

UM EQUALIZADOR HÍBRIDO RNN/LTE

Magno T. Madeira da Silva¹, Max Gerken² *

Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

<<http://www.lcs.poli.usp.br>>
{magno, mgk}@lcs.poli.usp.br

RESUMO

É proposto um equalizador híbrido formado a partir de um equalizador linear transversal e de uma rede neural recorrente. Ele se caracteriza por: 1) possuir na pior das hipóteses um desempenho muito próximo ao da melhor das sub-estruturas que o compõem sendo melhor que cada uma delas em situações críticas; 2) ter uma complexidade computacional que torna a sua implementação viável; 3) ser adaptativo, e 4) ter um bom desempenho em situações desfavoráveis como por exemplo canais com fase não-mínima, com nulos espectrais pronunciados ou mesmo com não-linearidades. É mostrado ainda que, com a estrutura proposta, a adaptação dos coeficientes pode ser feita utilizando-se os algoritmos LMS e RTRL. São também apresentados resultados de simulações considerando canais fixos e canais variantes no tempo, lineares e não-lineares, procurando mostrar o bom desempenho do equalizador proposto.

1. INTRODUÇÃO

A equalização adaptativa é uma técnica largamente empregada em comunicações digitais para minorar os efeitos indesejáveis da interferência intersimbólica do canal de transmissão. Em muitas situações, por exemplo quando os canais não são de mínima fase ou quando possuem nulos espectrais ou ainda não-linearidades, as soluções convencionais apresentam limitações: o equalizador linear e o equalizador linear com realimentação de decisões apresentam um desempenho sub-ótimo e equalizadores ótimos baseados nos critérios de Bayes ou da máxima verossimilhança (p. ex. algoritmo de Viterbi) possuem alta complexidade computacional. Além disso, equalizadores baseados no algoritmo de Viterbi apresentam uma dependência, muitas vezes indesejável, do modelo do canal.

A detecção de símbolos na saída de canais de comunicação pode ser interpretada como um problema de classificação não-linear que exige a utilização de soluções adaptativas. Este fato motiva a utilização de estruturas

não-lineares como redes neurais para a sua solução [1]. Além disso, na presença de ruído Gaussiano, detectores Bayesianos ótimos podem ser implementados por redes neurais RBF (*Radial Basis Function*). Em geral classificadores baseados em redes neurais não exigem informações sobre o canal e não impõem restrições sobre o modelo de geração dos sinais em questão, como por exemplo a linearidade. Desta forma, em muitas situações eles têm potencial para apresentar um desempenho melhor do que os equalizadores convencionais. Por outro lado, considerando redes neurais do tipo MLP (*Multilayer Perceptrons*), RBF e SOFM (*Self-Organized Maps*), o problema de equalização exige redes neurais de complexidade bastante elevada que apresentam tempos de treinamento excessivos. Quanto mais geral a rede, isto é, quanto maior é a sua capacidade de resolver um problema genérico de classificação, maior vai ser o número de nós necessários e maior é o tempo de treinamento. Assim, uma sistemática menos ambiciosa do que procurar a rede não-linear que resolva completamente o problema da equalização é a de utilizar estruturas não-lineares menos complexas para melhorar o desempenho dos equalizadores convencionais. Procura-se assim obter estruturas cuja implementação prática seja viável.

Com este espírito muitos autores propuseram estruturas híbridas constituídas da junção de uma estrutura linear como o LTE (*Linear Transversal Equalizer*) e de estruturas não-lineares como as redes neurais [1], [7]. Surgiram também variações destas quando se utiliza realimentação de decisões. Em [7] foram apresentadas algumas estruturas híbridas utilizadas na equalização de canais de satélite. Essas estruturas consistem basicamente do LTE em série com uma rede RBF ou MLP utilizando ou não realimentação de decisões. Os resultados das simulações lá apresentados evidenciam que a utilização de uma estrutura híbrida garante um bom desempenho na equalização de canais não-lineares. Estes equalizadores híbridos, porém, possuem complexidades computacionais elevadas impostas pelo uso das redes RBF e MLP. Por outro lado, foi proposta em [4], [5] a utilização da rede neural recorrente (RNN - *Recurrent Neural Network*) para o problema da equalização. Esta

*Este trabalho foi financiado pela FAPESP¹ (proc. 00/12350-6) e CNPq² (proc. 300521/92-8).

rede se destaca por sua baixa complexidade. Resultados de simulações apresentados em [10] comprovaram tanto um bom desempenho do ponto de vista das taxas de erro de símbolo como também uma baixa complexidade computacional do algoritmo de treinamento utilizado (RTRL - *Real Time Recurrent Learning*) quando comparada com outras redes neurais. Considerando este equalizador e o LTE/DFE (*Linear Transversal Equalizer / Decision Feedback Equalizer*), observou-se em inúmeras situações que quando um apresentava um desempenho pobre o outro apresentava um bom desempenho. Esta observação motivou o desenvolvimento de um equalizador que procura aproveitar a simplicidade e o bom desempenho de ambas as estruturas.

