CODIFICAÇÃO ADAPTATIVA DE IMAGENS USANDO CLASSIFICAÇÃO POR SEGMENTAÇÃO

Johelden Campos Bezerra ¹, Evaldo Gonçalves Pelaes ² e Samuel Clayton Neves ³ Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará ^{1,2,3}

Email: joe@nautilus.com.br 1 - pelaes@ufpa.br 2 - scmn@ufpa.br 3

RESUMO

Este artigo apresenta uma técnica de codificação adaptativa de imagens, que utiliza a classificação dos blocos de tamanho MxM, usando uma técnica de segmentação pela detecção de pontos isolados, gerando K classes contendo um número variável de blocos por classe. A tabela de alocação de bits neste método é determinada pela regra da log-variância, utilizando-se um único bloco formado de K sub-blocos de tamanho MxM, cada um pertencente a uma classe. O método é aplicado utilizando a Transformada Co-seno Discreta (DCT) e quantização uniforme e blocos de tamanho 8x8. Os métodos foram implementados usando a imagem Lena(512x512), com taxas que variam de 0 a 8,0 bpp. O método proposto se mostrou muito eficiente, apresentando uma vantagem de até 6 dB na SNR, quando comparado com o método sem classificação.

ABSTRACT

This paper presents an adaptive coding of images technique, that uses the classification of the MxM size blocks, in agreement with the edge detction, using a segmentation technique, generating K classes that don't have the same number of blocks for class. The bits allocation table in this method is determined by the log-variance rule, using only a block formed of K sub-blocks of size MxM, each one belongs for one class. The method is applied by the use of Discrete Cosine Transform (DCT) and with Uniform quantization, with 8x8 size blocks. The proposed method was shown very efficient, presenting an advantage of until 6 dB in SNR, when compared with the method without classification.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, devido, principalmente a sua grande aplicabilidade, tem crescido significativamente o aparecimento de novas técnicas e novos algoritmos nas diversas áreas que envolvem processamento de imagens, tais como, representação e modelamento de imagens, análise, restauração e textura de imagens, codificação, compressão e interpolação de imagens [4, 5]. Esse trabalho se concentrará basicamente na áreas que se refere à codificação digital de imagens.

A codificação digital de imagens é um procedimento de representação de uma imagem como uma seqüência de bits para armazená-la ou transmiti-la através de um canal, com o objetivo principal de minimizar o número de bits necessários para representar a imagem com um certo critério de fidelidade, preservando os níveis de qualidade e inteligibilidade necessária para uma dada aplicação [5]. Isso se deve principalmente ao custo de armazenamento ou transmissão, que crescerá

inevitavelmente com o aumento do número de bits. Existem muitas técnicas de codificação de imagens [1,4].

Na transmissão, a principal meta é reduzir a largura da banda necessária para transmitir imagens digitalizadas, cujas aplicações incluem, televisão digital, televisão de alta definição (HDTV - High Definition Television), teleconferência, redes de computadores, etc. Em áreas que envolvem armazenamento de imagens, o objetivo da aplicação de codificação está relacionado principalmente com a redução do espaço de sinais ocupado por bancos de dados que guardam imagens digitalizadas, tais como imagens médicas, acervos históricos de bibliotecas, imagens obtidas por satélite, etc. Os níveis de qualidade e inteligibilidade dependem da aplicação. Por exemplo, em aplicações que envolvem a digitalização de imagens espaciais e de acervos históricos, a imagem recuperada deve estar o mais próximo possível da imagem original. Já em aplicações como televisão digital, a alta qualidade da imagem é um fator importante. No entanto, muitas informações, não perceptíveis ao olho humano. podem ser descartadas para o usuário final do receptor de vídeo. sem comprometer a qualidade da imagem final reconstruída. Portanto na codificação de imagens pode-se reduzir o número de bits para representá-las sem comprometer a qualidade da imagem reconstruída. A figura 1 mostra o diagrama de blocos de um sistema típico de codificação de imagens por transformadas.

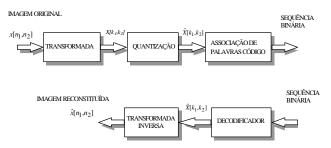


Figura 1. Diagrama de blocos de um codificador e decodificador usando transformadas.

