

DESEMPENHO DA CODIFICAÇÃO WAVELET EM SISTEMAS COM DIVERSIDADE SOBRE CANAIS SUJEITOS AO DESVANECIMENTO PLANO E RÁPIDO

Luiz Felipe Q. Silveira Juraci F. Galdino Gustavo M. Ferreira Francisco M. Assis

Laboratório de Comunicações, Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal da Paraíba - UFPB, Campina Grande, PB, Brasil
{lfelipe,galdino,waslon,fmarcos}@dee.ufpb.br

RESUMO

Nos sistemas de comunicações móveis, os sinais se propagam através de múltiplos percursos, efeito que degrada fortemente a qualidade do sinal na entrada dos receptores digitais. Algumas técnicas de codificação de canal aliadas a esquemas de diversidade têm sido desenvolvidas para tornar os sinais mais robustos aos efeitos do desvanecimento. Neste trabalho é avaliado o desempenho da codificação de canal bit-a-bit usando matrizes de coeficientes wavelets integrada a esquemas de diversidade temporal. Os resultados de simulação apresentados mostram um bom desempenho em canais sujeitos ao desvanecimento, considerando que o receptor tem perfeito conhecimento sobre o estado do canal.

1. INTRODUÇÃO

O rápido crescimento da comunicação sem fio requer um aumento na capacidade e melhoria no desempenho dos sistemas de transmissão [1], [2]. Entretanto, canais de comunicação móvel são caracterizados pelo efeito de múltiplos percursos de propagação. Tal efeito pode alterar de maneira significativa a amplitude do sinal, mesmo para uma pequena variação na distância ou orientação entre o transmissor e o receptor, comportamento que é comumente rotulado como desvanecimento.

Quando o desvanecimento compromete substancialmente a qualidade da transmissão, o uso de códigos combinados com esquemas de transmissão com diversidade é usualmente necessário [5]. A diversidade é caracterizada pelo fornecimento de réplicas do sinal transmitido ao receptor, dentre elas podem ser citadas: diversidade espacial, diversidade em frequência e diversidade temporal.

Em [3] os autores apresentam uma técnica de codificação de canal bit-a-bit que utiliza as linhas de uma matriz de coeficientes wavelets (MCW) integrada a esquemas de diversidade espacial. A codificação é baseada nas propriedades de ortogonalidade entre as linhas das MCW, denominadas de palavras-código, que mantêm-se ortogonais quando deslocadas e adicionadas.

Os principais benefícios da técnica apresentada em [3] são a simplicidade do processo de decodificação e os ganhos, medidos em termos da probabilidade de erro de bit, que podem ser obtidos em canais com desvanecimento do tipo Rayleigh. O desempenho da referida técnica foi avaliado em canais extremamente rápidos, onde os coeficientes de desvanecimento eram totalmente decorrelacionados, suposição bastante restritiva na prática.

Neste artigo é avaliado o desempenho da codificação de canal bit-a-bit usando matrizes de coeficientes wavelets integrada a esquemas de diversidade temporal em canais com desvanecimento rápido e plano.

A diversidade temporal é obtida transmitido parcelas do sinal em intervalos de tempo diferentes sem aumento de complexidade e sem diminuição da eficiência espectral do sistema. Adicionalmente, para aumentar o ganho de diversidade do sistema, utiliza-se o entrelaçamento das componentes dos símbolos da constelação de sinais durante o processo de modulação. Neste caso, a diversidade adicional é obtida induzindo um retardo na recepção, que é dado pela profundidade do entrelaçamento.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma: na Seção 2 são definidas as matrizes de coeficientes wavelets e apresentadas importantes propriedades dessas matrizes à codificação com wavelets. Nas Seções 3 e 4 são apresentados o processo de codificação e decodificação usando wavelets. Na Seção 5 apresenta-se o esquema de codificação com wavelets integrada com diversidade temporal. Nas Seções 6 e 7 são apresentados o modelo do canal considerado e os resultados das simulações. Finalmente, na Seção 8, são feitas as conclusões.

2. MATRIZES DE COEFICIENTES WAVELETS

Como apresentado em [6], [9] e [10], uma matriz de coeficientes wavelets (MCW) de ordem m e gênero g possui

dimensão m por mg , denotada por

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & \cdots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & \cdots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_0^{m-1} & \cdots & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

em que seus elementos podem pertencer ao corpo dos complexos ou dos números reais.

