

UTILIZAÇÃO DA TEORIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO NO MODELAGEM DE LASERS SEMICONDUTORES

A. C. Bordonalli, D. N. Silva e E. Conforti

Departamento de Microonda e Óptica - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Caixa Postal 6101, 13083-970, Campinas, SP, Brasil

RESUMO

Este artigo apresenta uma visão geral do modelamento de lasers semicondutores utilizando a teoria de linhas de transmissão. O objetivo é aplicar os resultados obtidos com a simulação no projeto de estruturas de lasers do tipo DFB (*distributed feedback*) associados à cavidade(s) estendida(s), para a geração de sinais na faixa de frequência de microondas. Este modelo permite a previsão do comportamento de diferentes tipos de lasers e possui, entre outras vantagens, eficiência na análise de estruturas periódicas e facilidade de acesso ao espectro de emissão. Resultados preliminares para o modelamento de lasers Fabry-Perot são apresentados e comparados com outros obtidos por diferentes técnicas.

1. INTRODUÇÃO

A geração de sinais na faixa de frequências de rádio frequência (RF) e microondas através de métodos de conversão optoeletrônicos tem ganhado atenção considerável nos últimos anos. Isto acontece devido, entre outros, à saturação das faixas de frequências para a transmissão de informação por portadoras aéreas. Na tentativa de contornar o problema, as redes ópticas têm sido utilizadas. A idéia é a de transmitir, por fibra óptica, os sinais de RF e/ou microondas através da modulação das portadoras ópticas dos lasers transmissores nas frequências de interesse (conversão eletrônica-óptica) e recuperá-las nos receptores através do processo de fotodetecção (conversão óptica-eletrônica). Para tanto, há a necessidade de se projetar transmissores cuja as estruturas contenham fontes ópticas potentes, seletivas e confiáveis [1]. Diante dos constantes avanços da tecnologia de comunicações ópticas, hoje em dia, o projeto de tais fontes ópticas se tornou uma realidade. Contudo, este avanço tecnológico só foi conseguido às custas de estruturas de alto custo e de considerável complexidade. Deste modo, torna-se importante a elaboração de modelos matemáticos que simulem, da melhor forma possível, o que acontece fisicamente nestas estruturas. Uma forma de se obter precisão no modelamento de lasers semicondutores é através da utilização da teoria de linhas de transmissão (MLLT) [2].

Neste trabalho, uma visão geral do modelamento de lasers semicondutores utilizando a teoria de linhas de transmissão é apresentada. Primeiramente, faz-se a apresentação do modelo, mostrando-se a sua eficiência na representação de estruturas periódicas. Esta característica facilita de forma considerável a análise teórica e a simulação do comportamento de lasers do tipo DFB (*distributed feedback* – realimentação distribuída).

Finalmente, apresentam-se alguns resultados de simulação para um laser do tipo Fabry-Perot.

2. O MODELO

A teoria de linhas de transmissão é bem conhecida. Para adaptá-la ao estudo de lasers, primeiramente, aplica-se a representação matricial das linhas de transmissão [3]. Este método tem validade para o estudo de propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas de até três dimensões, como é o caso, graças a similaridade de comportamento entre os campos eletromagnéticos e as tensões e correntes de uma rede elétrica. O modelo consiste, basicamente, em dividir a cavidade óptica em várias seções, como mostrado na Fig. 1, e representar os fenômenos de interação entre os fótons e os elétrons do laser através de matrizes de espalhamento, as quais são conectadas entre si por linhas de transmissão. Estes fenômenos são: emissão estimulada, emissão espontânea e atenuação. O campo elétrico transversal, neste tratamento, passa a ser representado pela tensão elétrica em uma linha de transmissão.

