

PROPOSTA DE ESTRUTURA DE CRISTAL FOTÔNICO BIDIMENCIONAL COM PBG COMUM PARA OS MODOS TE E TM

Manoel J.L. Alves¹, Carlos L. da S.S. Sobrinho²

¹Centro Federal de Educação Tecnológica do Pará (CEFET-PA)
Belém, PA, Brasil 66.093-020

²Departamento de Engenharia Elétrica e Computação – Universidade Federal do Pará (UFPA)
Belém, PA, Brasil 66075-900

Resumo Neste trabalho, aplica-se o método (FD-FD) para analisar as características dos modos eletromagnéticos (fótons) em materiais fotônicos bidimensionais. A estrutura periódica é constituída de material dielétrico anisotrópico biaxial com perfil de índice de refração variando continuamente. A investigação da estrutura, considerando-se uma zona irreduzível de Brillouin, é feita para propagação transversal, sendo as ondas guiadas classificadas em modos TE ou TM, onde *gaps* na banda fotônica podem ser encontrados e, nenhum modo se propaga na estrutura. Com isto, o presente trabalho se propõe a projetar uma estrutura onde as bandas proibidas para os modos TE e TM venham a coincidir. O que é feito mediante a variação do fator de preenchimento e do contraste dielétrico entre regiões da estrutura. A formulação é desenvolvida de forma a transformar o problema em um problema de autovalores convencional com a vantagem de se ter os modos espúrios eliminados pela inclusão implícita do divergente do campo magnético igual a zero e pelo fato da matriz resultante ser esparsa.

Palavras-Chaves Método FD-FD, estrutura periódica, modos eletromagnéticos (fótons), banda proibida fotônica (PBG).

I. INTRODUÇÃO

Atenção especial tem sido dada recentemente a pesquisa aplicada ao desenvolvimento de materiais artificiais com diversas propriedades elétricas e ópticas, com um objetivo similar, que é o controle das propriedades ópticas dos materiais. Pela combinação das propriedades constitutivas de vários materiais em uma estrutura que se repete ao longo de direções bem determinadas, é possível controlar as características de propagação de ondas eletromagnéticas na estrutura resultante, desde as frequências de microondas até o espectro óptico [1].

Durante muitas décadas, a propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas periódicas tem sido um assunto importante, nas faixas de frequências de microondas e óptica, face as suas inúmeras aplicações, tais como: guias fotônicos; antenas de alta eficiência em frequências de ondas milimétricas e microondas; filtros seletivos em frequência; blindagem óptica; ressoadores de alto-Q; acopladores direcionais, etc.

Uma característica marcante de estruturas periódicas é a existência de bandas de frequências onde as ondas eletromagnéticas são fortemente atenuadas e não se

propagam. Tais estruturas, quando feitas de material dielétrico, recebem o nome de cristais fotônicos. Em analogia com um cristal eletrônico, onde a distribuição periódica de átomos ou moléculas podem criar uma banda proibida (“band gap”) de energia na propagação de elétrons, um cristal fotônico, feito de regiões dielétricas periodicamente distribuídas dentro de um meio envolvente, pode criar uma banda proibida fotônica (“Photonic Band Gap – PBG”), dentro da qual a propagação de fótons (modos eletromagnéticos) é proibida em todas as direções e em determinadas bandas de frequência. Os conceitos básicos relacionados aos materiais PBG podem ser encontrados em Yablonovitch [2] e John [3].

Neste trabalho, uma formulação eficiente usando-se o método FD-FD é apresentada para a análise da estrutura periódica constituída de materiais anisotrópicos e perfil de índice de refração variando continuamente, o que representa uma extensão do trabalho de Yang [4], o qual é válido para estruturas isotrópicas e perfil de índice de refração degrau..

A presente análise tem a vantagem de resultar em um problema de autovalores, onde a matriz característica é esparsa e somente os valores diferentes de zero precisam ser armazenados.

A formulação aqui apresentada tem sido exaustivamente testada [1] e [5] e os resultados mostram-se concordantes com aqueles disponíveis na literatura [6].