Em particular, quando esses elementos são números reais escolhidos do conjunto $\{1, -1\}$ e satisfazem às condições de escalonamentos das wavelets

$$\sum_k a_k^j = m\sqrt{g}\delta_{0,j} \quad (2)$$

$$\sum_k a_{k+m}^j a_{k+m'}^{j'} = mg\delta_{j,j'}\delta_{l,l'} \quad (3)$$

em que $\delta_{j,j'}$ é o delta de Kronecker, a matriz é denominada de MCW real plana.

Em particular, dada uma matriz de coeficientes wavelets, os vetores \mathbf{a}^0 e \mathbf{a}^s , com $s > 0$, representam o vetor escalonamento e os vetores wavelets respectivamente, sendo o primeiro, um filtro passa-baixa e os demais, filtros passa-altas, formando uma estrutura de banco de filtros de m bandas. A matriz MCW real mais simples é a matriz de Haar dada por

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

com ordem $m = 2$ e gênero $g = 1$.

Matrizes MCW reais de ordens maiores e gênero 1 são também conhecidas como matrizes de Hadamard ou matrizes de Walsh. O produto de tensores entre matrizes de Haar resulta em matrizes wavelets reais planas de maior ordem. Em [10] é apresentada uma operação de extensão que possibilita a construção de matrizes de gênero maior a partir de matrizes wavelets de menor gênero.

Apesar do algoritmo de codificação poder ser implementado usando-se qualquer MCW, neste artigo serão utilizadas apenas matrizes reais planas.

A Eq. 3 é a propriedade fundamental das WCM que torna possível a codificação de canal usando wavelets. Esta equação assegura que as linhas de uma matriz WCM de ordem m são mutuamente ortogonais quando deslocadas de km , sendo k um inteiro positivo. Além disso, essa equação estabelece que cada linha é ortogonal a si mesma, deslocada de km , para k inteiro não negativo.

3. CODIFICAÇÃO DE CANAL USANDO WAVELETS

No processo de codificação bit-a-bit, cada bit de informação é mapeado em uma linha da MCW. A construção de uma

matriz de codificação de ordem m é realizada de modo a satisfazer as relações de ortogonalidade apresentadas na Eq. 3. Dessa forma, as palavras-código wavelets podem ser somadas e sobrepostas, sem perder a ortogonalidade necessária na decodificação.

Tabela 1: Exemplo de Codificação Wavelet

1	2	3	4	...	$2g$	$2g+1$...
$x_1 a_0^0$	$x_1 a_1^0$	$x_1 a_2^0$	$x_1 a_3^0$...	$x_1 a_{2g-1}^0$
$x_2 a_0^1$	$x_2 a_1^1$	$x_2 a_2^1$	$x_2 a_3^1$...	$x_1 a_{2g-1}^1$
		$x_3 a_0^0$	$x_3 a_1^0$...	$x_3 a_{2g-3}^0$	$x_3 a_{2g-2}^0$...
		$x_4 a_0^1$	$x_4 a_1^1$...	$x_4 a_{2g-3}^1$	$x_4 a_{2g-2}^1$...
				...	\vdots	\vdots	
y_1	y_2	y_3	y_4	...	y_{2g}	y_{2g+1}	...

Para ilustrar o processo de codificação, considere um vetor x_n com n bits de informação gerados pela fonte, em que cada x_i pertence ao conjunto discreto $\{-1, +1\}$ e uma MCW real plana de ordem $m = 2$ e gênero g . Os intervalos de sinalização e os respectivos símbolos codificados y_n são apresentados, nas linhas inferior e superior da Tabela 1. A codificação de cada bit de informação x_i é apresentada na i -ésima linha abaixo da linha superior da Tabela 1. Para n ímpar, a codificação é iniciada no i -ésimo pulso de relógio e, para n par, inicia-se no $(i-1)$ -ésimo pulso de relógio. Finalmente, o símbolo codificado y_n é o resultado da soma dos elementos da n -ésima coluna da Tabela 1. O conjunto dos valores de y_n não está restrito aos valores ± 1 e depende dos valores de a_i^j . O símbolo a ser transmitido no i -ésimo pulso de relógio é dado por:

$$y_i = \sum_k x_{2k+1} a_{i-2k-1}^0 + x_{2k+2} a_{i-2k-1}^1. \quad (5)$$

Generalizando, para uma MCW real plana de dimensão $m \times mg$, os $mg+1$ possíveis símbolos codificados são

$$y_i \in \{-mg, \dots, -2k, \dots, 0, \dots, 2k, \dots, mg\}. \quad (6)$$

Considerando que os bits de informação são equiprováveis, os símbolos codificados são binomialmente distribuídos de acordo com a função densidade de probabilidade

$$\Pr(y_i = 2k - mg) = \binom{mg}{k} 0,5^{mg}, \quad 0 \leq 2k \leq mg. \quad (7)$$

4. DECODIFICADOR

Os bits da seqüência de mensagem são recuperados da seqüência de símbolos transmitidos por um correlator casado através da ortogonalidade entre os vetores linha da matriz wavelet. Um bit de informação x_i é identificado pelo sinal da saída da correlação entre a palavra-código wavelet e a

seqüência de símbolos recebida. De acordo com o processo de geração dos símbolos codificados apresentado na seção anterior, a saída do correlator casada com a palavra-código wavelet a_n^0 no instante de tempo i pode ser expressa por

$$z_i = \sum_{k=0}^{mg-1} y_{i-k} a_{(mg-1)-k}^0 \quad (8)$$

De acordo com a Tabela 1, tem-se que

$$z_i = \sum_k \{ (x_{i-(mg-1)} a_k^0) a_k^0 + (x_{i-(mg-2)} a_k^1) a_k^0 + (x_{i-(mg-3)} a_{k+2}^0) a_k^0 + \dots + (x_{i-(mg-3)} a_{k+(mg-3)}^1) a_k^0 \}. \quad (9)$$

Como a Eq. 3 garante que as palavras-código wavelets são ortogonais deslocadas de m , todos os termos da Eq. 9 se cancelam, exceto o primeiro. Assim, obtém-se

$$z_i = \sum_{k=0}^{mg-1} x_{i-k} a_k^0 a_k^0 = mg x_{i-(mg-1)} \quad (10)$$

e o símbolo decodificado será -1 se $z_i = -mg$, ou, $+1$ se $z_i = +mg$.

A correlação do vetor de símbolos codificados y_n com o vetor escalonamento a^0 resultará na decodificação dos bits da mensagem com número de seqüência ímpar. Já a correlação dos símbolos codificados com o vetor wavelet a^1 resultará na decodificação dos bits da mensagem com número de seqüência par.

O atraso total do código é $mg - 1$. Assim, o uso de palavras-código longas resulta em um aumento no tempo de atraso.

No processo de decodificação são necessários mg correladores. Contudo, a simplicidade computacional da decodificação justifica o uso desse método de codificação em comparação, por exemplo, com códigos em treliça e códigos convolucionais que requerem esquemas de decodificação mais complexos ou que necessitem de mais memória.

5. CODIFICAÇÃO WAVELET COM DIVERSIDADE TEMPORAL

Considere inicialmente o processo de codificação descrito na Seção 3, para uma matriz de ordem $m = 2$ e gênero g . Separando a Eq. 5 em dois somatórios, tem-se que

$$y_i^1 = \sum_k x_{2k+1} a_{i-2k-1}^0 \quad (11)$$

$$y_i^2 = \sum_k x_{2k+2} a_{i-2k-1}^1 \quad (12)$$

os bits de informação gerados nos intervalos ímpares são codificados através da multiplicação pelos coeficientes do

filtro passa-baixa e aqueles gerados nos intervalos pares são codificados através da multiplicação pelos coeficientes do filtro passa-alta. Generalizando este esquema, para uma matriz MCW real plana $m \times mg$, um símbolo codificado é formado a partir do somatório de m parcelas. Por exemplo, as Eq. 11 e 12, para $m = 2$. Os $g + 1$ valores possíveis de cada parcela são

$$y_i \in \{-g, \dots, -2k, \dots, 0, \dots, 2k, \dots, g\}. \quad (13)$$

Cosiderando que os bits de informação são equiprováveis, os símbolos codificados y_i^j resultantes de cada somatório, terão a seguinte distribuição de probabilidade binomial

$$\Pr(y_i^j = 2k - g) = \binom{g}{k} 0,5^g, \quad 0 \leq 2k \leq g. \quad (14)$$

Na Fig. 1(a) está ilustrado o sistema de transmissão com codificação wavelet e diversidade espacial proposto em [3]. Neste sistema, cada um dos m símbolos codificados, y_i^j , é mapeado em uma constelação M-PSK multinível e transmitido, simultaneamente por uma das m antenas.