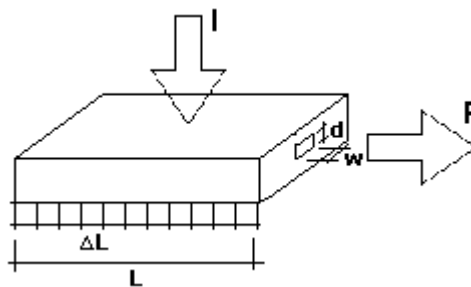


Figura 1. Representação da cavidade óptica do laser, com destaque para a divisão em diversas seções.

Como mencionado acima, a cavidade óptica do laser semicondutor, de comprimento L , é dividida em s seções de comprimentos ΔL (Fig.1). Em uma primeira análise, a precisão do método seria dependente do número de seções escolhido, ou seja, quanto maior o número de seções, maior a precisão. Contudo, um aumento excessivo de s leva a um tempo de simulação muito longo, o que poderia inviabilizar a aplicação do método. Para evitar este problema, em uma primeira aproximação, adota-se o limite empregado em [4], onde o valor de ΔL deve ser menor que a metade do comprimento de onda de grupo λ_{gr} . Na seção III, ver-se-á que é possível assumir um valor de ΔL maior que o sugerido acima. Esta possibilidade é uma consequência direta das características de emissão do laser

semicondutor. Assumindo, portanto, a aproximação de [4], o número mínimo de seções necessárias é de:

$$s = \frac{2Ln_e}{\lambda_0} \quad (1)$$

onde n_e é o índice de refração de grupo efetivo e λ_0 é o comprimento de onda do laser no espaço livre.

Como pôde ser observado acima, realizou-se uma discretização espacial do laser. Do mesmo modo, este modelo necessita também de uma discretização no tempo para a análise dos sinais propagante e contra-propagante. Isto é conseguido considerando-se que pulsos de tensão elétrica viajam pelas seções, separados em intervalos de tempo de ΔT . Este intervalo é escolhido de forma a garantir que um pulso que sai de uma seção irá chegar à próxima exatamente na interação computacional seguinte. Assim:

$$\Delta T = \frac{\Delta Ln_e}{c} \quad (2)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo.

De posse destes dois importantes parâmetros, s e ΔT , necessita-se, agora, relacionar os processos e mecanismos das propriedades físicas da região ativa do laser aos componentes da linha de transmissão. Isto pode ser obtido, partindo-se das equações de taxa para o número de fótons e para o número de portadores em uma cavidade óptica [5]:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{cS}{n_e} (g\Gamma - \alpha_{sc}) + \frac{N\beta}{\tau_s} \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{wd\Delta Lq} - \frac{N}{\tau_s} - \frac{c\Gamma gS}{n_e} \quad (4)$$

onde, S é a densidade de fótons, g é o coeficiente de ganho, Γ é o fator de confinamento, α_{sc} é o coeficiente de perdas internas, β é o coeficiente de acoplamento espontâneo, w é a largura da região ativa, τ_s é o tempo de vida médio dos portadores, N é a densidade de portadores, I é a corrente em cada seção, q é a carga do elétron e d é a altura da região ativa.

2.1 Emissão Estimulada

A emissão estimulada é o processo no qual um fóton estimula um elétron a decair para um nível de energia menor. A diferença de energia entre níveis é convertida em luz com a mesma fase e frequência do fóton estimulador. Pode-se observar que, quando muitos destes processos ocorrem, o ganho do laser é quase linear [5]. Contudo, é importante lembrar que ele é dependente da frequência do fóton. Desprezando-se em (3) o termo de emissão espontânea, cuja contribuição será considerada na Seção II-B, e o fator de atenuação α_{sc} , cuja contribuição será considerada na Seção II-C, resolvendo-se a equação diferencial de primeira ordem resultante, e também, assumindo-se que o sinal de luz em questão está se propagando de uma seção para outra, ou seja, percorrendo ΔL , obtêm-se:

$$\frac{S}{S_0} = \exp(\Delta L \Gamma g) \quad (5)$$

Relacionando-se o número de fótons S com a amplitude do campo elétrico no interior da região ativa do laser [5], e expandindo o resultado em série de Taylor, temos:

$$\frac{E}{E_0} = 1 + \frac{\Delta L \Gamma g}{2} \quad (6)$$

onde, por simplificação, os termos de ordem superior da série foram desprezados.