II. TEORIA

Considere uma estrutura uniforme segundo a sua direção longitudinal (direção Z) e periódica nas direções transversais (plano X-Y) (Fig.1). Seja ela constituída de material anisotrópico de forma que os eixos ópticos do material coincidam com os eixos do sistema de coordenadas. Nesta formulação, o perfil de índice de refração varia continuamente nas direções X e Y, de modo que o tensor permissividade elétrica contém elementos diferentes de zero somente na diagonal principal, com componentes $\epsilon_x(x,y)$, $\epsilon_y(x,y)$, $\epsilon_z(x,y)$. Seja também este material não-magnético de forma que a permeabilidade magnética (μ) é igual aquela do espaço livre (μ_0). Nos casos apresentados neste trabalho, a

e b são os comprimentos característicos dos vetores que formam a rede primária nas direções x e y , respectivamente. Os campos eletromagnéticos são assumidos terem dependência harmônica no tempo da forma $\exp(j\omega t)$, onde ω é a frequência angular.

Para fazer uma análise geral dos modos propagantes para a estrutura na Fig. 1, dois grandes casos podem ser considerados: 1) propagação oblíqua, quando deseja-se determinar as características de dispersão dos modos que possuem $\gamma_z \neq 0$ e que têm a característica de serem modos híbridos; e 2) propagação transversal, quando se analisa os modos com $\gamma_z = 0$ e que podem ser separados em modos TE e TM. No caso da propagação transversal, enfoque deste trabalho, a caracterização dos modos TM é feito através da componente E_z do campo elétrico e aquela dos modos TE através da componente H_z do campo magnético.

A – Propagação Transversal (Plano $Z=0$)

A.1 – Modo TE

A equação de onda que rege a propagação de ondas eletromagnéticas para o modo TE ($E_z = 0$) e com $\gamma_z = 0$, pode ser escrita em termos da componente longitudinal (H_z), do campo magnético. O que é feito partindo-se das equações de Maxwell, resultando em

$$0 = k_0^2 H_z + \frac{1}{e_y} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{1}{e_x} \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} - \frac{1}{e_y^2} \frac{\partial e_y}{\partial x} \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{1}{e_x^2} \frac{\partial e_x}{\partial y} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad (1)$$

onde, $k_0^2 = w\sqrt{m_0}e_0$, é o número de onda no espaço livre, e

e_0 é a permissividade elétrica do espaço livre.

Para resolver a equação (1) numericamente somente uma célula da estrutura periódica (Fig. 1) precisa ser analisada. Na Fig. 2 mostra-se uma célula de um cristal fotônico bidimensional a qual será analisada neste trabalho. Desta forma, para encontrar a componente H_z do campo magnético, em um dado ponto P da malha definida sobre uma célula do cristal (Fig. 2), é obtida aplicando-se a equação (1) para cada uma das quatro regiões da malha gradual dos cinco pontos (Fig. 3). Sendo imposta, nas interfaces das quatro regiões (Fig. 3), as condições de contorno que estabelecem a continuidade das componentes E_x e E_y do campo elétrico. Para concluir a formulação, a condição de periodicidade para os pontos nas fronteiras em $x = a$ e $y = b$ (Fig. 2) é, então, considerada pelas equações.

$$H_z \Big|_{x=a} = H_z \Big|_{x=0} \cdot e^{-jb_x a} \quad e$$

$$H_z \Big|_{y=b} = H_z \Big|_{y=0} \cdot e^{-jb_y b}, \quad (2)$$

onde β_x e β_y são as constantes de fase nas direções X e Y, respectivamente. Como resultado, um sistema de equações homogêneas é encontrado, o qual é escrito na seguinte forma convencional de um problema de autovalores

$$[(A) - \lambda^2(I)] (H) = 0, \quad (3)$$

onde, (I) é a matriz identidade; $\lambda^2 = -(\omega/c)^2$ representa os autovalores, sendo c a velocidade da luz no espaço livre; (H) contém os autovetores; (A) sendo uma matriz quadrada de ordem $(I-1) \times (J-1)$, cujos elementos dependem dos parâmetros eletromagnéticos dos meios que constituem a estrutura e da geometria da mesma.

