NOVOS CÓDIGOS ESPÁCIO-TEMPORAIS PARA CANAIS COM DESVANECIMENTO

Luiz Guedes Caldeira

Grupo de Telecomunicações
e Eletromagnetismo Aplicado - GETEMA
CEFETPB
58015-430 - João Pessoa, PB, Brasil
E-mail:guedes@cefetpb.br

Cecilio Pimentel

Grupo de Pesquisas em Comunicações
Departamento de Eletrônica e Sistemas
Universidade Federal de Pernambuco
50711-970 - Recife, PE, Brasil
E-mail: cecilio@npd.ufpe.br

RESUMO

Este artigo propõe, através de uma busca computacional sistemática, novos códigos espácio-temporais que transmitem múltiplos símbolos por antena em cada transição de estados. Neste caso, o espalhamento da redundância de codificação não limita-se apenas às transmissões paralelas por múltiplas antenas, mas também ao longo das transmissões seriais em cada antena. Os códigos propostos têm ganho máximo de diversidade e apresentam ganhos de codificação em relação aos códigos espácio-temporais propostos recentemente por Tarokh et al. e Baro et al.

1. INTRODUÇÃO

O esquema de modulação codificada em treliça espácio-temporal (ST-TCM, do inglês *space-time trellis coded modulation*) proposto por Tarokh et al. [1]-[3] combina eficientemente os benefícios da diversidade temporal (através do uso de modulação codificada em treliça) e da diversidade espacial (através do uso de múltiplas antenas de transmissão e recepção). Os critérios para projeto de códigos ST-TCM são baseados em dois parâmetros de desempenho: i) o ganho de diversidade, que descreve a ordem decrescimento exponencial da probabilidade de erro após a decodificação versus relação sinal ruído; e ii) o ganho de codificação, que descreve o deslocamento da curva de probabilidade de erro versus relação sinal ruído em relação ao esquema não codificado. Estes parâmetros para o caso de códigos ST-TCM em presença de desvanecimento Rayleigh quase estático [1] são, respectivamente, o mínimo posto e a mínima média geométrica dos autovalores não nulos de matrizes complexas associadas a diferenças de pares de possíveis seqüências de sinais transmitidos [1]. Estes códigos apresentam bom desempenho em canais com desvanecimento plano [1]-[6], enquanto sua complexidade é comparável a códigos projetados para canais em presença de ruído aditivo Gaussiano branco.

Os códigos ST-TCM apresentados em [1]-[6] transmitem um único símbolo por antena em cada transição de estados. Entretanto, quando deseja-se transmitir com elevada eficiência espectral, o número de ramos da treliça que diverge de um dado estado pode ser maior do que o número total de estados, resultando em códigos ST-TCM com caminhos paralelos. Neste caso, não é possível alcançar o máximo ganho de diversidade com esquemas ST-TCM [7]. Uma estratégia para se conseguir o máximo ganho de diversidade usando treliça com caminhos paralelos é através da transmissão de múltiplos símbolos por antena em cada transição de estados. Este código será denominado ST-MTCM (do inglês *space-time multiple trellis coded modulation*).

Lin e Blum propuseram em [7] uma topologia específica para códigos ST-MTCM que sistematiza e simplifica a busca de bons códigos com diferentes número de estados e eficiências espectrais. O esquema proposto é especificado por uma matriz geradora **G**. Os sinais transmitidos em cada transição da treliça de estados são combinações lineares das linhas de **G**. Novos códigos ST-MTCM com dois estados são propostos em [7].

Usando a estrutura ST-MTCM apresentada em [7], este artigo propõe, através de uma busca computacional sistemática sobre **G**, novos códigos ST-MTCM com 8 e 32 estados e eficiências espectrais 2 e 3 bits/s/Hz, respectivamente. Resultados de simulações comparam os códigos ST-MTCM encontrados com os códigos ST-TCM conhecidos na literatura [1, 5] com o mesmo número estados, eficiência espectral, número de antenas transmissoras e receptoras. Ganhos de codificação aproximadamente iguais a 1 dB foram observados em favor de ST-MTCM. A Seção 2 descreve o modelo de um sistema de comunicações que emprega códigos ST-MTCM. A topologia e as propriedades do código ST-MTCM proposto em [7] são descritas na Seção 3. Os códigos propostos e os resultados de simulações são apresentados na Seção 4. As conclusões deste trabalho são apresentadas na Seção 5.

