

RESTAURAÇÃO DE IMAGENS ATRAVÉS DE FILTRAGEM DE KALMAN USANDO PROGRAMAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

RONALDO F. ZAMPOLO, RUI SEARA E ORLANDO J. TOBIAS

LINSE: Circuitos e Processamento de Sinais
Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Catarina
Campus Universitário, 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil
Tel: (0xx48) 331-9504, Fax: (0xx48) 331-9091, zampolo@linse.ufsc.br

RESUMO

A restauração de imagens através do *Filtro de Kalman de Modelo de Ordem Reduzida* (FKMOR) é obtida em conjunto com uma técnica baseada no critério de máxima verossimilhança. O referido critério é adotado para estimação dos parâmetros da imagem e da degradação. Tradicionalmente, são usados algoritmos de otimização sensíveis às condições iniciais na etapa de otimização. Este trabalho trata do uso de *Programação Evolucionária* (PE) na fase de estimação em restauração adaptável de imagens via FKMOR. Comparações experimentais entre as duas estratégias mencionadas são apresentadas. Os resultados de simulações sugerem que restaurações via FKMOR mais confiáveis são obtidas quando algoritmos menos sensíveis às condições iniciais são adotados.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo da restauração de imagens é recuperar a imagem original a partir de sua versão degradada. A maioria das abordagens clássicas considera o sistema de degradação conhecido [1,2]. No entanto, essa não é a situação prática mais comum [3] e, além disso, imagens reais apresentam degradações variantes no espaço, as quais exigem uma abordagem de restauração adequada. Esses fatos têm encorajado intensas pesquisas em técnicas de restauração adaptável e autodidata (ou quase-autodidata). Devido ao desempenho da teoria do filtro de Kalman em aplicações unidimensionais (1-D), a mesma tem sido estendida ao caso bidimensional (2-D). Contudo, a implementação direta do filtro de Kalman em 2-D apresenta alto custo computacional [4]. Nesse sentido, várias aproximações do filtro de Kalman em 2-D têm sido propostas, a fim de reduzir a carga computacional [4]. Uma dessas aproximações é o *Filtro de Kalman de Modelo de Ordem Reduzida* (FKMOR) [5]. De maneira similar às outras aproximações do filtro de Kalman, o FKMOR possui adaptabilidade espacial.

A vantagem do FKMOR em relação às outras aproximações está no uso de um vetor de estado reduzido, o qual leva a um decréscimo considerável na carga

computacional. Por isso, o FKMOR é mais adequado à estimação dos parâmetros da imagem/degradação, tendo-se em conta o volume de operações envolvido. Em [5], uma técnica baseada em máxima verossimilhança, em conjunto com o FKMOR, é usada para estimação dos parâmetros da imagem/degradação. Em [3], são usadas técnicas de otimização sensíveis às condições iniciais e, devido à presença de ótimos locais na função de máxima verossimilhança, são realizadas múltiplas rodadas do algoritmo de otimização. Nesse caso, a melhor solução para a restauração final é escolhida a partir de um conjunto de resultados.

Neste trabalho, mostra-se que restaurações via FKMOR mais confiáveis são obtidas pelo uso, na etapa de estimação de parâmetros, de estratégias de otimização menos sensíveis às condições iniciais. Essa maior confiabilidade nos resultados é alcançada quando Programação Evolucionária (PE) é usada na otimização, devido à sua, já bastante conhecida, baixa sensibilidade às condições iniciais [6,7]. Alguns exemplos do método proposto são apresentados para avaliação de desempenho. Os resultados das simulações são baseados em imagens degradadas sinteticamente. No processo de restauração, o modelo da degradação é assumidamente conhecido, mas não seus parâmetros.