Considerando o cenário exposto, neste trabalho é proposto um equalizador híbrido formado a partir do LTE e da RNN. Inicialmente é feita uma breve descrição da RNN. Em seguida descreve-se o equalizador híbrido proposto sendo também apresentados resultados de simulações considerando canais fixos e variantes no tempo, lineares e não-lineares. Além disso, é feita uma comparação de complexidades do equalizador híbrido com o DFE e com o equalizador baseado na RNN.

2. ESQUEMA DE EQUALIZAÇÃO UTILIZADO

O esquema de equalização aqui considerado é mostrado na Fig. 1, sendo que $H(z)$ é a transformada-Z da resposta ao pulso unitário finita (FIR) do modelo do canal, $\eta(n)$ é um ruído branco Gaussiano adicionado à saída $x(n)$ do canal para obter o vetor de observação $\mathbf{u}(n) = [u(n) u(n-1) \dots u(n-M_f+1)]^T$ usado na estimativa do símbolo transmitido $a(n-\tau_d)$ (atrasado de τ_d amostras). No treinamento, o sinal $a(n-\tau_d)$ é usado como sinal de referência e após esta fase, a própria estimativa $\hat{a}(n-\tau_d)$ é utilizada no cálculo do erro $e(n)$ que por sua vez é utilizado na atualização dos parâmetros do equalizador. O equalizador em questão pode ser formado tanto por uma rede linear como por uma não-linear. O LTE, por exemplo, é formado por um combinador linear sem realimentação de decisões passadas enquanto o DFE faz uso desse tipo de realimentação, mostrada em destaque na figura. No caso de redes não-lineares as mais utilizadas são as redes MLP, RBF, SOFM e RNN.

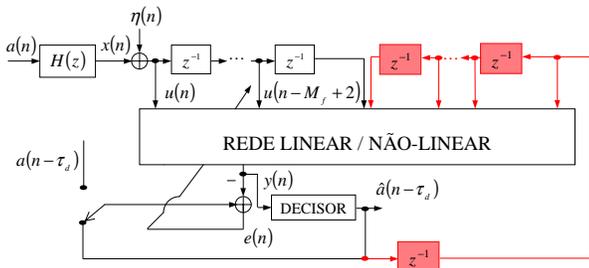


Fig. 1. Esquema empregado para equalização adaptativa.

3. A REDE NEURAL RECORRENTE (RNN)

Uma RNN de M entradas externas tem em geral N unidades completamente interconectadas [4]. Um exemplo com $N = 3$ é mostrado na Fig. 2. No caso de uma

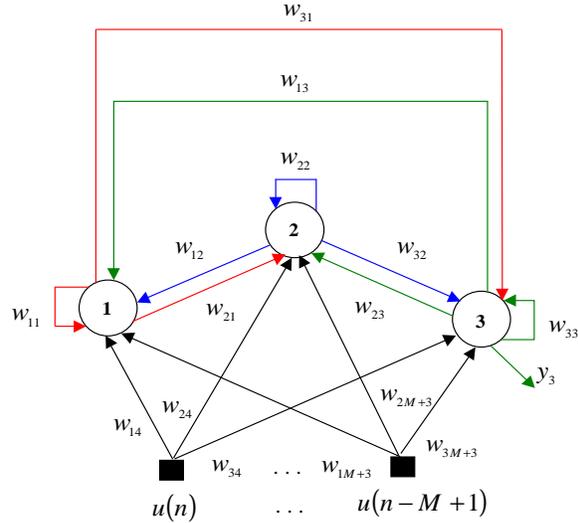


Fig. 2. RNN com $N = 3$, M entradas e saída y_3 .