Fazendo-se a análise espectral do ganho do laser, observa-se que a curva que representa a dependência de g com a frequência assemelha-se a uma curva do tipo Lorentziana. Desta forma, em termos de eletrônica, pode-se modelar o comportamento em frequência do ganho do laser por um filtro RLC passa-faixa de segunda ordem. Os elementos utilizados neste filtro seriam modelados por *stubs* numa linha de transmissão [4]. Já os valores para os componentes do circuito podem ser escolhidos de acordo com a necessidade de modelamento.

2.2 Emissão Espontânea

A emissão espontânea é o processo em que o elétron decai de um nível de energia para outro sem precisar de qualquer tipo de estímulo. A diferença de energia entre os níveis é transformada em luz, porém os fótons gerados possuem fase, comprimento de onda, e polarização aleatórios. Este tipo de mecanismo representa uma fonte de ruído para o laser. Assim, no modelo, considera-se a contribuição das emissões espontâneas como sendo uma fonte de corrente aleatória de distribuição gaussiana [5], com valor quadrático médio dado por:

$$\hat{I}^2 = \frac{2\beta L h f R(N)m^2}{Z_p} \quad (7)$$

onde, hf é a energia do fóton, Z_p é a impedância transversal do guia de onda e m é uma constante unitária com unidade de comprimento. Este tipo de aproximação é coerente com o fato do laser ser considerado como sendo um dispositivo regenerador de ruído.

2.3 Atenuação

Os mecanismos dominantes neste processo são o espalhamento de fótons de um modo guiado para outro e a absorção. A perda gerada pelo processo de atenuação é quantificada por um chamado fator de atenuação, α_{sc} [4]. Voltando-se a (3), e resolvendo-a novamente, após desprezar-se o termo de emissão espontânea, tem-se:

$$\frac{S_{tot}}{S_0} = \exp(\Delta L \Gamma g - \alpha_{sc}) \quad (8)$$

que se relaciona ao campo elétrico através de:

$$\frac{E_{tot}}{E_0} = \exp\left(\frac{\Delta L \Gamma g}{2}\right) \exp\left(\frac{-\alpha_{sc} \Delta L}{2}\right) \quad (9)$$

Como o primeiro termo exponencial do segundo membro é conhecido, então, substitui-se (6) em (9), obtendo-se:

$$\frac{E_{tot}}{E_0} = \left(1 + \frac{\Delta L \Gamma g}{2}\right) \exp\left(\frac{-\alpha_{sc} \Delta L}{2}\right) \quad (10)$$

A Fig. 2 mostra o circuito equivalente a (10), que representa os fenômenos de ganho e atenuação para cada seção do laser. A contribuição da emissão espontânea aparece na forma de uma fonte de corrente, cujo o valor é dado por (7) e é somado ao sinal de saída do circuito. No caso da teoria de linhas de transmissão, assumindo-se que o campo elétrico é dado por E , pode-se associar este campo a um pulso de tensão V tal que $V = mE$, onde m é uma constante de valor unitário com unidades de comprimento. Se um pulso de tensão V_{in} , que representa o campo elétrico na região ativa do laser semiconductor, é acoplado à entrada do circuito (uma dada seção), ele seria, primeiramente, atenuado. Uma parte do sinal resultante da atenuação é amplificado com ganho dado por $A = (\Delta L \Gamma g)/2$ e passa pelo filtro RLC. A outra parte é somada ao sinal de saída do filtro e ao sinal da fonte de ruído, produzindo V_{out} . Desta forma, o V_{out} de uma seção se torna o V_{in} da seção seguinte durante a próxima interação.