A.2 – Modo TM

De maneira análoga ao modo TE, têm-se que $\gamma_z = 0$, porém desta vez $H_z = 0$ e, a equação de onda que rege a propagação dos modos TM, em termos da componente longitudinal do campo elétrico (E_z), pode ser escrita como:

$$k_0^2 e_z E_z + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Para encontrar a solução da equação (4) os mesmos procedimentos usados no caso TE é aplicado. Neste caso, as condições de contorno que estabelecem a continuidade das componentes H_x e H_y , do campo magnético, são, então, impostas nas interfaces das regiões da malha dos cinco pontos (Fig.3) e a condição de periodicidade para os pontos nas fronteiras em $x = a$ e $y = b$ (Fig. 2), é expressa por

$$E_z \Big|_{x=a} = E_z \Big|_{x=0} \cdot e^{-jb_x a} \quad e$$

$$E_z \Big|_{y=b} = E_z \Big|_{y=0} \cdot e^{-jb_y b}. \quad (5)$$

O resultado é um problema de autovalores escrito na mesma forma da equação (3).

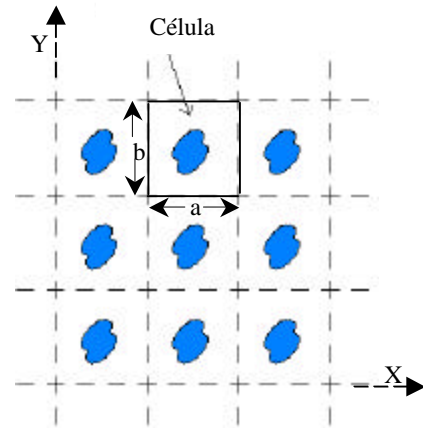


Fig. 1. Seção transversal de um cristal fotônico bidimensional: Estrutura periódica dielétrica num meio dielétrico anisotrópico.

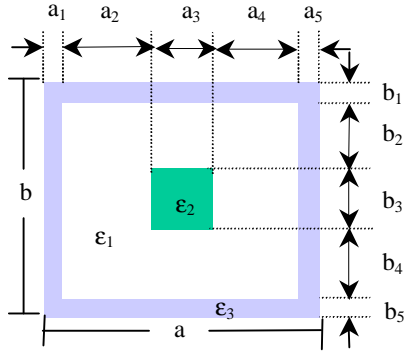


Fig. 2. Seção transversal de uma célula unitária do cristal fotônico bidimensional.

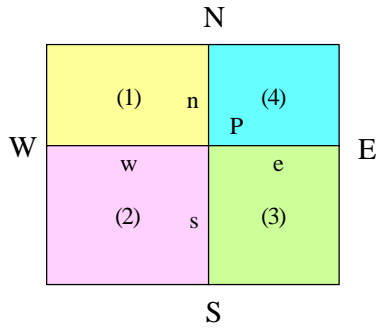


Fig. 3. Malha gradual dos cinco pontos.

III. RESULTADOS

A seção transversal da célula unitária que compõe a estrutura periódica do cristal fotônico bidimensional, investigada neste trabalho, é mostrada na Fig. 2. Nesta figura, observa-se que a célula unitária proposta é constituída de três regiões caracterizadas pelas permissividades elétricas relativas ϵ_1 ; ϵ_2 e ϵ_3 . A diferença entre os valores dessas permissividades assim como as dimensões das regiões correspondentes têm influência determinante no surgimento e localização das bandas proibidas, como pode ser verificado nas Figs. 5-9. Com o objetivo de testar a formulação aqui apresentada, mostra-se na Fig. 4, a banda fotônica para a estrutura da Fig. 2. Onde os resultados são válidos para $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0$; $a_3 = b_3 = 0,3545a$; $a = b = 1,0$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 8,9$ e para o modo TM. Neste caso, a célula unitária é formada por um guia de onda de seção reta quadrada envolvido pelo ar. Os resultados foram então comparados com aqueles disponíveis em [4] e [6] e uma excelente concordância foi verificada.