Na Fig. 1(b) é apresentado o sistema aqui proposto que integra a codificação com wavelets com diversidade temporal. Neste sistema, os símbolos codificados y_i^j são mapeados em uma constelação M-PSK multinível com $g + 1$ símbolos, entrelaçados de acordo com o esquema apresentado em [4] e transmitidos por uma única antena em m instantes de transmissão distintos. Note que neste esquema de transmissão, não há perda de eficiência espectral, visto que cada uma das m palavras-código ortogonais da matriz MCW codifica independentemente $1/m$ dos bits gerados pela fonte.

Para o exemplo apresentado na Seção 3, metade dos bits são codificados pela primeira linha da matriz e a outra metade, pela segunda linha da matriz, de forma que os símbolos, y_i^1 e y_i^2 , gerados pelas duas palavras-código ortogonais, encontram-se separados em duas bandas espectrais, que juntas ocupam a mesma banda dos símbolos y_i .

A constelação M-PSK multinível foi construída levando-se em consideração as probabilidades de ocorrência dos símbolos codificados descritas pela Eq. 14, a maximização da distância euclidiana entre os pontos da mesma e a diversidade de componentes dos seus pontos.

No receptor, para cada intervalo de sinalização i , as estimativas dos sinais transmitidos nos m instantes de transmissão são somadas e as estimativas dos símbolos y_i são então decodificados de acordo com o processo descrito na Seção 4.

6. O MODELO DO CANAL

Para o modelo do sistema de comunicação aqui proposto, considera-se apenas uma antena de transmissão e uma an-

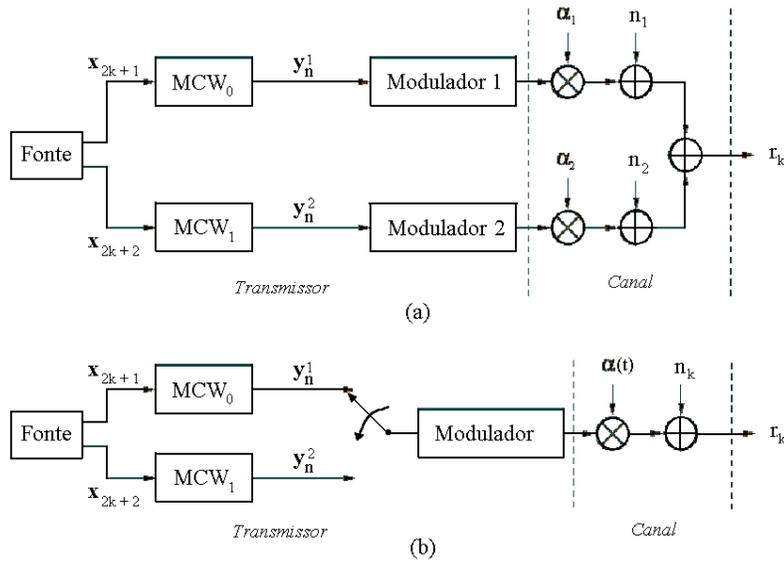


Figura 1: (a) Sistema de transmissão com codificação wavelet de canal e diversidade espacial. (b) Sistema de transmissão com codificação wavelet de canal e diversidade temporal. O bloco MCW_0 representa a filtragem passa-baixa e o bloco MCW_1 a filtragem passa-alta.

tena de recepção. O sinal recebido em banda básica é dado por

$$r(t) = \alpha(t)s(t) \sum_{j=1}^m A_j + n(t). \quad (15)$$

onde m é o número de parcelas obtidas em cada intervalo de codificação i conforme apresentado na Seção 3.

O sinal do j -ésimo instante de transmissão é um sinal M-PSK multi-nível, em que A_j é a amplitude do sinal, $s(t)$ é um pulso limitado em banda, o fator multiplicativo $\alpha(t)$ representa a resposta impulsional do canal no instante de tempo t , $n(t)$ é o ruído gaussiano branco complexo com média nula e densidade espectral de potência $N_0/2$ por dimensão.