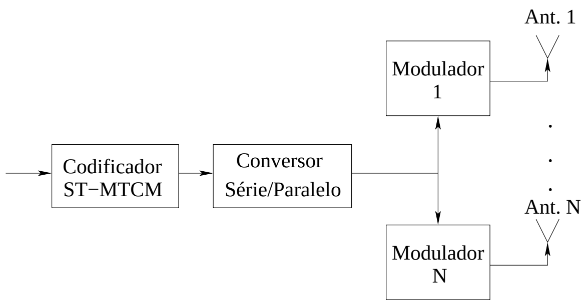

Figura 1: Diagrama em blocos de um codificador espácio-temporal.

2. MODELO DO SISTEMA

Considere um sistema de comunicação empregando N antenas de transmissão e M antenas de recepção, conforme ilustra a Figura 1. A sequência de informação é primeiramente codificada e transformada por um conversor série/paralelo em N sub-seqüências. No k-ésimo intervalo de sinalização, os símbolos c_k^i, $1 \leq i \leq N$, pertencentes a uma constelação m-PSK são modulados e transmitidos simultaneamente através de N antenas.

O sinal recebido na j-ésima antena, $1 \leq j \leq M$, é demodulado por um filtro casado (em banda básica) seguido de um amostrador. A envoltória complexa do sinal recebido na saída do amostrador durante o k-ésimo intervalo, r_k^j, é dado por:

$$r_k^j = \sum_{i=1}^{N} \alpha_k^{ij} c_k^i \sqrt{E_s} + n_k^j, \quad j = 1, 2, \ldots, M, \qquad (1)$$

onde E_s é a energia do sinal transmitido, n_k^j é uma amostra de um ruído aditivo Gaussiano branco complexo de média zero e variância $N_0/2$ por dimensão e α_k^{ij} é uma amostra de um ruído Gaussiano complexo que modela o desvanecimento plano no percurso entre a i-ésima antena transmissora e a j-ésima antena receptora. Cada amostra α_k^{ij} tem média zero (o módulo de α_k^{ij} é uma variável aleatória Rayleigh) e variância 0,5 por dimensão (com esta normalização a energia média recebida é igual a E_s). Os sinais complexos c_k^i pertencem ao conjunto $\{e^{\jmath 2\pi \ell/m}\}_{\ell=0}^{m-1}$.

Considerando as antenas suficientemente separadas, assume-se que os NM percursos experimentam desvanecimentos independentes. Considere também que cada decodificador estima perfeitamente as amplitudes complexas α_k^{ij} e que o algoritmo de Viterbi é empregado na decodificação. Em canais com desvanecimento Rayleigh plano e quase estático [1], os coeficientes do desvanecimento para um dado percurso são constantes durante um bloco e mudam independentemente de um bloco para outro.

A probabilidade de erro para um par de palavras código **c** e **e**, denotada por $P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e})$, é definida como a probabilidade do decodificador de máxima verossimilhança decidir erroneamente pela palavra código:

$$\mathbf{e} = e_1^1 e_1^2 \ldots e_1^N e_2^1 e_2^2 \ldots e_2^N \ldots e_\ell^1 e_\ell^2 \ldots e_\ell^N,$$

quando efetivamente

$$\mathbf{c} = c_1^1 c_1^2 \ldots c_1^N c_2^1 c_2^2 \ldots c_2^N \ldots c_\ell^1 c_\ell^2 \ldots c_\ell^N,$$

foi a palavra código transmitida. Um limitante superior para $P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e})$ para desvanecimento Rayleigh quase estático foi desenvolvido em [1]:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left(\prod_{i=1}^{r} \lambda_i \right)^{-M} \left(\frac{E_s}{4N_0} \right)^{-rM}, \qquad (2)$$