Nestas figuras, representa-se no eixo vertical a frequência normalizada ($\omega a / 2\pi c$) e no horizontal o número de onda para direções diferentes, isto é, ao longo do contorno da zona irreduzível de Brillouin (Fig. 10).

Para os resultados apresentados nas Figs. 5-9, considerou-se $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm e $a_3 = b_3 = 0,116$ mm (Fig. 2). Para as Figs. 5(a) (modo TE) e 5(b) (modo TM) fez-se $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 8,9$; onde bandas proibidas são obtidas em ambos os modos. Com o objetivo de deslocar o Band-gap existente no modo TM Fig. (5(b)) em

direção daquele do modo TE aumentou-se ϵ_3 de 8,9 para 11,0 e depois para 15,0. Cujos efeitos são mostrados nas Figs. 6 e 7, respectivamente. Onde, nas Figs. 7(a) e (b) pode-se observar que há superposição dos Band-gaps e que nenhum modo se propaga na faixa coincidente.

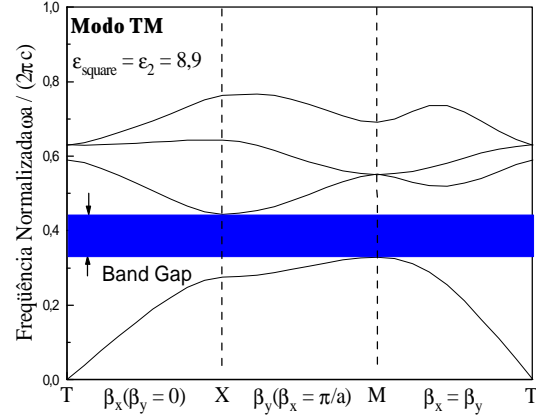


Fig. 4. A banda fotônica da estrutura para os primeiros quatro modos TM de um quadrado dielétrico ($\epsilon_{\text{square}} = \epsilon_2 = 8,9$) envolvido por ar (Fig. 2), onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0$; $a_3 = b_3 = 0,3545a$ e $a = b = 1,0$ mm. Os pontos T, X, e M são mostrados na Fig. 8.

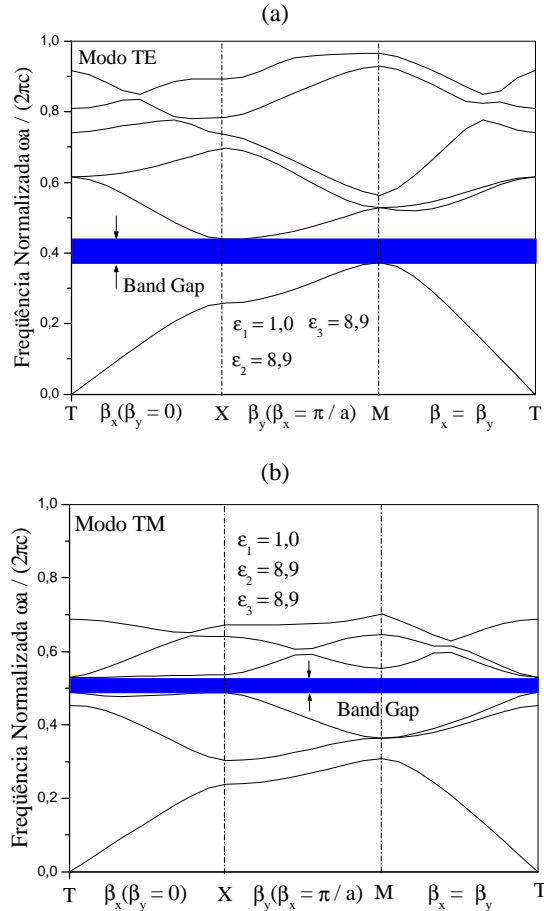


Fig. 5. A banda fotônica da estrutura para os primeiros modos da Fig. 2, onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm; $a_3 = b_3 = 0,116$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 8,9$; $\epsilon_3 = 8,9$ e $a = b = 1,0$ mm. (a) Modo TE, (b) Modo TM.