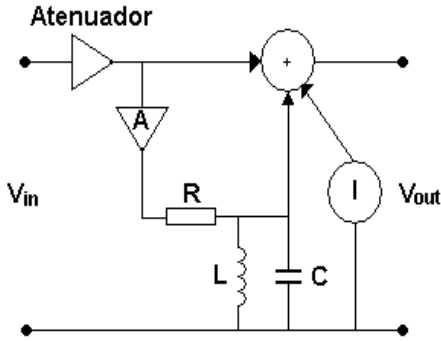


Figura 2. Modelo elétrico do comportamento do laser semiconductor em cada seção.

1.4 Matrizes de Espalhamento

Para cada seção do laser devem ser utilizados dois circuitos iguais ao apresentado acima, um para a onda propagante, e outro para a onda contra-propagante. O valor de saída de um circuito deve alimentar o seguinte, no mesmo sentido, na próxima interação. Tanto os circuitos quanto as conexões entre eles podem ser representados por matrizes. Para o circuito tem-se que [1]:

$$\begin{bmatrix} V_{out+} \\ V_{outc} \\ V_{out-} \end{bmatrix} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} t(G+y) & 2tY_c & 2tY_l \\ G & 2Y_c - y & 2Y_l \\ G & 2Y_c & 2Y_l - y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in+} \\ V_{inc} \\ V_{inl} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I Z_p t / 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

onde,

$$y = 1 + Y_c + Y_l \quad (12)$$

$$G = \exp\left[\frac{\Delta L \Gamma g}{2}\right] - 1 \quad (13)$$

$$t = \exp\left(\frac{-\alpha_{sc} \Delta L}{2}\right) \quad (14)$$

Y_c e Y_l representam, respectivamente, as admitâncias relacionadas a C e L do filtro RLC, e V_{outc} , V_{outl} , V_{inc} , V_{inl} , são, respectivamente, as tensões de saída e de entrada dos stubs que representam o capacitor e o indutor. Neste caso, para simplificar o modelo, R foi assumido como sendo 1Ω .

A matriz acima é utilizada para um sentido de propagação da onda no interior da estrutura. Uma matriz igual deve ser utilizada na outra direção. Chamando de V_{in} e V_{out} as tensões de entrada e saída de uma dada seção n , de k o número da interação, e utilizando o índice “+” para a onda propagante, e o “-” para a contra-propagante, as conexões entre as seções adjacentes podem ser representadas por:

$$V_{in+}^{k+1}(n) = V_{out+}^k(n-1) \quad (15)$$

$$V_{in-}^{k+1}(n) = V_{out-}^k(n+1) \quad (16)$$

e nas faces do laser, que representa o limite entre a estrutura semiconductor e o ar, por:

$$V_{in-}^{k+1}(s) = \sqrt{R} V_{out+}^k(s) \quad (17)$$

$$V_{in+}^{k+1}(l) = \sqrt{R} V_{out-}^k(l) \quad (18)$$

onde R é a refletividade nas faces.

1.5 Densidade de Portadores

A equação para o ganho g de um laser pode ser representada pela seguinte expressão [5]:

$$g = a(N - N_0) \quad (19)$$

onde a é a constante de ganho do laser e N_0 é a densidade de portadores na transparência. Devido a dependência do ganho, e portante, do número de fótons, com a densidade de portadores, torna-se necessário resolver também a equação para a densidade de portadores. Neste caso, utiliza-se um algoritmo de Runge-Kutta de 4ª ordem, com passo dado por ΔT . Dado um valor inicial devidamente escolhido para permitir a solução da equação diferencial por Runge-Kutta, os valores obtido para N e S são utilizados nas diferentes seções e atualizados a cada interação.

