. Da mesma forma, poder-se-ia inserir um canal no terminal de adição que seria refletido pela grade de Bragg e acoplado no terminal principal em direção à saída. O braço principal do

acoplador é designado como guia 1 e o braço secundário por guia 2.



**Figura 1.** Diagrama do multiplexador add-drop.

A análise a ser apresentada aqui segue de perto a análise apresentada por Orlov et al. [1]. Na região em que a grade de Bragg está presente, o sistema de equações de modos acoplados pode ser descrito por [1]:

$$\frac{dA_1}{dz} = -jK_{12}B_1 \exp(j\Delta\mathbf{b}_{12}z) - jK_1A_2 \exp(j\Delta\mathbf{b}_1z) \quad (1)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = jK_{12}B_2 \exp(-j\Delta\mathbf{b}_{12}z) + jK_1^*A_1 \exp(-j\Delta\mathbf{b}_1z) \quad (2)$$

$$\frac{dB_1}{dz} = -jK_{12}^*A_1 \exp(-j\Delta\mathbf{b}_{12}z) - jK_1B_2 \exp(j\Delta\mathbf{b}_2z) \quad (3)$$

$$\frac{dB_2}{dz} = jK_{12}^*A_2 \exp(j\Delta\mathbf{b}_{12}z) + jK_1^*B_1 \exp(-j\Delta\mathbf{b}_2z) \quad (4)$$

onde  $K_{12}$  é o coeficiente de acoplamento entre os guias 1 e 2 e  $K_1$  é o coeficiente de acoplamento da grade de Bragg. Além disso, os seguintes parâmetros são definidos:

$$\Delta\mathbf{b}_{12} = \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 \quad (5)$$

$$\Delta\mathbf{b}_1 = 2\mathbf{b}_1 - \frac{2\mathbf{p}}{\Lambda_a} \quad (6)$$

$$\Delta\mathbf{b}_2 = 2\mathbf{b}_2 - \frac{2\mathbf{p}}{\Lambda_a} \quad (7)$$

onde  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$  são as constantes de propagação nos guias 1 e 2, respectivamente, e  $\Lambda_a$  é o período espacial da grade de Bragg. Nas equações acima, foram desprezados os coeficientes de auto-acoplamento entre as amplitudes e o acoplamento entre as ondas

refletidas nos guias 1 e 2, por serem consideravelmente mais fracas do que os demais fatores.

Antes de se resolver o sistema de equações diferenciais acima, descrever-se-á rapidamente as grades de Bragg em fibras ópticas. As grades de Bragg são estruturas periódicas gravadas no núcleo de fibras ópticas dopadas com germânio através da exposição dessas fibras a raios ultravioleta. Para uma grade de Bragg simples, a variação do índice de refração do núcleo pode ser descrita por:

$$\Delta n = \Delta n_o \sin\left(\frac{2\mathbf{p}}{\Lambda_a} z + \mathbf{f}\right) \quad (8)$$

onde  $\Delta n_o$  é o pico da variação induzida pelo feixe ultravioleta e é da ordem de  $10^{-4}$  a  $10^{-3}$  e  $\mathbf{f}$  é uma fase constante para grades de Bragg comuns. A grade de Bragg irá refletir, para um determinado comprimento de onda óptico, de forma parcial ou completa, um sinal incidente na fibra. O coeficiente de acoplamento entre a onda incidente e a onda refletida na fibra pode ser escrito como, [7] [8]

$$K_i = j \frac{2}{\mathbf{b}_i} \left(\frac{\mathbf{p}}{\mathbf{I}}\right)^2 \Delta n_o n_{i_i} \quad (9)$$

onde  $\mathbf{b}_i$  é a constante de propagação do guia  $i$ ,  $i=1$  ou  $2$ , e  $n_{i_i}$  é a raiz quadrada da permissividade elétrica relativa do núcleo.

O coeficiente de acoplamento entre os dois guias ópticos do acoplador é dado por [7]:

$$K_{12} = \frac{\left(\frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{I}}\right)^2 \iint_s \bar{\mathbf{E}}_1^* \Delta n_b^2 \bullet \bar{\mathbf{E}}_1 dx dy}{\mathbf{b}_1 \iint_s \bar{\mathbf{E}}_1 \bullet \bar{\mathbf{E}}_1^* dx dy} \quad (10)$$

onde  $\mathbf{I}$  é o comprimento de onda de operação,  $\Delta n_b^2$  é a variação do índice de refração da fibra óptica 1 devido à presença do guia 2 [7],  $\bar{\mathbf{E}}_1$  é o campo elétrico transversal na fibra 1 na ausência do guia 2 e  $\bullet$  denota produto escalar. Yariv e Yeh [7] fazem algumas normalizações dos campos elétricos nos guias ópticos, mas estas normalizações não são realmente necessárias.