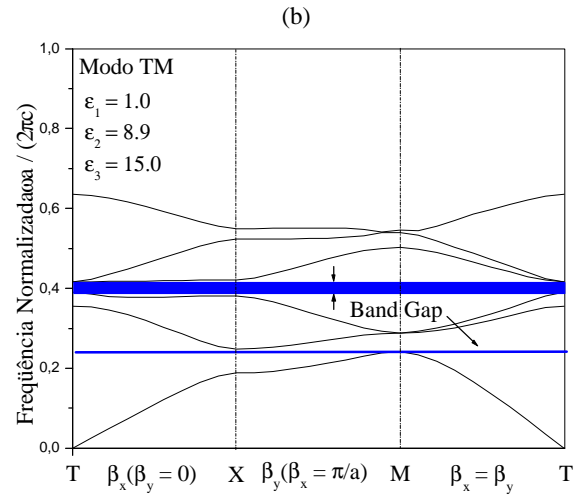
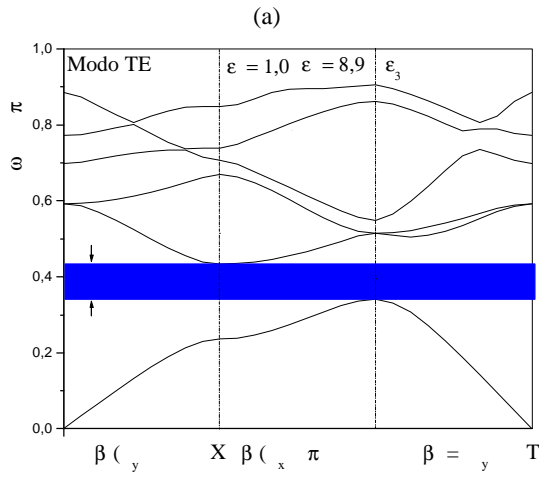


Fig. 7. A banda fotônica da estrutura para os primeiros modos da Fig. 2, onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm; $a_3 = b_3 = 0,116$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 8,9$; $\epsilon_3 = 15,0$ e $a = b = 1,0$ mm. (a) Modo TE, (b) Modo TM.

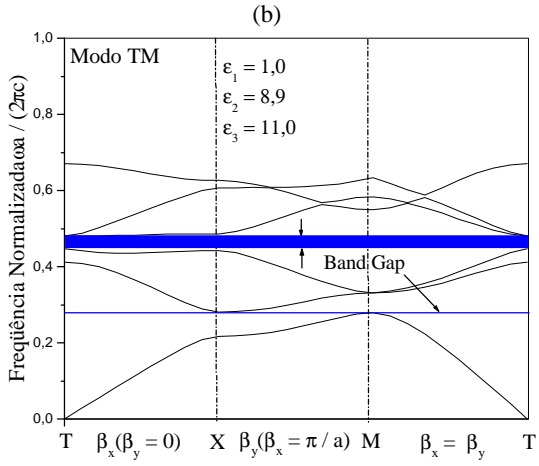


Fig. 6. A banda fotônica da estrutura para os primeiros modos da Fig. 2, onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm; $a_3 = b_3 = 0,116$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 8,9$; $\epsilon_3 = 11,0$ e $a = b = 1,0$ mm. (a) Modo TE, (b) Modo TM.