onde $r \leq N$ é o posto da matriz:

$$\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \begin{bmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \ldots & e_\ell^1 - c_\ell^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \ldots & e_\ell^2 - c_\ell^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e_1^N - c_1^N & e_2^N - c_2^N & \ldots & e_\ell^N - c_\ell^N \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

e $\lambda_i, i = 1, \cdots r$, são os autovalores não nulos da matriz $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})^{\mathbf{H}}$, onde $\mathbf{B}^H$ denota o conjugado transposto de uma matriz $\mathbf{B}$. Estes códigos atingem um ganho de diversidade igual a rM e um ganho de codificação igual a $(\prod_{i=1}^{r} \lambda_i)^{1/r}$. O máximo ganho de diversidade é obtido quando $r = N$.

A matriz $\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ para códigos ST-TCM com ramos paralelos terá apenas uma coluna não nula, resultando em um posto igual a 1. Desta forma o máximo ganho de diversidade não será alcançado quando $N > 1$.

3. CÓDIGO ST-MTCM

Considere um código ST-MTCM com 2^s estados, onde cada transição da treliça de estados corresponde a p transmissões por antena e que uma modulação m-PSK é empregada. A Figura 2 (a) ilustra a topologia do codificador ST-MTCM proposto em [7], onde a seqüência binária de comprimento s, $(u_1, \ldots, u_s)$ é o estado atual e a seqüência binária de comprimento q, $(u_{s+1}, \ldots, u_{2s}, u_{2s+1}, \ldots, u_{s+q})$, é a entrada do codificador no intervalo atual. A Figura 2 (b) ilustra o mecanismo de transição de estados. Os primeiros s dígitos binários da seqüência de entrada, $(u_{s+1}, \ldots, u_{2s})$, determinam o próximo estado, enquanto os dígitos binários restantes, $(u_{2s+1}, \cdots, u_{s+q})$, selecionam um dos 2^{q-s} possíveis ramos paralelos que conectam dois estados em intervalos consecutivos. A concatenação do estado atual com os

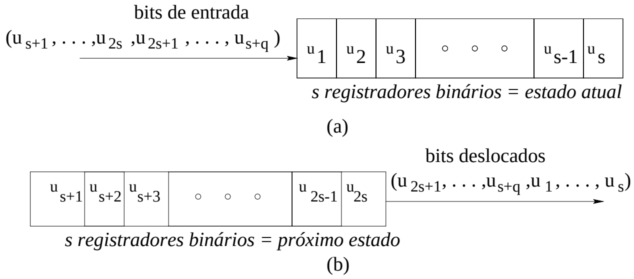

Figura 2: Topologia do codificador espácio-temporal ST-MTCM.

dígitos de entrada forma um vetor linha **u** de comprimento $q+s$, definida da seguinte forma:

$$\mathbf{u} = [\overbrace{u_1,\ldots,u_s}^{\text{estado atual}}, \overbrace{\underbrace{u_{s+1},\cdots,u_{2s}}_{\text{próximo estado}}, \underbrace{u_{2s+1},\cdots,u_{s+q}}_{\text{escolhe ramos paralelos}}}^{\text{dígitos de entrada}}] \qquad (4)$$

Pode-se representar este código ST-MTCM por uma matriz geradora $\mathbf{G}$ [7] com pN colunas e $s+q$ linhas, onde cada elemento de $\mathbf{G}$ são símbolos m-PSK representados pelos inteiros $\{0, 1, \cdots, m-1\}$. Os pN símbolos m-PSK associados a cada ramo da treliça de estados são determinados pela multiplicação do vetor **u** pela matriz $\mathbf{G}$, isto é:

$$[c_1^1, \ldots, c_1^N, \cdots, c_p^1 \ldots, c_p^N] \; = \; \mathcal{M}\,(\mathbf{u}\,\mathbf{G} \;\; (\mathrm{mod}\, m)),$$

onde $\mathcal{M}(\mathbf{a})$ mapeia cada componente a_i de um vetor **a** em $e^{j2\pi a_i/m}$, para $i = 1, \cdots, pN$. Então, os rótulos dos ramos são combinações lineares das linhas de $\mathbf{G}$, denotadas por $\mathbf{G}_i, 1 \leq i \leq s+q$.