2. RESTAURAÇÃO DE IMAGENS VIA FKMOR

2.1 Modelos Matemáticos

Os modelos das imagens original e degradada são representados, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$f(x, y) = \sum_{(k,l) \in D_1} a(k,l) f(x-k, y-l) + v_1(x, y) \quad (1)$$

$$g(x, y) = \sum_{(m,n) \in D_2} h(m,n) f(x-m, y-n) + v_2(x, y) \quad (2)$$

onde $f(x, y)$ e $g(x, y)$ são as funções de intensidade, representando a imagem original e a imagem observada

(versão degradada), respectivamente. $a(x, y)$ é uma medida de correlação entre *pixels* vizinhos. A função de degradação é dada por $h(x, y)$. $v_1(x, y)$ e $v_2(x, y)$ são, respectivamente, os ruídos de entrada e aditivo de observação (gaussianos e de média zero). D_1 e D_2 são a região em torno do *pixel* presente de correlação não desprezível e a região de suporte da função de degradação, respectivamente. Considerando a formulação do filtro de Kalman, (1) e (2) podem ser rescritas como segue:

$$\mathbf{f}(x, y) = \mathbf{A}(x, y)\mathbf{f}(x, y-1) + \mathbf{D}(x, y)\mathbf{v}_1(x, y) + \mathbf{E}(x, y)\mathbf{u}(x, y) \quad (3)$$

$$g(x, y) = \mathbf{H}(x, y)\mathbf{f}(x, y) + v_2(x, y) \quad (4)$$

onde $\mathbf{f}(x, y)$, $\mathbf{v}_1(x, y)$ e $\mathbf{u}(x, y)$ são, respectivamente, o vetor de estado, que porta informação sobre a imagem original; o vetor de entrada (ruído gaussiano); e um vetor determinístico. $\mathbf{A}(x, y)$ e $\mathbf{H}(x, y)$ são chamadas, respectivamente, de matriz de transição de estado (que contém os coeficientes de correlação entre *pixels* vizinhos) e matriz de observação (que é dependente dos parâmetros da função de degradação). $\mathbf{D}(x, y)$ e $\mathbf{E}(x, y)$ são matrizes de ponderação. Deve-se notar que (3) e (4) são intrinsecamente variantes, uma característica bastante útil para processamento adaptável.

2.2 Definição do Vetor de Estado Reduzido e da Direção de Recursão

Na aproximação do FKMOR, o vetor de estado da formulação original do filtro de Kalman é substituído por um vetor de estado reduzido, a fim de diminuir a carga computacional. Os tamanhos das regiões D_1 e D_2 determinam a dimensão do referido vetor de estado reduzido. Neste trabalho, foi adotada a direção de recursão conhecida como *esquerda-para-direita/de cima-para-baixo* (*left-to-right/top-to-bottom*) [4]. A Fig. 1 ilustra o modelo de suporte conhecido como $M_1 \times M_2 \times M_3$ *non-symmetric half-plane* (NSHP), usado na definição do vetor de estado reduzido.

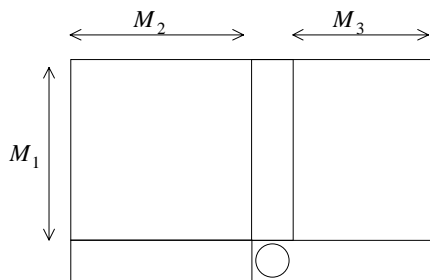


Figura 1. Modelo de suporte $M_1 \times M_2 \times M_3$ NSHP.

2.3 Etapa de Estimação de Parâmetros

O algoritmo de Kalman considera que as matrizes $\mathbf{A}(x, y)$, $\mathbf{H}(x, y)$, $\mathbf{D}(x, y)$ e $\mathbf{E}(x, y)$ são conhecidas, assim como as estatísticas de segunda ordem de $v_1(x, y)$ e $v_2(x, y)$. Na prática, contudo, aqueles parâmetros são parcialmente conhecidos ou mesmo desconhecidos. Logo, precisam ser estimados. Para que esta necessidade possa ser atendida, é usada a função custo de máxima verossimilhança, apresentada em [3,5] e dada por:

$$J = N \ln |R_{ee}| + \frac{1}{R_{ee}} \sum_{(x,y) \in g} \alpha^2(x, y) \quad (5)$$

onde N é o número de *pixels* da imagem g , R_{ee} denota a matriz de correlação do processo inovação (onde o índice “*ee*” significa *estado estacionário*), e $\alpha(x, y)$ caracteriza o processo inovação, descrito como:

$$\alpha(x, y) = g(x, y) - \mathbf{H}(x, y)\hat{\mathbf{f}}_b(x, y) \quad (6)$$

onde $\hat{\mathbf{f}}_b(x, y)$ é a predição do vetor de estado.