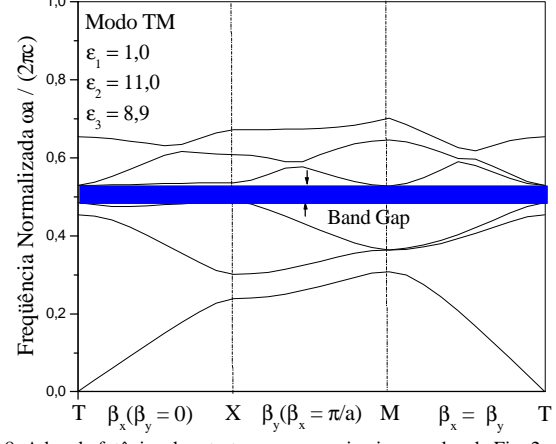
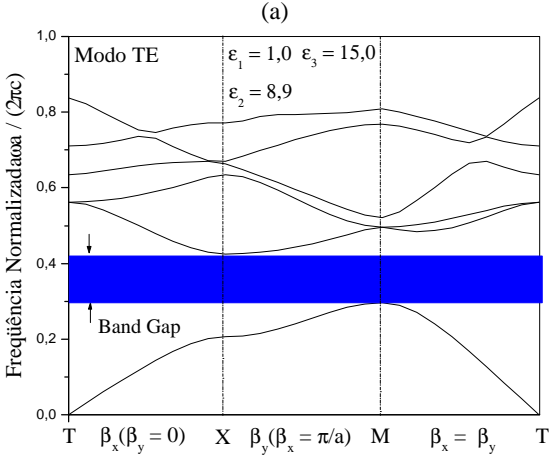
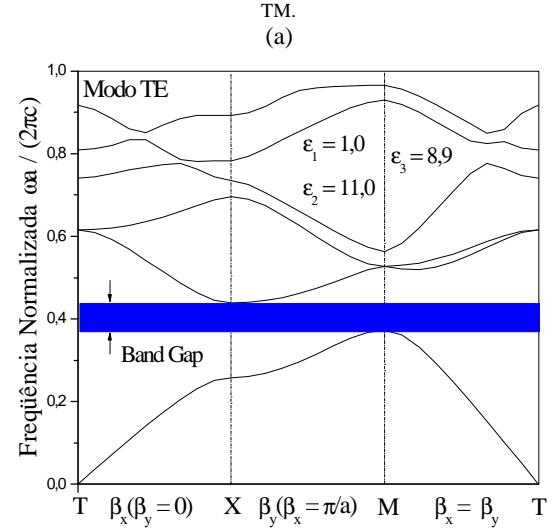


Fig. 8. A banda fotônica da estrutura para os primeiros modos da Fig. 2, onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm; $a_3 = b_3 = 0,116$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 11,0$; $\epsilon_3 = 8,9$ e $a = b = 1,0$ mm. (a) Modo TE, (b) Modo TM.