As equações (1-4) inicialmente são linearizadas através das seguintes transformações [1]:

$$A_1(z) = a_1(z) \exp\left(j \frac{\Delta\mathbf{b}_1}{2} z\right) \quad (11.1)$$

$$A_2(z) = a_2(z) \exp\left(-j \frac{\Delta\mathbf{b}_1}{2} z\right) \quad (11.2)$$

$$B_1(z) = b_1(z) \exp\left(j \frac{\Delta\mathbf{b}_2}{2} z\right) \quad (11.3)$$

$$B_2(z) = b_2(z) \exp\left(j \frac{\Delta \mathbf{b}_2}{2} z\right) \quad (11.4)$$

Através desta mudança de variáveis, obtém-se um sistema de quatro equações diferenciais,

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -j \frac{\Delta \mathbf{b}_1}{2} - jK_1 & -jK_{12} & 0 & 0 \\ jK_1^* & j \frac{\Delta \mathbf{b}_1}{2} & 0 & jK_{12} \\ -jK_{12}^* & 0 & -j \frac{\Delta \mathbf{b}_2}{2} & -jK_1 \\ 0 & jK_{12}^* & jK_1^* & j \frac{\Delta \mathbf{b}_2}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

O primeiro passo para se resolver este sistema de equações é encontrar os autovalores da matriz principal da equação (12). A determinação do autovalor da matriz principal resulta em um polinômio completo de quarta ordem. Manipulando este polinômio e observando termos semelhantes, chega-se em uma equação bi-quadrática. Após a manipulação deste polinômio, os autovalores são obtidos como,

$$r_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{|K_1|^2 - \left[ \sqrt{|K_{12}|^2 + \frac{\Delta \mathbf{b}_{12}^2}{4}} \pm \frac{1}{4} (\Delta \mathbf{b}_1 + \Delta \mathbf{b}_2) \right]^2} \quad (13)$$

Uma vez determinados os autovalores acima, pode-se expandir as amplitudes linearizadas por:

$$a_i(z) = \sum_{p=1}^4 C_{pi} \exp(r_p z) \quad (14.1)$$

$$b_i(z) = \sum_{p=1}^4 D_{pi} \exp(r_p z) \quad (14.2)$$

onde  $i=1,2$ ,  $C_{pi}$  e  $D_{pi}$  são constantes arbitrárias. Nem todas as constantes arbitrárias são variáveis independentes. Na realidade, apenas quatro dentre essas dezesseis variáveis são independentes, as relações entre as demais variáveis dependentes e essas quatro independentes são obtidas através do sistema de equações de modos acoplados. Para se determinar todas as variáveis desconhecidas, o seguinte procedimento é adotado [1]:

- Dado  $A_1(0)$  e supondo-se que  $B_1(0) = 0$ , determina-se o valor de  $A_1(L_1)$  e  $B_1(L_1)$ . Note que na região de  $0 \leq z \leq L_1$  a grade de Bragg não está presente e o único acoplamento de energia que ocorre é devido ao acoplador direcional.

- Supondo-se ainda que  $A_2(L_1 + L_2) = 0$  e  $B_2(L_1 + L_2) = 0$ , pode-se determinar as quatro variáveis independentes e, conseqüentemente as dezesseis variáveis desconhecidas (via sistema de equações de modos acoplados).

- Uma vez determinadas estas constantes, pode-se determinar facilmente  $A_2(L_1)$  e  $B_2(L_1)$ . Essas duas variáveis servem de condição de contorno para o acoplador direcional na região  $0 \leq z \leq L_1$ , permitindo a determinação de  $A_2(0)$  e  $B_2(0)$ .

O comprimento  $L_3$  serve para guiar os canais não refletidos pela grade de Bragg para o terminal de saída, devendo obedecer a condição de que  $|K_{12}|(L_1 + L_2 + L_3) = k\pi$ , onde  $k$  é um número inteiro. O procedimento descrito acima é bastante trabalhoso, por isso uma simplificação dessa análise é obtida ao considerar-se que os dois guias são iguais, de forma que  $\Delta \mathbf{b}_{12} = 0$  e  $\Delta \mathbf{b}_1 = \Delta \mathbf{b}_2$ . Neste caso, as amplitudes das ondas refletidas em  $z=0$  podem ser expressas por,[1]