O critério para construção de códigos espácio-temporais para canais com desvanecimento Rayleigh e comportamento quase estático [1] consiste em produzir matrizes $\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e})$ com máximo posto (máximo ganho de diversidade), para todos os pares distintos **c** e **e**. Posteriormente, o valor mínimo do ganho de codificação, $[\det(\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e}))]^{1/N}$, deve ser simultaneamente maximizado sobre todos os pares distintos **c** e **e**. A maximização simultânea do ganho de diversidade e codificação não é uma tarefa fácil de realizar, porém, o máximo ganho de diversidade pode ser embutido na pesquisa de máximo ganho de codificação, bastando para isso que $[\det(\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e}))]^{1/N}$ seja sempre diferente de zero, garantindo assim independência linear das linhas de $\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e})$, e portanto, máximo posto. O nosso problema resume-se em determinar códigos com máximo ganho de codificação η, definido por:

$$\eta = \min_{\mathbf{c},\mathbf{e}} \left[\det\left(\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e})\right)\right]^{1/N}, \qquad (5)$$

ou

$$\eta = \min_{\mathbf{c},\mathbf{e}} \left[\det\left(\sum_{k=1}^{\ell/p} (\mathbf{C}_k - \mathbf{E}_k)(\mathbf{C}_k - \mathbf{E}_k)^H\right)\right]^{1/N}, \qquad (6)$$

onde

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} c^1_{p(k-1)+1} & \cdots & c^1_{pk} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c^N_{p(k-1)+1} & \cdots & c^N_{pk} \end{bmatrix},$$

é composto de sinais oriundos das p transmissões nas N antenas devido a k-ésima transição de estado da treliça. Uma definição similar é empregada para $\mathbf{E}_k$ e ℓ é um múltiplo de p. Como pode ser observado em (5), η é limitado superiormente por $[\det(\mathbf{A}(\mathbf{c},\mathbf{e}))]^{1/N}$ para qualquer par **c** e **e**. Um bom limitante pode ser obtido considerando pares **c** e **e** que diferem apenas em uma transição paralela. A intra-distância para uma transição de estados específica é definida como a mínima distância entre seus caminhos paralelos:

$$d_{intra} = \min_{\mathbf{u}^i,\mathbf{u}^j} [\det(\mathbf{A}(\mathbf{c}^i,\mathbf{c}^j))]^{1/N}, \qquad (7)$$

onde $\mathbf{c}^i = \mathcal{M}(\mathbf{u}^i\mathbf{G}(\mathrm{mod}\, m))$ e $\mathbf{c}^j = \mathcal{M}(\mathbf{u}^j\mathbf{G}(\mathrm{mod}\, m))$, para vetores $\mathbf{u}^i$ e $\mathbf{u}^j$ que diferem entre si somente nos últimos $q-s$ dígitos binários (os $2s$ primeiros dígitos binários são fixados para uma determinada transição de estados).

A busca exaustiva sobre as $m^{(s+q)pN}$ possíveis matrizes $\mathbf{G}$ torna-se impraticável para número elevados de estados. O algoritmo de busca sub-ótimo proposto por [7], baseia-se na procura das linhas $\mathbf{G}_i$, $i = 2s+1, \ldots, s+q$, que maximizem primeiramente as intra-distâncias entre ramos paralelos, e posteriormente, busca as linhas $\mathbf{G}_i$, $i = 1, \ldots, 2s$, que maximizem as inter-distâncias entre estados diferentes. Após esta busca, deve-se calcular o ganho de codificação η através de (5). Implementamos um algoritmo de busca baseado em [7] para achar os códigos apresentados na próxima seção.