Para reconstituir a imagem, é realizado o processo inverso, isto é, os coeficientes quantizados são reconstituídos a partir da seqüência de bits e a transformada inversa é aplicada sobre estes coeficientes, obtendo-se a imagem reconstruída semelhante à original, apresentando erro somente devido à quantização, supondo que a codificação de canal não introduz erro no processo. Este erro é normalmente medido de duas formas: a) forma subjetiva: um observador verifica a imagem original e a imagem reconstruída depois do processo, tentando localizar possíveis distorções introduzidas na imagem e; b) forma objetiva: onde é calculada a relação sinal-ruído (SNR) ou a relação sinal-ruído de pico (PSNR) entre imagem original e reconstruída, que serão usadas neste trabalho.

Este artigo apresenta na seção 2 uma descrição do métodos de segmentação de imagem que será usado como ferramenta para a classificação dos blocos. A seção 3 apresenta uma descrição da transformada usando a DCT. Em seguida, na seção 4 é apresentada uma descrição do método de codificação adaptativa. Na seção 5 são apresentado os resultados obtidos por simulação do método. Finalmente são apresentadas as conclusões.

2. TÉCNICA DE SEGMENTAÇÃO DE IMAGENS

As técnicas de segmentação de imagens são usadas para extração de informação referente a alguma característica de uma imagem e estão dentro da área de análise de imagens. No presente trabalho, é usada uma técnica de segmentação como ferramenta para classificar os blocos de uma imagem, para em seguida fazer a codificação de forma adaptativa. A técnica de segmentação utilizada é a de pontos isolados que é bastante simples.

A segmentação subdivide uma imagem em suas partes ou objetos constituintes. Em geral a segmentação é uma das mais difíceis tarefas em processamento de imagem. Esse passo no processamento determina o eventual sucesso ou falha de toda análise [4].

Os algoritmos de segmentação de imagens em níveis de cinza, geralmente são baseados em uma das duas propriedades dos valores de níveis de cinza: descontinuidade e similaridade. Na primeira categoria, a abordagem é particionar uma imagem baseando-se nas mudanças abruptas no nível de cinza. As principais áreas de interesse dentro dessa categoria são a detecção de pontos isolados, detecção de linhas e detecção de bordas numa imagem. As principais abordagens da segunda categoria baseiam-se em limiarização, crescimento de regiões, divisão e fusão de regiões.

2.1 Técnicas baseadas em detecção de descontinuidades

Os objetos que podem ser localizados por técnicas baseadas em descontinuidades são de três tipos: pontos, linhas e bordas. Essas técnicas são definidas por uma operação orientada a vizinhança.

Operações lógicas e aritméticas orientadas a vizinhança utilizam o conceito de convolução com máscaras.

A cada posição relativa da máscara sobre a imagem, o pixel central da subimagem em questão será substituído, em uma matriz denominada imagem destino, pela soma dos produtos dos coeficientes com os níveis de cinza contidos na sub-região envolvida pela máscara. Isto é, a resposta da máscara em algum ponto na imagem é:

$$R_{n} = W_{1}Z_{1} + W_{2}Z_{2} + ... + W_{9}Z_{9} = \sum_{i=1}^{9} W_{i}Z_{i}$$
 (1)

onde $n=1,\,2,\,...$ é o tamanho da imagem, Z_i é o nível de cinza do pixel associado com o coeficiente W_i da máscara.

A figura 2 ilustra o cálculo da resposta percorrendo-se uma imagem com uma dada máscara.

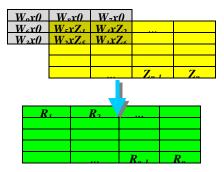


Figura 2. Processo de convolução com máscara e o resultado. Deve-se notar o espelhamento da máscara.

2.1.1 Detecção de pontos isolados

A detecção de pontos isolados em uma imagem é direta. Usando a máscara mostrada na figura 3.

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Figura 3. Máscara usada para detecção de diferentes pontos isolados.

Diz-se que um ponto tem sido detectado na localização em que a máscara está centrada se

onde T é um limiar não negativo, e R é como definido anteriormente. Basicamente, tudo que essa formulação faz é medir as diferenças de pesos entre o ponto central e seus vizinhos. A idéia é que o nível de cinza de um ponto será totalmente diferente dos níveis de cinza de seus vizinhos.