RNN, a saída de uma unidade no tempo $n + 1$ depende das entradas externas do instante de tempo anterior ($u(n - k)$, $k = 0, \dots, M - 1$) e também das saídas anteriores de todas as unidades ($y_k(n)$, $k = 1, \dots, N$). Na saída de cada neurônio existe uma não-linearidade do tipo sigmoidal e na Fig. 2 foram omitidos os atrasos existentes nas conexões entre neurônios.

4. O EQUALIZADOR HÍBRIDO PROPOSTO

O equalizador híbrido proposto (Fig. 3) é formado a partir de um combinador linear (CL) conectado a duas linhas de atraso que constituem a sub-estrutura LTE. A entrada desta sub-estrutura é formada pelo vetor de saída do canal afetado de ruído $\mathbf{u}(n)$ de dimensão M_f e pelo vetor de saída da RNN de dimensão M_b . Já as entradas da sub-estrutura RNN são dadas pelo mesmo vetor de saída $\mathbf{u}(n)$ do canal e por um vetor de dimensão M_r formado por decisões passadas realimentadas. Utiliza-se portanto a realimentação de decisões (DF - *Decision Feedback*) para a RNN. Descrições de cada uma destas sub-estruturas podem ser encontradas em [4], [3] e [10]. Resultados de simulações mostram que o equalizador híbrido da Fig. 3, em que se faz realimentação de decisões na RNN, tem em geral um desempenho melhor do que quando não se faz esta realimentação ($M_r = 0$).

4.1. O ALGORITMO DE TREINAMENTO

O treinamento do equalizador híbrido proposto pode ser feito utilizando o algoritmo RTRL [4], [5] para a adaptação dos parâmetros da RNN e o LMS [2] para atualização dos

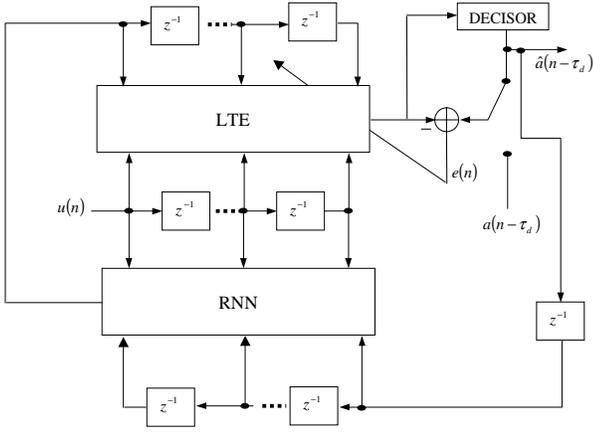


Fig. 3. Diagrama do equalizador híbrido proposto considerando DF na RNN.

pesos do LTE que é formado por um combinador linear e duas linhas de atraso. O único problema a ser considerado é a propagação do erro para a adaptação dos parâmetros da RNN. Considerando-se o equalizador híbrido da Fig. 3, vamos supor inicialmente que não haja erro na RNN e que a saída do LTE é o próprio sinal desejado (Fig. 4-a). Supondo que haja erro na RNN, obtém-se na saída do LTE o sinal desejado $d(n)$ menos o sinal de erro $e(n)$ (Fig. 4-b). Subtraindo os esquemas das figuras 4-a e 4-b, obtém-se a Fig. 4-c e o sinal de erro pode ser descrito pela expressão

$$e(n) = \sum_{k=M_f}^{M_f+M_b-1} w_k(n) e_{\text{RNN}}(n-k-M_f),$$

sendo w_k , $k = M_f, M_f+1, \dots, M_f+M_b-1$ os pesos do LTE correspondentes à parcela da entrada vinda da RNN, M_f o número de entradas que constituem a saída do canal afetada de ruído e M_b o número de entradas que correspondem à saída da RNN.

A partir desta equação, pode-se calcular o erro da RNN como

$$e_{\text{RNN}}(n) = \frac{e(n) - \sum_{k=M_f+1}^{M_f+M_b-1} w_k(n) e_{\text{RNN}}(n-k-M_f)}{w_{M_f}(n)}.$$

Observando a equação anterior, nota-se que há um problema de divisão por zero, quando $w_{M_f}(n)$ for nulo. Dessa forma, a fim de evitar este problema e diminuir a complexidade computacional do algoritmo de treinamento da estrutura híbrida, considerou-se simplesmente $e_{\text{RNN}}(n) = e(n)$, sendo $w_{M_f}(n) = 1$ tanto para o caso real como para o complexo. A partir de simulações, verificou-se que esta simplificação não introduz mudanças significativas no desempenho do equalizador desde que os valores extremos da não-linearidade do neurônio de saída da RNN tenham valores compatíveis com os níveis dos sinais em questão.