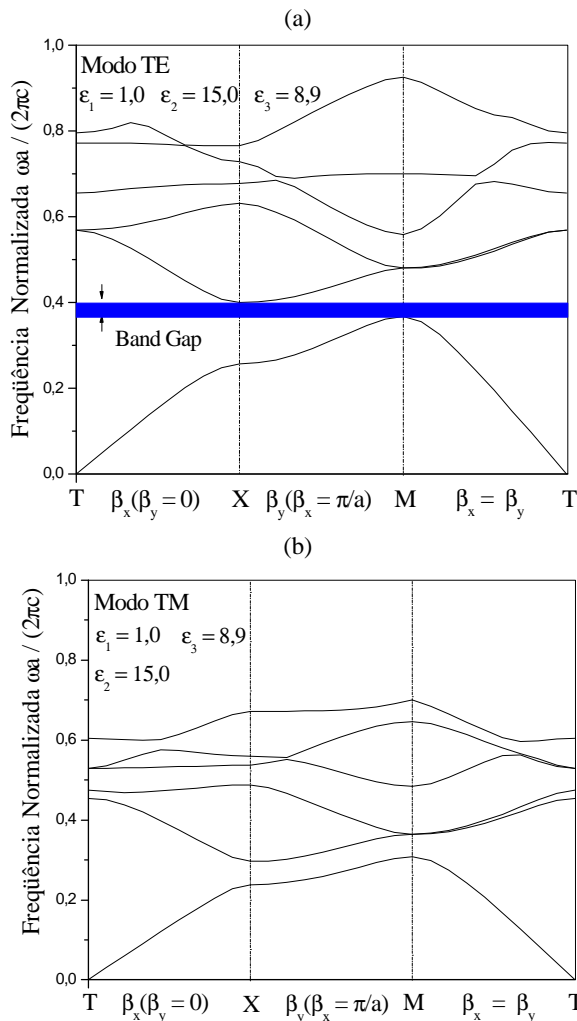


Fig. 9. A banda fotônica da estrutura para os primeiros modos da Fig. 2, onde $a_1 = a_5 = b_1 = b_5 = 0,075$ mm; $a_2 = a_4 = b_2 = b_4 = 0,367$ mm; $a_3 = b_3 = 0,116$ mm; $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 15,0$; $\epsilon_3 = 8,9$ e $a = b = 1,0$ mm. (a) Modo TE, (b) Modo TM.

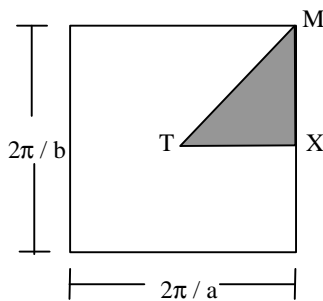


Fig. 10. Zona irredutível de Brillouin.

Para mostrar a importância da escolha adequada das permissividades para as regiões 1, 2, e 3 (Fig. 2), de forma a obtermos bandas proibidas coincidentes. Apresenta-se nas Figs. 8 e 9 os resultados obtidos, fazendo-se nos casos das Figs. 6 e 7, para $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 = 11,0$; $\epsilon_3 = 8,9$ e $\epsilon_1 = 1,0$; $\epsilon_2 =$

$15,0$; $\epsilon_3 = 8,9$, respectivamente. Onde pode-se observar que com o aumento da permissividade da região 2 em relação àquela da região 3 (Fig. 2) as bandas proibidas para os modos TE e TM tendem a se afastar, efeito oposto ao encontrado quando ϵ_3 cresce em relação a ϵ_2 (Figs. 5-7), culminando com a eliminação do Band-gap para o modo TM (Fig. 9(b)).

III. CONCLUSÃO

Neste trabalho, o método FD-FD foi utilizado para fazer a análise de uma estrutura fotônica bidimensional, onde foi dado ênfase na obtenção das bandas proibidas fotônicas (PBG). Os resultados mostram que para valores apropriados do fator de preenchimento e do contraste dielétrico entre regiões da estrutura, pode-se obter bandas proibidas coincidentes para os modos TE e TM, de forma que nenhum modo se propaga.

A formulação foi desenvolvida de forma a transformar o problema em um problema de autovalores convencional com a eliminação dos modos espúrios [$\nabla \cdot (\mu_0 \mathbf{H}) = 0$]. Nesta análise, a matriz característica é esparsa, o que permite a redução considerável no tempo de processamento e do espaço de memória para matrizes grandes. Esta formulação é útil para projetos de outras estruturas, tais como: acopladores direcionais, cavidade fotônica, guias fotônicos, etc.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pelas agências: CNPq e CAPES.

REFERÊNCIAS

- [1] Ricardo Vilhena do E. Santo, "Caracterização das bandas fotônicas para estruturas periódicas 2-D constituídas de dielétricos anisotrópicos sem perdas", Tese de Mestrado, PPGEE – UFPA, Belém, PA, Jan, 2001.
- [2] Yablonovitch, E. (1987) *Phys. Rev. Lett.* 58,2059.
- [3] John, S. (1987) *Phys. Rev. Lett.* 58,2486.
- [4] H. Y. D. Yang, "Finite difference analysis of 2-D photonic crystals," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 44, no. 12, pp. 2688-2695, Dec. 1996.
- [5] M. J. L. Alves and C. L. da S. S. Sobrinho, "Design of 2-D PBG structures with high refractive index contrast," *The 2001 International Microwave and Optoelectronics Conference – IMOC 2001*, Belém – PA – Brazil, Aug. 06 – 10, 2001.
- [6] H. Y. Yang, J. A. Castaneda and N. G. Alexopoulos, "An integral equation analysis of an infinite array of rectangular dielectric waveguides," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 38, pp 873-880, July 1990.