3. TRANSFORMADA CO-SENO DISCRETA (DCT)

A teoria das transformações tem desempenhado um papel essencial em processamento de imagens por muitos anos, continuando a ser um tópico de interesse tanto em trabalhos teóricos como em aplicações nesta área.. Em processamento de imagens, as imagens são geralmente divididas em blocos e a transformação é aplicada independentemente em cada bloco, bem como a quantização dos coeficientes transformados além de outros processamentos que venham a ser realizados no domínio transformado. O esforço computacional é reduzido com a utilização de blocos, pois permite a implementação de algoritmos mais eficientes para o cálculo das transformadas. Em uma imagem de tamanho MxM pixel, terá:

$$\frac{M^2}{N^2}$$
 blocos de tamanho NxN, onde $\frac{M}{N}$ deve ser um inteiro.

A maioria dos sistemas práticos de codificação por transformada baseia-se na DCT (Transformada Co-seno Discreta), que apresenta um bom compromisso entre a habilidade de compactar informação e a complexidade computacional. De fato, as propriedades da DCT provam ter tanto valor prático que ela se tornou um padrão internacional

para sistemas por codificação por transformadas. Nesse trabalho foi utilizada na transformação de imagens a DCT do tipo-II (DCT-II), que é a mais utilizada por apresentar melhor desempenho em relação às outras versões, quando são aplicadas na codificação de imagens. A DCT-II é aplicada em blocos de tamanho $N_1 \times N_2$. Assim o par de transformadas (direta e inversa) para a DCT-II de um bloco de tamanho $N_1 \times N_2$ da imagem x[n1,n2], é dada por:

$$X[k_{1}, k_{2}] = \frac{2}{\sqrt{N_{1}N_{2}}} \sum_{n_{1}=0}^{N_{1}-1} \sum_{n_{2}=0}^{N_{2}-1} x[n_{1}, n_{2}]$$

$$\cdot \cos \frac{\pi}{N_{1}} k_{1} \left(n_{1} + \frac{1}{2}\right) \cos \frac{\pi}{N_{2}} k_{2} \left(n_{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{sendo} : 0 \le k_{1} \le N_{1} - 1, \ 0 \le k_{2} \le N_{2} - 1$$

$$(2)$$

$$\begin{split} &x[n_{1},n_{2}] = \frac{2}{\sqrt{N_{1}N_{2}}} \sum_{k_{1}=0}^{N_{1}-1N_{2}-1} w_{1}(k_{1})w_{2}(k_{2})X[k_{1},K_{2}] \\ &\cdot \cos\frac{\pi}{N_{1}}k_{1}\left(n_{1} + \frac{1}{2}\right) \cos\frac{\pi}{N_{2}}k_{2}\left(n_{2} + \frac{1}{2}\right) \\ &\text{sendo}: 0 \leq n_{1} \leq N_{1} - 1, \ 0 \leq n_{2} \leq N_{2} - 1 \end{split} \tag{3}$$

onde:

$$w_{1}[k_{1}] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & k_{1} = 0\\ 1, & 1 \le k_{1} \le N_{1} - 1 \end{cases}$$

$$w_{2}[k_{2}] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & k_{2} = 0\\ 1, & 1 \le k_{2} \le N_{2} - 1 \end{cases}$$
(4)

4. CODIFICAÇÃO ADAPTATIVA DA IMAGEM

4.1 Classificação dos blocos usando segmentação pela detecção de pontos isolados

A técnica de segmentação pela detecção de pontos isolados, conforme o explanado anteriormente, é aplica a imagem original, nesse trabalho foi utilizada a imagem da Lena de tamanho 512x512 pixels, que é apresenta na forma segmentada na Figura 4, quando se usa um limiar de 10. Esta imagem segmentada apresentam os pixels com apenas dois valores, sendo um igual a zero e o outro representando um nível de cinza, determinado previamente. A partir desse resultado dividi-se as imagens, original e a segmentada, em blocos de tamanho 8x8 pixels, para então ser feita a classificação em quatro classes distintas, sendo que cada uma das classes é determinada pela quantidade de pixels diferentes de zero em cada bloco, o que se procede da seguinte forma: na primeira classe agrupam-se todos os blocos da imagem original que correspondem aos blocos que possuem todos os valores nulos. O restante dos blocos são divididos em três classes, os quais irão corresponder aos número de pixels diferentes de zero, escolhendo-se, portanto dois valores intermediários, para se proceder a classificação. Essa classificação resultará em classes com diferentes números de blocos de tamanho 8x8 pixels.