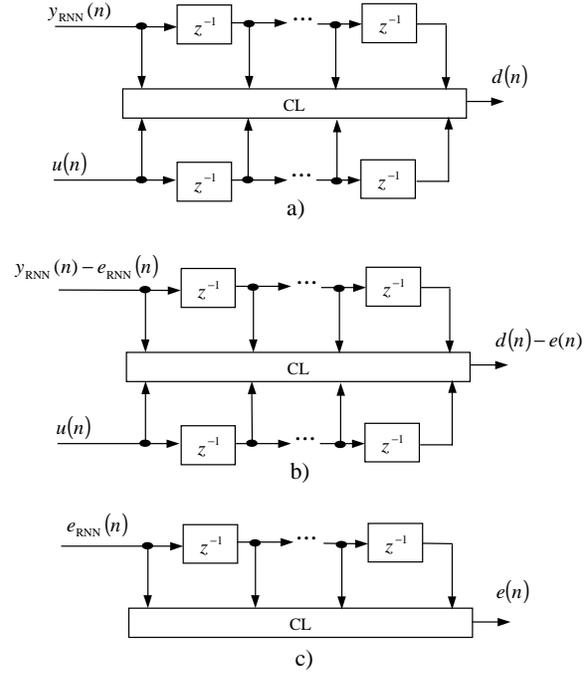


Fig. 4. Propagação do erro para adaptação da RNN.

A complexidade computacional do algoritmo de treinamento do equalizador híbrido como um todo corresponde à soma das complexidades computacionais dos algoritmos utilizados no treinamento de cada sub-estrutura considerada separadamente desde que se use a propagação de erro para a RNN da forma simplificada. Neste trabalho, como foi dito anteriormente, foi utilizado o algoritmo RTRL no treinamento da RNN e o algoritmo LMS no treinamento do LTE. No entanto, outras combinações de algoritmos podem ser usadas com esta finalidade. Em [6] são apresentados vários algoritmos para o treinamento de redes neurais recorrentes que por sua vez podem ser combinados com algoritmos adaptativos mais complexos (para o LTE) como os baseados no método dos mínimos quadrados [2]. Porém num estudo inicial foram escolhidos os algoritmos mais conhecidos para o treinamentos de cada sub-estrutura.

Na prática se deseja utilizar este equalizador em tempo real. Assim, é desejável que além de ter uma baixa complexidade computacional ele tenha também uma alta velocidade de convergência. Para que esta última condição seja mantida, os passos de adaptação do LMS e do RTRL devem ser tomados da mesma ordem de grandeza (0,01, por exemplo). Há situações, no entanto, em que é conveniente aumentar o passo de aprendizagem do RTRL tornando-o cerca de 10 vezes maior que o passo do LMS. Na Tabela I é mostrada a complexidade computacional dos algoritmos RTRL e LMS para sinais reais. A complexidade do algoritmo de treinamento do equalizador híbrido corresponde à soma das complexidades de cada algoritmo considerado se-

paradematicamente sendo que há uma soma a menos no algoritmo global se a propagação simplificada de erro for considerada. Nesta tabela, N é o número de unidades da RNN, M_f é o número de entradas da RNN e do LTE correspondentes à saída do canal, M_b é o número de entradas do LTE correspondentes à saída da RNN e finalmente M_r é o número de entradas da RNN originadas da realimentação de decisões.

Op.	RTRL	LMS
×	$(M_f + M_r)[N^2(N + 1) + 2] + (N + 1)(N^3 + 1) + 2N^2$	$2(M_f + M_b) + 1$
NL	$2N$	-
+	$(M_f + M_r)N(N^2 - N - 3) + (1 - N)(1 - N^3) + 3N^2$	$2(M_f + M_b)$

Tabela I

COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DOS ALGORITMOS RTRL E LMS PARA SINAIS REAIS.

No caso de sinais complexos foram utilizadas a versão complexa do algoritmo RTRL apresentada em [5] e a versão complexa do algoritmo LMS apresentada em [2].