$$B_2(0) = \frac{A_1(0) K_{12}^*}{2 |K_{12}|} \exp(-j \Delta \mathbf{b}_1 L_1) \\ xK_1^* \left[ \frac{\exp(-2j|K_{12}|L_1) \tanh(r_1 L_2)}{(-|K_{12}| - 0.5 \Delta \mathbf{b}_1) \tanh(r_1 L_2) + jr_1} - \frac{\exp(2j|K_{12}|L_1) \tanh(r_2 L_2)}{(|K_{12}| - 0.5 \Delta \mathbf{b}_1) \tanh(r_2 L_2) + jr_2} \right] \quad (15.1)$$

$$A_2(0) = \frac{A_1(0)}{2} \exp(-j \Delta \mathbf{b}_1 L_1) \\ xK_1^* \left[ \frac{\exp(-2j|K_{12}|L_1) \tanh(r_1 L_2)}{(-|K_{12}| - 0.5 \Delta \mathbf{b}_1) \tanh(r_1 L_2) + jr_1} + \frac{\exp(2j|K_{12}|L_1) \tanh(r_2 L_2)}{(|K_{12}| - 0.5 \Delta \mathbf{b}_1) \tanh(r_2 L_2) + jr_2} \right] \quad (15.2)$$

onde  $r_1 = \sqrt{|K_1|^2 - \left[ |K_{12}| + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{b}_1 \right]^2}$  e

$r_2 = \sqrt{|K_1|^2 - \left[ |K_{12}| - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{b}_1 \right]^2}$ . O termo  $B_2(0)$  representa o

signal que foi extraído e  $A_2(0)$  representa o sinal indesejado que retorna à fonte que gerou o feixe W.D.M. O nível relativo na saída de extração é definido por:

$$DO = \left| \frac{B_2(0)}{A_1(0)} \right|^2 \quad (16)$$

Da mesma forma, a perda de inserção pode ser definida por:

$$IL = \left| \frac{A_2(0)}{A_1(0)} \right|^2 \quad (17)$$

O valor de  $L_1$  deve ser escolhido de forma que o sinal refletido no braço principal seja nulo para o comprimento de onda central. Esta condição pode ser obtida a partir da equação (15.2), que resulta em,

$$\tan(2|K_{12}|L_1) = \frac{r}{|K_{12}|\tanh(rL_2)} \quad (18)$$

$$\text{onde } r = \sqrt{|K_{11}|^2 - |K_{12}|^2}.$$

### 3. RESULTADOS

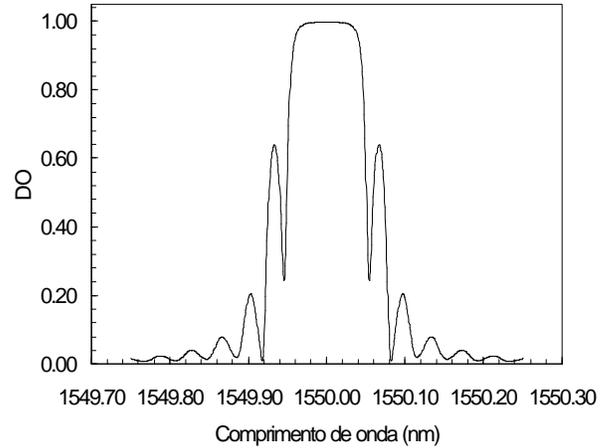
A fim de simular um multiplexador add-drop, escolheram-se duas fibra com núcleos constituídos por 4,1%  $GeO_2$ , 95,9%  $SiO_2$  e cascas constituídas por sílica pura. Os diâmetros das fibras são escolhidos como 6,0  $\mu m$ . Ambas as fibras são supostas iguais e assume-se que  $\Delta n_o = 10^{-4}$ . Para estes materiais e essa geometria,  $b_1 = b_2 = 5,86089 \times 10^6$  rad/m em 1550 nm, implicando em  $\Lambda_a = 536$  nm. O comprimento  $L_2$  é escolhido como 2,0 cm para que a grade tenha uma refletividade razoável no comprimento de onda central (1550 nm). Isso resulta em um valor do coeficiente da grade da ordem de  $|K_1| = 203,31 m^{-1}$ . Para efeitos de simulação, considere que o coeficiente de acoplamento do acoplador direcional seja  $|K_{12}| = 50,0 m^{-1}$ . Da equação (18), encontra-se que  $L_1 = 1,322$  cm. Da relação  $|K_{12}|(L_1 + L_2 + L_3) = p$ , obtém-se que  $L_3 = 2,96$  cm. Uma vez calculados todos estes parâmetros, o próximo passo é analisar o nível de saída de extração relativo e a perda de retorno em função do comprimento de onda.