Para melhor esclarecer o procedimento de classificação, a Figura 5 mostra o gráfico representativo dos blocos pelo número de bits diferentes de zero presentes em cada bloco da imagem Lena 512x512 segmentada, mostrada na figura 4. Esta imagem possui, portanto 4024 blocos de tamanho 8x8 deles. O eixo vertical da figura 5 mostra o número de elementos diferentes de zero em cada bloco e o eixo horizontal mostra o número de blocos com um dado número de elementos não nulos. No presente gráfico os blocos foram classificados em ordem crescente considerando o número de elementos não nulos. É importante ressaltar que o número de elementos em cada classe depende em primeiro lugar do limiar utilizado para a segmentação e dos intervalos escolhidos para a obtenção das outras três classes.



Figura 4. Imagem da Lena 512x512 segmentada.

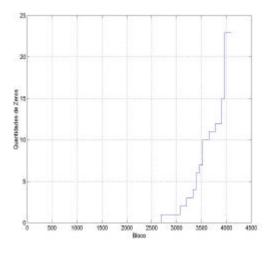


Figura 5. Gráfico representativo da relação entre os blocos e o número de bits iguais a zeros presentes em cada um.

A figura 6 mostram blocos a duas classes diferentes. O primeiro corresponde à classe 1, onde todos os elementos do bloco são nulos na imagem segmentada. O segundo corresponde a blocos segmentado que possuem mais de 20 elementos diferentes de zero. Pode-se observar que o primeiro possui pouca

ou nenhuma variação. O segundo conjunto de blocos apresenta bastante variação que são justamente aqueles que armazenam a maior quantidades de detalhes da imagem, como por exemplo, bordas ou contornos.



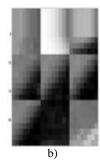


Figura 6. Exemplos de blocos: a) baixa freqüência, b) alta freqüência.

4.2 Quantização e alocação de bits

Quando uma imagem é transformada, os coeficientes gerados são números reais, podendo assumir uma infinidade de valores dentro de um dado intervalo. Esses coeficientes precisam ser representados por um número finito de bits, ou seja, precisam ser quantizados.

A quantização é o processo utilizado para representar dados amostrados em números finito de níveis. Pode ser de dois tipos: vetorial e escalar. A quantização vetorial não foi utilizada neste trabalho.

Na quantização escalar cada coeficiente transformado é independentemente representado pelo número de bits de acordo com a tabela de alocação, que pode ser previamente estabelecida, ou determinada com base nas estatísticas dos coeficientes transformados. Nesse trabalho foi usada a quantização escalar uniforme.

Em geral usa-se como critério de distorções introduzidas pelo quantizador o erro quadrático médio. O quantizador baseado no critério de minimização de distorsão do quantizador é referido muitas vezes como Quantizador Lloyd-Max.

Os coeficiêntes dos blocos transformados são quantizados, de modo que aqueles que têm menor variância serão quantizados com menor número bits e os coeficientes com maior variância serão quantizados com maior número de bits. Esse é um dos pontos básicos para se obter um bom desempenho na codificação de imagens.

De posse dos coeficientes transformados de uma imagem de tamanho NxN, agrupada em blocos de tamanho MxM e classificada em quatro classes, determina-se a variância dos coeficientes transformados para cada classe. A figura 7 ilustra o procedimento de agrupamento desses vetores.

Cada uma das quatro classes vai apresentar uma matriz de variância de tamanho MxM representativa dos coeficientes transformados, as quais serão agrupadas formando uma matriz de variância de tamanho 2Mx2M para a imagem, que será utilizada para calcular a tabela de alocção de bits para a imagems.

Devido à propriedade de compactação de energia, alguns coeficientes transformados retêm a maior parte da energia; certamente que esses coeficientes devem ser quantizados com uma taxa de bit/amostra maior que os outros coeficientes que

carregam uma menor parcela de energia. Dado um bloco com M^2 = MxM coeficientes transformados e uma taxa média de R bit/amostra, tem-se um total de M^2R bits por bloco. Deve-se então determinar o número de bits B(i,j), i, j=0, 1, 2,...,M-1 para cada coeficiente transformado de modo que satisfaça a Equação 5.

$$\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{M-1} B(i,j) = M^2 R \tag{5}$$

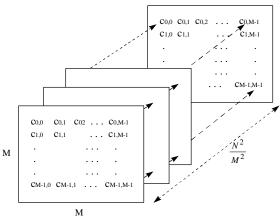


Figura 7. A figura ilustra o procedimento de agrupamento dos blocos de tamanho MxM de uma classe de tamanho NxN.