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nas simulações foram utilizados um canal de rádio digital [8], [9], variações deste e também canais variantes no tempo [11] cujas características podem ser vistas na Tabela II. Para os canais \mathcal{H}_3 e \mathcal{H}_4 , T é o número de amostras que controla a variação no tempo dos coeficientes do canal. Nas simulações foi considerado $T = 3000$ amostras. Os coeficientes $h_0(n)$, $h_1(n)$ e $h_2(n)$ do canal \mathcal{H}_5 são obtidos da filtragem de um ruído branco gaussiano por um filtro de Butterworth de 2^a ordem que é projetado para, operando a uma taxa de 2400 amostras/segundo, simular uma taxa de desvanecimento de 0,1 Hz. Os coeficientes do canal de rádio digital são mostrados na Fig. 5.

A fim de verificar o funcionamento do equalizador híbrido da Fig. 3, foram medidas curvas de taxa de erro de símbolo (SER) para as modulações 2-PAM e 4-QAM. Na obtenção destas curvas, após uma convergência inicial, utilizou-se uma seqüência símbolos longa o suficiente para garantir que o número mínimo de erros fosse sempre superior a 30, independente da relação sinal-ruído. Para efeito de comparação, consideraram-se também o equalizador RNN e o DFE separadamente.

As configurações e as complexidades computacionais dos algoritmos de treinamento para sinais reais das sub-estruturas utilizadas estão mostradas na Tabela III. Considerando esta tabela, a complexidade computacional do algoritmo de treinamento do equalizador híbrido é maior que a complexidade do RTRL no treinamento de uma RNN de 2 neurônios e menor que a de uma RNN com 3 neurônios. A propagação do erro para a RNN na estrutura híbrida é feita da forma simplificada como explicado anteriormente e os atrasos considerados são de $\tau_d = 50$ amostras para os

\mathcal{H}_1 (Parte real de um canal de rádio digital [8],[9]) Modelo FIR de 300 coef. reais indicados na Fig. 5-a
\mathcal{H}_2 (Não-linear) $x_l(n) = \mathcal{H}_1(z)a(n)$ $x(n) = x_l(n) + 0,1x_l^2(n) + 0,05x_l^3(n)$
\mathcal{H}_3 (Variante no tempo [11]) $\mathcal{H}_3(z) = 1 + \text{sen}(2\pi n/T)z^{-1}$
\mathcal{H}_4 (Variante no tempo com não-linearidades) $x_l(n) = \mathcal{H}_3(z)a(n)$ $x(n) = x_l(n) + 0,2x_l^2(n) - 0,1x_l^3(n)$
\mathcal{H}_5 (Variante no tempo [11]) $\mathcal{H}_5(z) = h_0(n) + h_1(n)z^{-1} + h_2(n)z^{-2}$
\mathcal{H}_{1c} (Canal de rádio digital [8],[9]) Modelo FIR de 300 coeficientes complexos com parte real e imaginária indicadas na Fig. 5
\mathcal{H}_{2c} (Não-linear) $x_l(n) = \mathcal{H}_{1c}(z)a(n)$ $x(n) = x_l(n) + 0,05x_l^2(n) + 0,01x_l^3(n)$
Obs: Entenda-se $z^{-1}a(n) = a(n - 1)$.

Tabela II

MODELOS DOS CANAIS DE COMUNICAÇÃO USADOS NAS SIMULAÇÕES COM O EQUALIZADOR HÍBRIDO.

canais fixos (\mathcal{H}_1 , \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_{1c} e \mathcal{H}_{2c}) e de $\tau_d = 3$ amostras para os canais variantes no tempo (\mathcal{H}_3 , \mathcal{H}_4 e \mathcal{H}_5).

Equalizador	N	M_f	M_b	M_r	×	+	NL
RNN ₂	2	5	-	-	105	14	4
RNN ₃	3	5	-	-	320	94	6
DFE	-	5	4	-	19	18	0
HIB	2	5	4	3	166	28	4

Tabela III

CONFIGURAÇÕES UTILIZADAS E NÚMERO DE OPERAÇÕES DOS ALGORITMOS DE TREINAMENTO PARA SINAIS REAIS.

As Figuras 6-a e 7-a se referem a canais invariantes no tempo e lineares. Elas procuram exemplificar um comportamento em que na pior das hipóteses o equalizador híbrido apresenta um desempenho muito próximo da melhor das sub-estruturas que o compõem. Nos casos considerados o DFE tem um desempenho superior ao da RNN, o que nem sempre acontece. No caso de canais em que a RNN tem desempenho melhor este comportamento se repete, ou seja, na pior das hipóteses o equalizador híbrido apresenta um desempenho próximo ao da RNN. Por outro lado, com a introdução de não-linearidades nestes canais (Fig. 6-b e 7-b) tem-se dois exemplos onde o desempenho do equalizador híbrido é bem superior aos das demais sub-estruturas consideradas. Procura-se assim mostrar que o comportamento do equalizador híbrido não se resume ao anteriormente descrito.