4. RESULTADOS

Baseado nos critérios de construção de códigos ST-MTCM descritos nas seções anteriores, constrímos um algoritmo de busca de códigos com máximo ganho de diversidade para $N = 2$ antenas de transmissão e $M = 1$ ou $M = 2$ antenas de recepção (ganhos de diversidade iguais a NM, ou seja, 2 e 4). A eficiência espectral do código ST-MTCM considerado é q/p bits/s/Hz. Os códigos encontrados foram projetados para $p = 2$ transmissões/ramo/antena e para dois caminhos paralelos ($q = s+1$) conectando estados consecutivos.

Exemplo 4.1 *Consideramos inicialmente códigos com 8 estados ($s = 3$), modulação QPSK e eficiência espectral $q/p = 2$ bits/s/Hz. Fixado $p = 2$, obtemos $q = 4$. A matriz geradora tem $s + q = 7$ linhas e $pN = 4$ colunas. Para melhor identificação chamaremos este código de C_1. A partir de uma busca sobre as linhas de $\mathbf{G}$, achamos a seguinte matriz geradora e ganho de codificação η para C_1:*

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \eta = \sqrt{16}.$$

Exemplo 4.2 *O segundo código pesquisado tem 32 estados ($s = 5$), modulação 8-PSK e eficiência espectral $q/p = 3$ bits/s/Hz, ou $q = 6$. A matriz geradora tem $s + q = 11$ linhas e $pN = 4$ colunas. A matriz geradora $\mathbf{G}$ e o ganho de codificação η para este código, denominado de C_2, são dados por:*

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & 4 \end{bmatrix} \quad \eta = \sqrt{8}.$$

Apresentaremos a seguir curvas de simulações que comparam o desempenho dos códigos ST-MTCM apresentados nos exemplos acima com os códigos ST-TCM propostos na literatura que atingem máximo ganho de diversidade, para o mesmo número de estados e eficiência espectral. Durante as simulações foi padronizado um comprimento de bloco $\ell = 130$ símbolos, no qual o desvanecimento permanece constante. A Figura 3 mostra curvas da probabilidade de erro de símbolo (PES) após a decodificação em função da relação sinal ruído por bit E_b/N_0, denotada de SNR (do inglês *signal to noise ratio*), onde $E_b = (pNE_s/q)$. Três códigos de oito estados, eficiência espectral 2 bits/s/Hz e máximo ganho de diversidade (MN) foram considerados: C1 ($\eta = \sqrt{16}$) e os códigos ST-TCM propostos por Baro et al. [5] ($\eta = \sqrt{12}$) e Tarokh et al. [1] ($\eta = 3,46$). Observando as curvas para o caso de duas antenas de recepção (diversidade 4), por exemplo, C_1 apresenta ganhos de codificação aproximadamente iguais a 1,8 dB e 1,0 dB em relação aos códigos propostos por Tarokh et al. e Baro et al., respectivamente, para $PES = 10^{-3}$. Uma comparação do desempenho do código C_2 e do código proposto por Tarokh

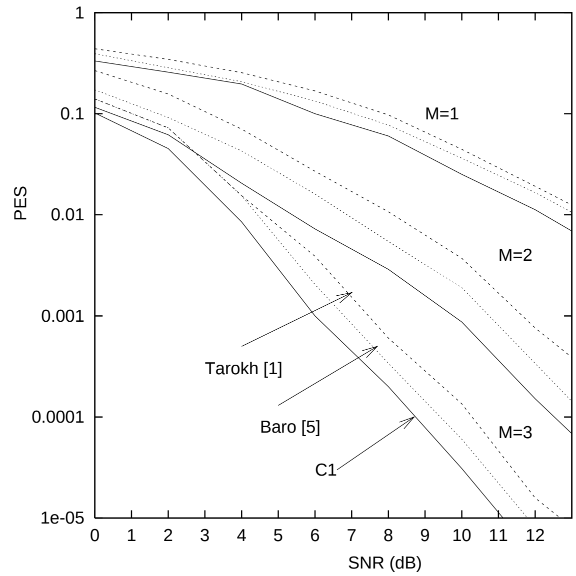

Figura 3: Probabilidade de erro de símbolo versus relação sinal ruído por bit para os três códigos com eficiência espectral 2 bit/s/Hz, 8 estados, duas antenas transmissoras e ganho de diversidade $2M$. $M = 1, 2, 3$.

et al. [1] é mostrada na Figura 4. Ganhos de codificação da ordem de 2 dB foram observados em favor do código C_2, para $PES = 10^{-3}$. Convém ressaltar que em [5] não foi proposto códigos com eficiência 3 bits/s/Hz.