A estratégia ótima é atribuir uma maior taxa aos coeficientes transformados com maior variância de modo que o erro médio quadrático seja minimizado. Isso é um problema de otimização cuja solução é conhecida como regra da log-variância. Assim o número de bits B(i,j), i, j=0, 1, 2,...,M-1, para os coeficientes transformados é dado por:

$$B(i, j) = \mathbf{a} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{\mathbf{s}_{i,j}^2}{\mathbf{s}_g^2}$$
i, j = 0, 1, 2,..., M - 1

Onde $\sigma_{i,j}^2$ é a variância do coeficiente transformado c(i,j), i, j = 0, 1, 2,...,M-1, e σ_g^2 é a média geométrica das variâncias dos coeficientes transformados, σ_g^2 é dado por:

$$\mathbf{S}_{g}^{2} = \left(\prod_{i=0}^{M-1} \prod_{j=0}^{M-1} \mathbf{S}_{i,j}^{2}\right)^{\frac{1}{M}}$$
 (7)

e α é um multiplicador de Lagrange, tal que satisfaça a Equação 6 Para taxas relativamente altas, α pode ser aproximado por R, a taxa média em bit/amostra. Se B(i,j) for negativo para algum coeficiente transformado c(i,j), então B(i,j)=0, isto é, nenhum bit será alocado a esse coeficiente.

Após a obtenção da tabela de alocação de bits de tamanho 2Mx2M, a tabela de alocação para as quatro classes de tamanho MxM são então separadas e é feita a quantização dos coeficientes quantizados individualmente. Como a quantização usada é escalar, então cada coeficiente é individualmente quantizado de acordo com o número de bits alocados para aquela

posição, obtendo-se a imagem transformada e quantizada, para uma taxa de codificação média de R bit/amostra, dada por:

$$R = (R_1M_1N_1 + R_2M_2N_2 + R_3M_3N_3 + R_4M_4N_4) / MN (8)$$

Onde R_i , i=1,2,3,4 são as taxas em bpp para cada classe. M_iN_j , i,j=1,2,3,4 representa a dimensão de cada classe e MN a dimensão da imagem.

Para reconstituir a imagem, o processo inverso é realizado, isto é, os coeficientes quantizados são reconstituídos pelos procedimentos inversos de quantização e a transformada inversa é aplicada sobre os coeficientes reconstituídos, e reagrupando os blocos pertencentes as classes obtendo-se uma replica da imagem original, que certamente apresentará alguma distorção devido aos erros de codificação. Essa distorção é medida, em geral, pela relação sinal-ruído (SNR) e pela relação sinal-ruído de pico (PSNR), entre a imagem original e a imagem reconstituída. A Equação 9 mostra como é calculada a relação sinal-ruído.

$$SNR_{dB} = 10\log_{10} \left(\frac{\sum_{i=0}^{N_1 - 1} \sum_{j=0}^{N_2 - 1} x[i, j]^2}{\sum_{i=0}^{N_1 - 1} \sum_{j=0}^{N_2 - 1} (x[i, j] - x_r[i, j])^2} \right)$$
(9)

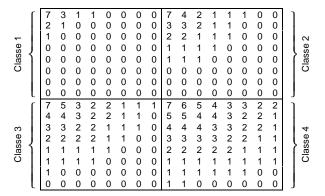


Figura 8. Tabela de alocação de bits.

A Figura mostra a tabela de alocação obtida usando a DCT aplicada à imagem da Lena 512x512, com uma taxa média de 1 bpp. A Figura 9 mostra uma tabela com a quantidade de bits por bloco e a taxa média de bits por pixel, em cada classe.

	BITS POR BLOCO	BITS POR PIXEL
CLASSE 1	16	0.25
CLASSE 2	40	0.625
CLASSE 3	72	1.125
CLASSE 4	128	2.00

Figura 9. Quantidade de bits por bloco em cada classe.

A partir da Figura 9 observar-se que a maior parte dos bits alocados estão concentrados nas classes em que os blocos apresentam maiores variações, ou seja, os de maior freqüência.

5. RESULTADOS OBTIDOS

A Figura 10 mostra a SNR para taxas de 0,5 até 8,0 bpp utilizando a DCT com quantização uniforme. A linha denominada "DCT S/CLAS" refere-se ao uso da codificação com uso da DCT, blocos de tamanho 8x8, quantização uniforme, mas sem a classificação. Esta linha serve como referência.