2.4 Discussão

A função custo definida em (5) apresenta ótimos locais. Então, para superar os problemas de convergência local, reinícios sucessivos são sugeridos por Angwin e Kaufman [3]. Este procedimento resulta em um conjunto de soluções, a partir do qual a melhor solução é selecionada para que se proceda à restauração final. O principal argumento em defesa dos reinícios é a certeza, ou pelo menos a crença, de que uma condição inicial aleatória específica irá ocorrer após algumas tentativas resultando em uma “restauração ótima”. A questão que surge é quantos reinícios serão necessários para que ocorra uma boa condição inicial? Por boa condição inicial, deve-se entender aquela que leva à solução ótima, ou pelo menos a uma solução perto da ótima. As simulações da Seção 4 mostram que o procedimento de reinícios pode ser bem ineficiente. Um caminho alternativo para lidar com esse problema é o uso de técnicas de busca baseadas em computação evolucionária, como a Programação Evolucionária (PE), que são menos sensíveis às condições iniciais. A próxima seção aborda a PE e suas principais características.

3. PROGRAMAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

A PE pertence a uma classe mais ampla de algoritmos conhecida como Computação Evolucionária (CE) e é caracterizada por ter sido inspirada nos sistemas de evolução ou adaptação natural [8]. O principal apelo para o uso da CE é sua habilidade em atingir a solução ótima global, independentemente da conformação da superfície

de desempenho. O algoritmo da PE usado neste artigo é descrito como segue [7]:

- 1) É gerada a população inicial de μ indivíduos e atribuído $\ell=1$. Cada indivíduo i é representado pelo par (\mathbf{p}_i, η_i) , no qual \mathbf{p}_i é o vetor de parâmetros a serem estimados e η_i é o desvio padrão usado nas mutações gaussianas. Esta é a população de pais;
- 2) A aptidão de cada um dos pais (\mathbf{p}_i, η_i) é avaliada, $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$;
- 3) Cada pai (\mathbf{p}_i, η_i) gera um filho (\mathbf{p}'_i, η'_i) , de acordo com os passos seguintes:
para $j = 1, \dots, P$,

$$p'_i(j) = p_i(j) + N(0, \eta_i)$$

$$\eta'_i = \eta_i \exp[\tau N(0, 1)]$$

onde P representa o número total de parâmetros; $N(0, 1)$ é o número aleatório de distribuição gaussiana de média zero e desvio padrão igual a 1; τ é uma constante;

- 4) A aptidão de cada filho (\mathbf{p}'_i, η'_i) é calculada;
- 5) Para cada indivíduo, considerando-se todos os pais e filhos, q oponentes são sorteados. Cada indivíduo é, então, comparado com seus q oponentes e sempre que a aptidão do indivíduo for maior ou igual a aptidão do seu oponente, o indivíduo ganha uma *vitória*;
- 6) Dentre pais e filhos, μ indivíduos são selecionados, justamente aqueles que possuem maior número de *vitórias*, para formar a próxima geração de pais;
- 7) Se o critério de parada adotado for satisfeito, o processamento se encerra, senão $\ell = \ell + 1$ e o algoritmo retorna ao passo (3).

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Dois casos são apresentados. O primeiro compara o já bastante conhecido algoritmo *Downhill Simplex Method* (DHSM) [9] com a PE descrita na seção anterior, aplicados em restauração não-adaptável via FKMOR. No segundo caso, são apresentadas duas restaurações adaptáveis via FKMOR usando PE, a título de exemplo do alcance da técnica. Nesse último caso, a imagem degradada consiste em duas regiões não sobrepostas, em que uma das regiões está degradada, enquanto a outra é mantida em sua forma original. Nas simulações, a PE tem