No caso da Fig. 8-a é considerado um canal linear vari-

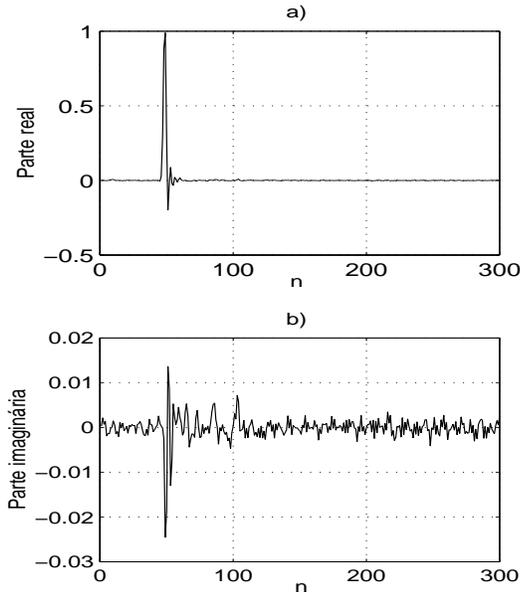


Fig. 5. Coeficientes do canal de rádio digital.

ante no tempo. Os três equalizadores apresentam desempenhos muito próximos para relações sinal-ruído (SNR) abaixo de 15 dB. Nesta faixa o equalizador híbrido tem um desempenho um pouco pior que o do DFE, mostrando que neste caso a sub-estrutura RNN da Fig. 3 não consegue convergir completamente. Isto se deve provavelmente ao fato de que o algoritmo RTRL não consegue produzir boas estimativas dos coeficientes ótimos devido à variação do canal e ao alto ruído. Para relações sinal-ruído (SNR) acima de 15 dB o desempenho do equalizador híbrido é nitidamente superior. Com a introdução de não-linearidades (canal \mathcal{H}_4 , Fig. 8-b) os comportamentos são semelhantes com a diferença que até SNR=15 dB os desempenhos são piores que no caso linear e muito próximos, sendo o equalizador híbrido ligeiramente superior.

Na Fig. 9 são mostrados, durante um certo intervalo de tempo, os erros na saída dos decisores quando da utilização do canal \mathcal{H}_5 (linear e variante no tempo). É considerada uma relação sinal-ruído de 20 dB. Na Fig. 9-d é mostrado um gráfico das magnitudes dos zeros do canal \mathcal{H}_5 ao longo das iterações. As situações de maior erro correspondem àquelas em que ocorre uma mudança muito brusca nos valores das magnitudes dos zeros e também quando há nulos espectrais no canal, o que acontece próximo da iteração 5000. Nestas situações ocorrem erros em seqüência sendo que o equalizador híbrido apresenta uma recuperação mais rápida. De uma forma geral se nota que o desempenho do equalizador híbrido é bem melhor que os desempenhos das outras estruturas consideradas.

6. CONCLUSÕES

Constata-se na prática que não existe um equalizador de complexidade computacional razoável que sempre funcione bem para um grande número de situações, como por exemplo canais com fase não-mínima, com nulos espectrais, com não-linearidades, ou para combinação destas situações. Motivado por este fato foi apresentado um equalizador híbrido de baixa complexidade computacional que tem comportamento mais favorável nas situações mencionadas. Como indicam resultados de simulações o seu desempenho é melhor do que o dos equalizadores formados somente pelas sub-estruturas LTE e RNN que o compõem. Exemplificou-se este comportamento considerando canais variantes e invariantes no tempo. Para os lineares os desempenhos obtidos foram próximos ou melhores que o DFE que nos casos apresentados se mostrou melhor que a RNN. Para os canais não-lineares os desempenhos obtidos foram nitidamente superiores. Além disso, concluiu-se que o algoritmo de treinamento do equalizador híbrido considerado, formado a partir de um LTE e de uma RNN com 2 unidades, possui uma complexidade computacional menor que o de uma RNN com 3 unidades. Assim, apresentou-se um equalizador de melhor desempenho e menor complexidade computacional do que uma RNN de 3 unidades.