Neste trabalho $\alpha(t)$ é modelado por um processo gaussiano estacionário em sentido amplo com densidade espectral de potência dada por

$$G(f) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{f}{f_D})^2}}, & \text{se } |f| \leq f_D \\ 0, & \text{se } |f| > f_D, \end{cases} \quad (16)$$

em que f_D é o máximo desvio doppler [11].

Nos esquemas discutidos, o receptor tem informação perfeita sobre o estado do canal. O objetivo aqui é o de avaliar o efeito da correlação no canal de comunicação, aspecto que não foi considerado em [3], posteriormente, pretende-se combinar os esquemas aqui discutidos com técnicas de estimação de canal.

7. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nas Figs. 2 e 3 são apresentados os resultados das simulações realizadas. Utilizou-se um sistema de referência não codificado para comparação com os sistemas codificados. Nesse sistema de referência, os bits de informação são modulados com modulação BPSK e transmitidos por uma antena ($L = 1$). Os esquemas codificados foram simulados utilizando-se MCW de posto $m = 4$ e gênero $g = 4$ e entrelaçamento com profundidade de 100 símbolos.

A Fig. 2 apresenta uma comparação entre o sistema com codificação wavelet e diversidade espacial, com quatro antenas na transmissão ($L = 4$), proposto em [3], e o sistema com codificação wavelet e diversidade temporal, proposto neste artigo. Neste caso, ambos os sistemas foram simulados em um canal com desvanecimento rayleigh descorrelacionado.

Observa-se que para uma SNR menor ou igual a 15 dB, o sistema com quatro antenas apresentou o mesmo desempenho que o sistema com apenas uma antena e diversidade temporal. Em particular, para uma probabilidade de erro de 10^{-6} , observa-se que o desempenho do sistema com diversidade espacial foi aproximadamente 1dB superior ao desempenho do sistema aqui proposto.

Na Fig. 3 são apresentados os resultados das simulações do sistema com codificação e diversidade temporal e do sistema de referência. Esses resultados foram obtidos considerando $f_D = 100$ Hz e taxa de transmissão igual a 24300 símbolos por segundo. Esta curva mostra que o sistema codificado proporciona um bom ganho de desempenho em

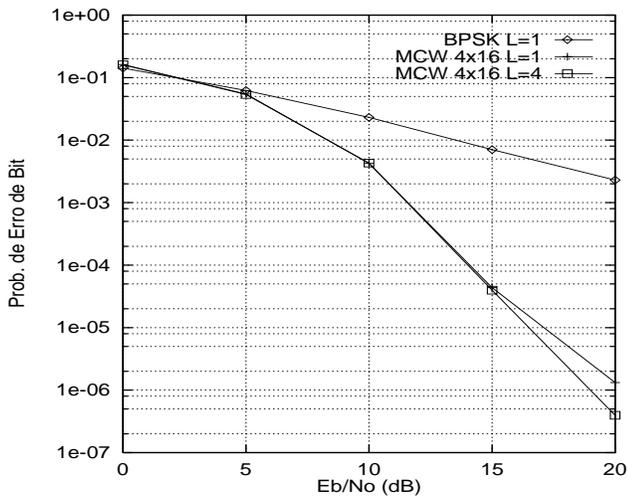


Figura 2: Probabilidade de erro de bit para os sistemas com diversidade temporal ($L = 1$) e diversidade espacial ($L = 4$) em canais com desvanecimento não-correlacionado.

relação ao desempenho obtido pelo sistema de referência. Em particular, para a taxa de erros de bit 10^{-4} , verifica-se que o sistema com codificação apresentou um ganho de aproximadamente 14 dB.

Comparando os resultados apresentados nas Figs. 2 e 3 para o sistema com codificação wavelet e diversidade temporal, observa-se uma queda de desempenho quando o sistema é simulado em canais com coeficientes de desvanecimento correlacionados. Algumas soluções para esta queda de desempenho já estão sendo verificadas e acredita-se que a implementação dessas soluções permitam melhorar sensivelmente o desempenho desses esquemas.

8. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentada uma técnica de modulação codificada usando wavelets para transmissão em canais submetidos a desvanecimento plano e rápido. Os resultados obtidos utilizando simulação em computador indicam que a nova técnica pode ser promissora em vista da ortogonalidade inerente entre seqüências codificadas usando matrizes wavelets. As simulações foram realizadas admitindo-se o conhecimento perfeito do estado do canal com o objetivo de avaliar o impacto da correlação da resposta ao impulso do canal sobre o desempenho do sistema proposto. Em trabalhos futuros pretende-se incorporar técnicas de estimação de canal.

O sistema inclui um mapeamento das saídas codificadas via wavelets em uma constelação de sinais cuja escolha foi realizada de modo empírico, visando a maximização da distância média euclidiana sujeita a uma determinada energia média (unitária). Os resultados das simulações per-

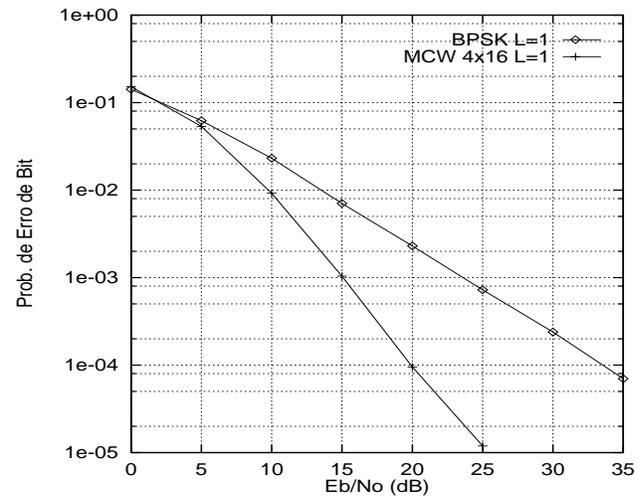


Figura 3: Probabilidade de erro de bit para canais com máximo desvio doppler $f_D = 100$ Hz.

mitiram observar que a escolha da constelação é um ponto bastante importante que deve ser explorado em trabalhos subsequentes, em particular sob enfoque analítico.

9. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de expressar os agradecimentos ao CNPq e a CAPES pelo apoio financeiro ao trabalho e a Waslon Terllizzie A. Lopes pelos comentários e sugestões.

10. REFERÊNCIAS

- [1] J. H. Winters and R. D. Gitlin. "The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communications Systems". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 1740–1751, February/March/April 1994.
- [2] C. H. Gowda, V. Annampedu and R. Viswanathan. "Diversity Combining in Antenna Array Base Station Receiver for DS/CDMA System". *IEEE Communications Letters*, vol. 2, no. 7, July 1998.
- [3] G. M. Ferreira, W. T. A. Lopes and F. M. Assis. "Codificação wavelet aplicada a sistemas com diversidade espacial sobre canais sujeitos ao desvanecimento rayleigh". *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRT 2000*, Setembro 2000.
- [4] W. T. A. Lopes and M. S. Alencar. "Space-Time coding performance improvement using a rotated constellation". *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRT 2000*, Setembro 2000.

- [5] G. A. Silva and F. M. Assis. “Using space-time TCM with rotated constellations for transmission over mobile communications channels”. *Electronic Letters*, vol. 35, no. 6, pp. 454–455, March 1999.
- [6] M. A. Tzannes and M. C. Tzannes. “Bit-by-bit channel coding using wavelets”. *Proceedings of the IEEE GLOBECOM’92*, pp. 684–688, April 1992.
- [7] V. M. Silva and E. S. Sousa. “Fading-resistant transmission from several antennas”. *Proc. of 6th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pp. 1218–1222, 1995.
- [8] M. D. Trott, G. W. Wornell and A. Narula. “Performance limits of coded diversity methods for transmitter antenna arrays”. *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2418–2433, November 1999.
- [9] P. Heller, H. L. Resnikoff and R. O. Wells Jr. “Wavelet matrices and the representation of discrete functions”. In C. K. Chui, editor, *Wavelets - A Tutorial in Theory and Applications*, pp. 15–50. Academic Press, Cambridge, MA, 1992.
- [10] H. L. Resnikoff and R. O. Wells Jr. *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*. Springer-Verlang, 1998. ISBN 0-387-98383-X.
- [11] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, 1989.