20 indivíduos por população e o número de oponentes q é igual a 10. Para a fase de estimação, é assumido que o modelo de degradação é conhecido, mas não seu parâmetro ρ que precisa ser identificado. O modelo de degradação é descrito por:

$$\mathbf{h} = \gamma^{-1} [\rho^3 \rho^2 \rho^1 \rho^0 \rho^1 \rho^2 \rho^3] \quad (7)$$

onde γ é um termo de normalização usado na manutenção da energia entre as imagens observada e restaurada. As imagens degradadas sinteticamente (Figs. 2 e 5) são obtidas para $\rho=1$. Para ambos os experimentos, foi adotado um suporte de $1 \times 6 \times 2$ NSHP e o *blurred signal-to-noise ratio* (BSNR) [2] das imagens degradadas é igual a 40 dB. O BSNR é definido como:

$$BSNR = 10 \log_{10} \left[\frac{\sigma_{g_i}^2}{\sigma_v^2} \right] \quad (8)$$

onde $\sigma_{g_i}^2$ e σ_v^2 são, respectivamente, as variâncias da imagem $g_i(x, y)$ e $v_2(x, y)$; e $g_i(x, y)$ representa a imagem degradada, desconsiderando o efeito de $v_2(x, y)$. Para calcular a qualidade das imagens restauradas, o *improvement in signal-to-noise ratio* (ISNR) [2] é usado. O ISNR é definido como:

$$ISNR = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\sum_{(x,y)} [f(x, y) - g(x, y)]^2}{\sum_{(x,y)} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2} \right\} \quad (9)$$

onde $\hat{f}(x, y)$ é a imagem restaurada.

4.1 Primeiro Experimento: Restauração Não-Adaptável

Neste caso, foi usada uma degradação uniforme e os parâmetros do FKMOR são considerados constantes em toda a imagem processada. A imagem degradada é apresentada na Figura 2. A Tabela 1 e a Tabela 2 mostram os resultados obtidos em 12 rodadas de restaurações obtidas por DHSM e PE, respectivamente. As Figs. 3 e 4 apresentam as imagens restauradas, as quais foram arranjadas por ordem de rodadas (linha por linha, da esquerda para a direita).



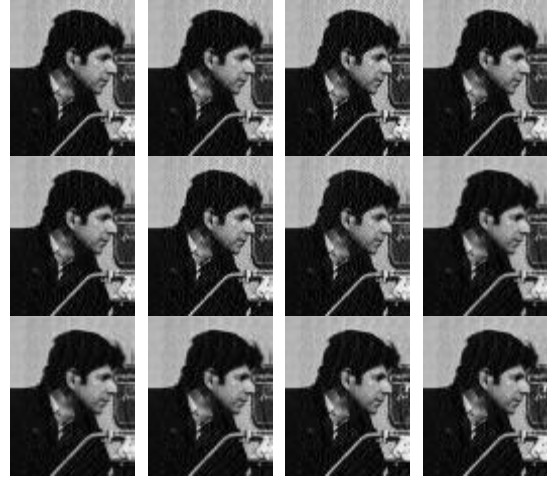
Figura 2. Imagem degradada (caso não-adaptável).

Tabela 1. DSHM – dados numéricos (caso não-adaptável)

	$a(1,1)$	$a(1,0)$	$a(1,-1)$	$a(0,1)$	ρ	J
#01	0,31035	-0,69472	0,90250	0,21716	0,99046	$2,352838 \times 10^4$
#02	0,23899	0,96636	0,52059	-0,51339	0,83044	$2,601865 \times 10^4$
#03	0,67189	-0,64064	0,83805	-0,11378	0,86104	$2,343151 \times 10^4$
#04	-0,45370	0,59559	-0,5701	0,84447	0,83828	$2,655953 \times 10^4$
#05	-0,70228	0,45278	0,59557	0,46941	0,75180	$2,557111 \times 10^4$
#06	-0,01136	0,52902	0,26073	0,09383	0,23852	$2,728903 \times 10^4$
#07	-0,60733	0,32890	0,94333	0,34630	0,83795	$2,062819 \times 10^4$
#08	-0,23030	-0,74834	0,98722	0,92737	0,39388	$2,112889 \times 10^4$
#09	-0,98827	0,42075	0,82933	0,62908	0,38795	$2,597034 \times 10^4$
#10	0,83470	0,06171	0,47259	-0,42171	0,77492	$2,666715 \times 10^4$
#11	1,00000	-0,94995	0,57312	0,32174	0,51588	$2,891225 \times 10^4$
#12	1,00000	0,37090	0,38281	-0,56548	0,44552	$3,158830 \times 10^4$
Méd.	0,08855	0,05769	0,56131	0,18625	0,65555	$2,560778 \times 10^4$
Var.	0,48229	0,41051	0,18232	0,25695	0,05934	$9,614489 \times 10^6$