	DCT S/CLAS	DCT-UNI
0.5	23.18	26.31
1.0	26.04	29.32
1.5	27.54	30.84
2.0	28.99	32.56
2.5	30.62	34.66
3.0	32.26	37.43
3.5	34.20	39.87
4.0	36.27	42.56
4.5	38.80	45.44
5.0	41.47	47.86
5.5	44.32	49.95
6.0	46.78	51.30
6.5	48.72	52.15
7.0	49.95	52.54
7.5	50.52	52.70
8.0	50.69	. 52.74

Figura 10. Valores da SNR para imagem Lena codificada com a DCT.

A Figura 11 mostra a imagem Lena original. A Figura 12 mostra a Lena codificada com DCT e uma taxa média de 0,5 bpp, com classificação dos blocos.

Os gráficos da Figura 13 mostra a SNR e a PSNR obtido com a transformada DCT com quantizações uniforme. A curva denominada "DCT S/CLAS - UNIFORME" serve como referência, pois representa a aplicação da DCT em blocos de tamanho 8x8, sem ser aplicada classificação dos blocos e com quantização uniforme.



Figura 11. Imagem Lena com 512x512 pixel.

No algoritmo proposto neste trabalho é necessário armazenar junto com os coeficientes transformados e quantizados, uma tabela de tamanho $(M^2)x(M^2)$. Esta tabela é, na verdade, um mapa que indica a qual classe pertence determinado bloco. Cada posição desta tabela, armazena um valor: 0 ou X (um nível de cinza preestabelecido) , sendo necessário apenas 1 bits para cada posição, num total de 4096 posições e 512 bytes para toda a tabela, no caso da imagem Lena 512x512 pixel.



Figura 12. Imagem Lena codificada com DCT e taxa de 0,5 bpp, com classificação dos blocos.

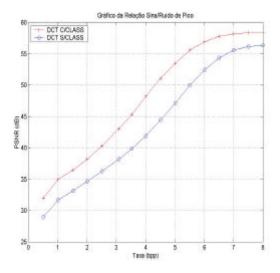


Figura 13. Gráfico da PSNR para a transformada DCT e quantização uniforme, com e sem o uso da classificação.

6. CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi proposto um método de codificação adaptativa usando uma técnica de segmentação pela detecção de pontos isolados dos blocos da imagem, para classificá-la em quatro classes distintas.. A tabela de alocação de bits é determinada pela regra da log-variância aplicada a uma tabela de tamanho 2Mx2M, composta por 4 blocos de tamanho NxN, pertencentes a cada uma das classes.

Os experimentos foram realizados com imagens de tamanho 512 x 512 e blocos de tamanho 8x8 pixel, sendo que, o método de codificação proposto apresentou bom desempenho quando comparado com a codificação sem a classificação por nível de atividade dos blocos, apresentando um ganho de até 6 dB. Para taxas de compressão mais altas (>5 bpp).

Não houve nenhuma preocupação com relação à taxa atribuída individualmente a cada classe, mas com a taxa média atingida com a distribuição dos bits entre as classes. Os resultados obtidos estão de acordo com Chen [2], que mostra que as taxas atribuídas a cada classe, devem ser distribuídas de tal modo que as classes com menor energia AC, devem possuir as menores taxas. No entanto Chen não menciona um método para a determinação das taxas para cada classe.

REFERÊNCIAS

- PELAES, Evaldo G., "Transformada Seno Discreta com Rotação de Eixo Bidimensional (DSTr-2D): Aplicações na Codificação e Interpolação de Imagens", Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 1998.
- CHEN, Wen-Hsiung e SMITH, C. Harrison, "Adaptative Coding of Monochrome and Color Images", IEEE Transactions on Communications, Novembro 1977.
- MARQUES FILHO, Ogê e VIEIRA NETO, Hugo. "Processamento Digital de Imagens", Editora Brasport, Rio de Janeiro - RJ, 1999.
- 4. GONZALES, Rafael C. "Digital Image Processing", Editora Addison-Wesley, 1993.
- LIM, Jae S., "Two-dimensional Signal Processing and Image Processing", Prentice-Hall, 1990.
- 6. MALVAR, H. S., "Signal Processing with Lapped Transform", Artech House, 1992.
- RAO, K. R., and P. Yip, "Discrete Cosine Trasnform", Academic Press, Inc, 1990.
- MAX, Joel, "Quantizing for Minimum Distortion", IRE Trans. Inform. Theory, vol. IT-6, pp. 267-272, March 1960

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho obteve a colaboração das seguintes entidades: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Universidade Federal do Pará (UFPA).