A Figura 2 mostra o nível relativo da saída de extração em função do comprimento de onda. Note que o sinal do terminal de extração foi completamente extraído perto de uma faixa estreita ao redor do comprimento de onda central. A largura de faixa do dispositivo foi cerca de 0,20 nm, como pode ser observado nesta Figura. Depois de 0,50 nm afastado do comprimento de onda central, praticamente nenhuma potência será acoplada no terminal de extração. Da mesma forma, vê-se que este dispositivo praticamente extrairá apenas o canal centrado em 1550 nm, interferindo muito pouco com os demais canais.

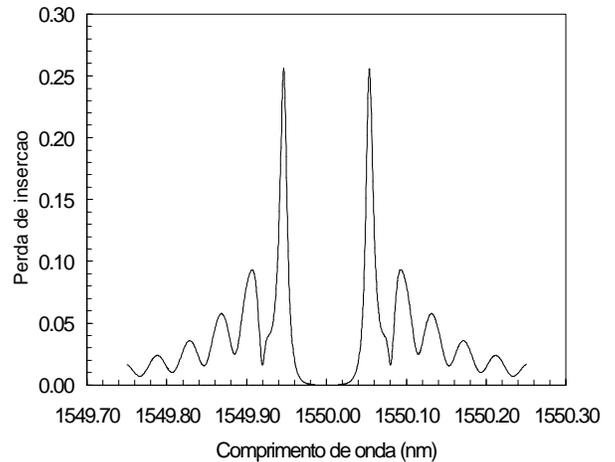
A Figura 3 mostra a perda de inserção em função do comprimento de onda. Esta perda de inserção, devido a uma

escolha correta de  $L_1$ , é praticamente zero na faixa ao redor do comprimento de onda central. Vê-se claramente que não há uma violação do princípio de conservação de energia se forem somadas as potências do terminal de extração e a potência refletida de volta à fonte. O pico da perda da inserção é nos extremos da banda de extração do add-drop.

Desta forma, mostrou-se o funcionamento básico de um multiplexador add-drop. Em um futuro próximo, pretende-se implementar este multiplexador add-drop, que possui diversas aplicações em sistemas de W.D.M.



**Figura 2.** Nível relativo da saída de extração em função do comprimento de onda. DO significa nível relativo da saída de extração.



**Figura 3.** Perda de inserção em função do comprimento de onda.

## 4. CONCLUSÕES

Neste artigo, analisou-se um multiplexador add-drop composto por duas fibras ópticas com grades de Bragg. Um acoplamento próximo a 100% no terminal de extração foi obtido perto do comprimento de onda central e quase nada fora deste lóbulo principal. Além disso, a teoria de modos acoplados se mostrou muito eficiente na análise deste multiplexador. Este multiplexador possui diversas aplicações em sistemas W.D.M., além de poder ser utilizado como filtro óptico.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Centro Técnico Aeroespacial pelo apoio financeiro a este projeto.

## 6. REFERÊNCIAS

- [1] Orlov S. S., Yariv A., and Van Essen S. "Coupled-mode analysis of fiber-optic add-drop filters for dense wavelength division multiplexing," *Optics Letters*, 22:688-690, 1997.
- [2] Biloudeau F., Johnson D. C., Theriault S., Malo B., Albert J. and Hill K. O., "An all-fiber dense-wavelength-division multiplexer/demultiplexer using photoimprinted Bragg gratings," *IEEE Photonics Technology Letters*, 7:388-390, 1995.
- [3] Archambault J. L., Russel P. St. J., Barcelos S., Hua P., and Reekie L., "Grating-frustrated coupler: A novel channel-dropping filter in single-mode optical fiber," *Optics Letters*, 19:1656-1658, 1994.
- [4] Dong L., Hua P., Birks T. A., Reekie L., and Russell P. St. J., "Novel add/drop filters for wavelength-division-multiplexing optical fiber systems using a Bragg grating assisted mismatched coupler," *IEEE Photonics Technology Letters*, 8:1656-1658, 1996.
- [5] Park K.N., Lee Y.T., Kim M.H., Lee K.S., and Won Y. H., "All-fiber drop-pass with fiber Bragg gratings," *IEEE Photonics Technology Letters*, 10: 555-557, 1998.
- [6] Augustsson T., "Bragg grating-assisted MMI -coupler for add-drop multiplexing," *Journal of Lightwave Technology*, 16:1517-1522, 1998.
- [7] Yariv A. and Yeh P., *Optical Waves in Crystals*, John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [8] Kashyap, R. *Fiber Bragg Gratings*, Academic Press, San Diego, 1999.