**Figura 3.** Restaurações DHSM (caso não-adaptável).**Tabela 2.** PE – dados numéricos (caso não-adaptável)

	$a(1,1)$	$a(1,0)$	$a(1,-1)$	$a(0,1)$	ρ	J
#01	-0,05908	0,21127	-0,11995	0,90271	1,00259	$1,769840 \times 10^4$
#02	-0,10141	0,28611	-0,15303	0,90483	1,00324	$1,770492 \times 10^4$
#03	-0,62967	0,24168	0,44305	0,87233	1,01195	$1,760691 \times 10^4$
#04	0,08987	-0,09808	0,03766	0,90625	1,00346	$1,769569 \times 10^4$
#05	0,19931	-0,37885	0,20616	0,90890	0,99939	$1,772673 \times 10^4$
#06	-0,82696	0,56448	0,31436	0,88412	1,00982	$1,761210 \times 10^4$
#07	-0,36165	0,14855	0,33030	0,79356	1,00509	$1,766757 \times 10^4$
#08	-0,08734	-0,08179	0,24255	0,83889	1,01453	$1,771043 \times 10^4$
#09	0,14332	-1,00349	0,88559	0,91839	1,00353	$1,775753 \times 10^4$
#10	-0,06792	0,24199	-0,14315	0,90681	1,00387	$1,770095 \times 10^4$
#11	-0,34373	-0,36336	0,75982	0,88452	1,01070	$1,761379 \times 10^4$
#12	-0,25549	-0,45326	0,75533	0,88594	1,00965	$1,761862 \times 10^4$
Méd.	-0,19173	-0,05706	0,29655	0,88394	1,00648	$1,767614 \times 10^4$
Var.	0,09525	0,18631	0,13109	0,00126	$2,14 \times 10^{-5}$	$2,622338 \times 10^3$

**Figura 4.** Restaurações PE (caso não-adaptável).

As restaurações DHSM apresentam *ISNR* variando de $-7,44$ dB (restauração #06) a $5,05$ dB (restauração #01). Por outro lado, as imagens restauradas pelo método proposto (Fig.4) possuem *ISNR* de $9,25$ dB (restauração #03) a $12,49$ dB (restauração #11). Comparando-se as Figs. 3 e 4, observa-se que todas as 12 restaurações PE apresentam qualidade visual e numérica similares. O mesmo não acontece com as restaurações DHSM. Além disso, as variâncias dos parâmetros estimados pela PE são menores do que as variâncias daqueles estimados pelo DHSM. Uma vez que a qualidade das restaurações é controlada pela função custo, que é comum para ambas as situações, tanto os sistemas baseados em DHSM quanto os que usam PE podem levar aos mesmos resultados. Contudo, uma única rodada da PE parece ser suficiente para estimar parâmetros próximos do ótimo, enquanto é impossível prever quantos reinícios devem ser feitos para produzir boas restaurações quando o DHSM é empregado. Essa confiabilidade advinda da PE é essencial para restauração autodidata, especialmente quando imagens completamente desconhecidas são consideradas (por exemplo, imagens de outros planetas, galáxias, etc. nunca antes observadas).

4.2 Segundo Experimento: Caso Adaptável

Neste caso, uma degradação não uniforme é usada. Metade da imagem é degradada usando-se a mesma função de degradação do primeiro experimento e a outra metade é mantida sem degradação (Fig. 5). A Fig. 6 e a Tabela 3 mostram, respectivamente, a imagem restaurada e os dados numéricos da imagem degradada que foi dividida em duas regiões para fins de processamento, (região 01: metade esquerda; região 02: metade direita). A Fig. 7 e a Tabela 4 apresentam a restauração e os dados numéricos da imagem degradada que foi dividida em quatro regiões (região 01: quadrante superior esquerdo; região 02: quadrante superior direito; região 03: quadrante inferior esquerdo; região 04: quadrante inferior direito).