5. CONCLUSÕES

Os códigos ST-TCM propostos na literatura foram projetados para alcançar máximo ganho de diversidade. Este artigo mostra que ganhos de codificação adicionais são possíveis usando esquemas ST-MTCM. Foram propostos códigos ST-MTCM com 2 e 3 bits/s/Hz, que atingem máximo ganho de diversidade e têm ganhos de codificação $\eta_1 = \sqrt{16}$ e $\eta_2 = \sqrt{8}$, respectivamente. Através de curvas de simulação, ficou comprovado que os códigos ST-MTCM apresentam ganhos de codificação superiores a 1 dB em relação aos códigos ST-TCM previamente publicados, caso diversidade seja usada na antena receptora. Estes resultados motivam a busca de códigos ST-MTCM mais complexos com diferentes número de estados e eficiências espectrais.

6. REFERÊNCIAS

[1] V. Tarokh, N. Seshadri, A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria and code construction", *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 44, pp. 744-764, Mar. 1998.

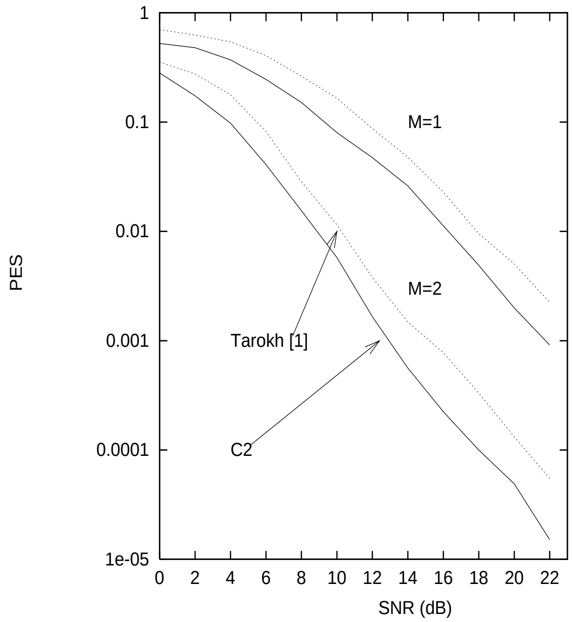

Figura 4: Probabilidade de erro de símbolo versus relação sinal ruído por bit para dois códigos com eficiência 3 bit/s/Hz, 32 estados, duas antenas transmissoras e ganho de diversidade $2M$. $M = 1, 2$.

[2] A. F. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri, A. R. Calderbank,"A space-time coding modem for high data rate wireless communications", *IEEE J. Select. Commun.*, Vol. 16, pp. 1459-1478, Oct. 1998.

[3] V. Tarokh, A. F. Naguib, N. Seshadri, A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths", *IEEE Trans. on Commun.*, Vol. 47, pp. 199-207, Feb. 1999.

[4] R. S. Blum,"Analytical tools for the design of space-time convolutional codes", *submitted to IEEE Trans. Info. Theory*, 2000.

[5] S. Baro, G. Bauch, and A. Hansmann,"Improved codes for space-time trellis coded modulation", *IEEE Commun. Letter*, vol. 4, pp. 20-22, Jan. 2000.

[6] A. R. Hammons and H. Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 46, pp. 524-542, Mar. 2000.

[7] X. Lin and R. S. Blum,"Systematic design of space-time codes employing multiple trellis coded modulation", *submitted to IEEE Trans. Info. Theory*, 2000.