7. REFERÊNCIAS

- [1] IBNKAHLA, M. Applications of neural networks to digital communications - a survey. *Signal Processing*, v. 80, p.1185-1215, 2000.
- [2] HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory*. 3.ed. New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- [3] HAYKIN, S. *Neural Networks*. 2.ed. New Jersey, Prentice Hall, 1999.
- [4] KECHRITIS, G.; ZERVAS, E.; MANOLAKOS, E. S. Using recurrent neural networks for adaptive communication channel equalization. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v.5, p.267-278, Mar. 1994.
- [5] KECHRITIS, G.; MANOLAKOS, E. S. Training fully recurrent neural networks with complex weights. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing*, v.41, n.3, Mar. 1994.
- [6] PEARLMUTTER, B. A. Gradient Calculations for Dynamic Recurrent Neural Networks: a Survey. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 6, p. 1212-1228, Sep, 1995.
- [7] BOUCHIRED, S.; ROVIRAS, D.; CASTANI, F. Equalisation of satellite mobile channels with neural network techniques. *Space Communications*, v. 15, p. 209-220, 1998/1999.
- [8] TREICHLER, J. R.; FIJALKOW, I.; JOHNSON Jr., C. R.; Fractionally spaced equalizers. *IEEE Signal Processing Magazine*, p.65-81, May 1996.
- [9] SIGNAL PROCESSING SOCIETY and NATIONAL SCIENCE FOUNDATION. The Signal Processing Information Base (SPIB). Arquivo de dados (chan1.mat) disponível na Internet: <http://spib.rice.edu/spib/microwave.html> [14 fev. 2001].
- [10] SILVA, M. T. M.; GERKEN, M; MIRANDA, M. D. Estruturas não-lineares aplicadas à recuperação de sinais binários. In: *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 18., Gramado, 2000. Anais. Gramado, Sociedade Brasileira de Telecomunicações / PUC-RS, 2000.
- [11] SHIMAMURA, T.; COWAN, C. F. N. Equalisation of time variant multipath channels using amplitude banded techniques. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE ICASSP' 1997, p. 2497-2500.

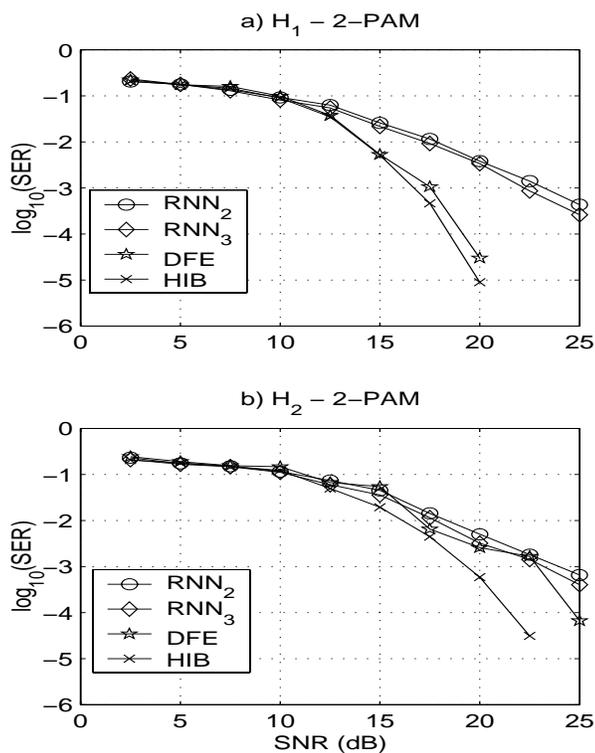


Fig. 6. Curvas de taxa de erro de símbolo considerando $\tau_d = 50$, 2-PAM, configurações dos equalizadores da Tabela III e canais a) \mathcal{H}_1 e b) \mathcal{H}_2 .