Figura 5. Imagem degradada (caso adaptável).



Figura 7. Restauração PE (caso adaptável - 4 regiões).

Tabela 3. PE - dados numéricos (caso adaptável - 2 regiões)

Região	$a(1,1)$	$a(1,0)$	$a(1,-1)$	$a(0,1)$	ρ	$ISNR$ (dB)
01	-0,56186	0,28369	0,63946	0,61935	1,00812	7,42598
02	-0,17927	0,27182	0,33523	0,49903	0,07565	



Figura 6. Restauração PE (caso adaptável - 2 regiões).

Tabela 4. PE - dados numéricos (caso adaptável - 4 regiões)

Região	$a(1,1)$	$a(1,0)$	$a(1,-1)$	$a(0,1)$	ρ	$ISNR$ (dB)
01	-0,30488	0,61278	-0,08464	0,79285	0,99430	8,20427
02	0,03491	0,15255	0,37302	0,40128	0,10317	
03	0,17949	-0,43072	0,27132	0,90009	1,01305	
04	-0,14910	0,87790	-0,13539	0,31766	0,15129	

Observando-se os dados numéricos (Tabelas 3 e 4), pode-se constatar que o sistema consegue diferenciar adequadamente quando uma região sob processamento encontra-se degradada ou não (parâmetro ρ). As restaurações, apresentadas nas Figs. 6 e 7, mostram qualidade visual semelhante. No entanto, numericamente, a segunda restauração (Fig. 7) possui $ISNR$ maior (Tabelas 3 e 4), o que pode ser explicado pelo maior número de regiões em que a imagem degradada foi dividida, resultando em maior capacidade de adaptação do sistema às características locais da imagem em relação ao caso referente à restauração da Fig. 6.

5. CONCLUSÕES

Este artigo compara o desempenho entre duas classes de algoritmos de otimização aplicados na fase de estimação de parâmetros da restauração de imagens via FKMOR. Os resultados mostram que o sistema de restauração considerado torna-se mais confiável quando estratégias menos sensíveis às condições iniciais são usadas. Considerando estas estratégias, apesar de sua maior carga computacional (nas simulações apresentadas, em torno de μ vezes maior com relação ao DHSM), as simulações sugerem que apenas uma única restauração é suficiente para se obter um resultado de boa qualidade, o mesmo não acontecendo com algoritmos sensíveis às condições iniciais, os quais requerem um número indefinido de reinícios na tentativa de superar os problemas de convergência local.

REFERÊNCIAS

- [1] H. C. Andrews e B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1977.

- [2] M. R. Banham e A. K. Katsaggelos, "Digital Image Restoration," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 24-41, Mar. 1997.
- [3] D. L. Angwin e H. Kaufman, "Nonhomogeneous Image Identification and Restoration Procedures," In: A. K. Katsaggelos, *Digital Image Restoration, Springer Series in Information Sciences*. New York: Springer-Verlag, 1991, pp. 177-208.
- [4] L. W. Woods e C. H. Radewan, "Kalman Filtering in Two Dimensions," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-23, no.4, pp. 473-482, July 1977.
- [5] D. L. Angwin, "Adaptive Image Restoration Using Reduced Order Model Based Kalman Filters," Ph.D. thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, 1989.
- [6] Á. E. Eiben, R. Hinterding e Z. Michalewicz, "Parameter Control in Evolutionary Algorithms," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 124-141, July 1999.
- [7] X. Yao, Y. Liu, G. Lin, "Evolutionary Programming Made Faster," *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 2, pp. 82-102, July 1999.
- [8] D. B. Fogel, "What is Evolutionary Computation?," *IEEE Spectrum*, pp. 26-32, Feb. 2000.
- [9] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky e W. T. Vetterling, "Minimization or Maximization of Functions," In: _____. *Numerical Recipes in Pascal – The Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. pp. 309-374.