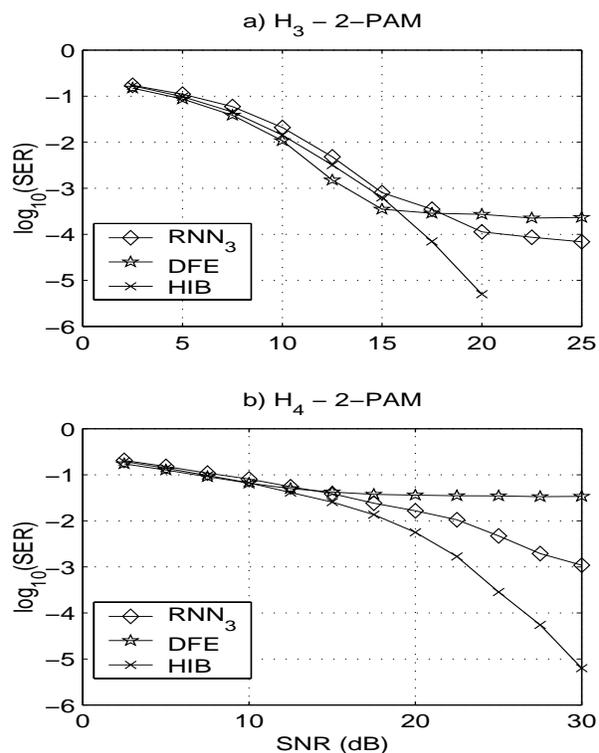


Fig. 8. Curvas de taxa de erro de símbolo considerando $\tau_d = 3$, 2-QAM, configurações dos equalizadores da Tabela III e canais a) \mathcal{H}_3 e b) \mathcal{H}_4 .

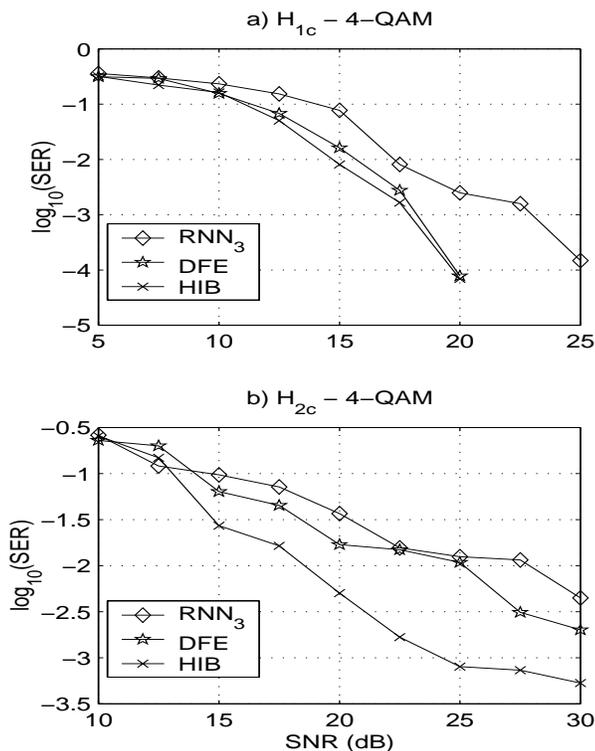


Fig. 7. Curvas de taxa de erro de símbolo considerando $\tau_d = 50$, 4-QAM, configurações dos equalizadores da Tabela III e canais a) \mathcal{H}_{1c} e b) \mathcal{H}_{2c} .

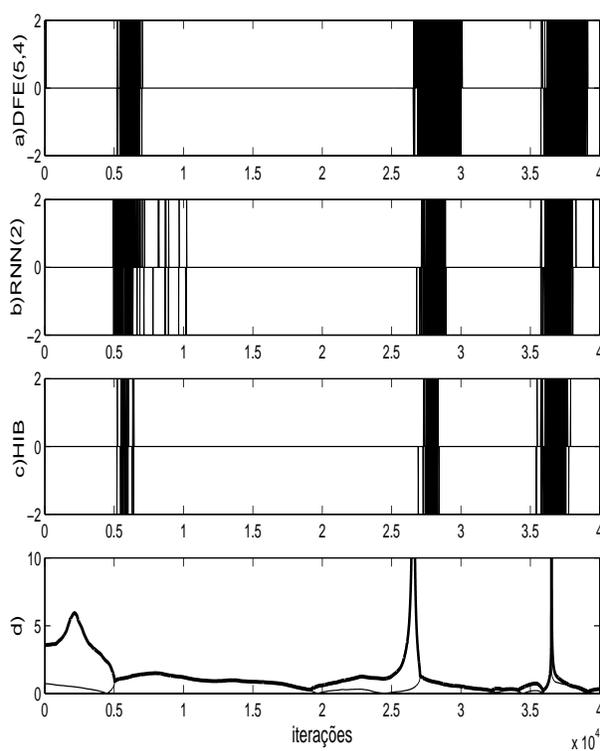


Fig. 9. a), b) e c) Erros considerando as saídas dos equalizadores da Tabela III e canal \mathcal{H}_5 d) Módulos dos zeros do canal \mathcal{H}_5 .