1.6 Potência Óptica

A potência óptica em uma das faces pode ser obtida através da seguinte relação [5]:

$$P(t) = \frac{E^2(t)}{Z_p} (1-R) w d \quad (20)$$

3. SIMULAÇÕES

A Fig. 3 mostra curva da potência óptica em função da corrente de injeção total para um laser semiconductor do tipo Fabry-Perot, (FP) obtida através de simulações utilizando o modelo apresentado. Os resultados estão em conformidade se

comparados a outros obtidos por diferentes técnicas de modelamento. Alguns dos parâmetros utilizados estão listados na Tabela I. Outros podem ser encontrados em [4-6].

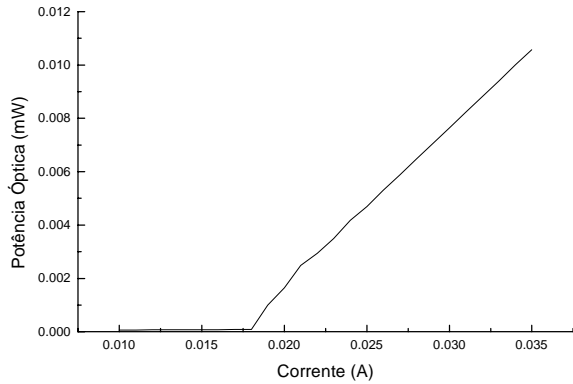


Figura 3. Potência óptica em função da corrente de polarização para um laser semiconductor FP.

TABELA I
PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO

Parâmetro	Valor
L	300 μm
D	0.1 μm
W	5 μm
S	100
λ_0	850 nm
ΔT	40 fs
Z_c	4.43513 Ω
Z_l	32.46803 Ω
Z_p	123.1 Ω
R	1 Ω

É interessante notar que o número de seções utilizado para a simulação é menor que o valor previamente escolhido em (1). Isto acontece devido ao fato de que a frequência de operação do laser é muito maior que a sua banda. Em termos numéricos, a frequência de emissão da portadora óptica do laser é da ordem de 10^{14} Hz, enquanto que, para lasers semicondutores, o seu espalhamento espectral é da ordem de 10^{12} Hz. Assim sendo, pode-se apelar para a teoria de comunicações e utilizar um critério que permita a redução do número de interações com a manutenção da precisão de simulação. Como o processo de divisão da cavidade do laser sugere um processo de amostragem, e devido as características espectrais do laser citadas acima, pode-se utilizar o teorema de amostragem de Nyquist para determinar o valor máximo que ΔL pode assumir e permitir que toda a “informação” sobre o comportamento do laser possa ser mantida sem o risco de imprecisão [4]. Para confirmar a validade desta técnica, a simulação foi realizada para diferentes valores do número de seções s . Observou-se que os resultados de simulação utilizando-se o critério de Nyquist [4] foram iguais àqueles obtidos com s escolhido segundo (1). Contudo, desvios

consideráveis foram observados se s fosse menor que o determinado pelo critério de Nyquist.

A Fig. 4 apresenta o comportamento da densidade de portadores em relação ao tempo, para um degrau de corrente de 45 mA. Neste caso, o laser operava inicialmente com uma corrente de 10 mA, abaixo do limiar (Fig. 3). Pode-se observar que, como previsto teoricamente [5], existem oscilações de relaxação que tendem a desaparecer à medida que o dispositivo aproxima-se do equilíbrio.

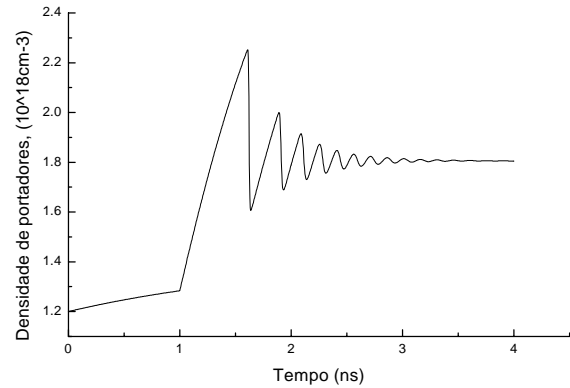


Figura 4. Comportamento da densidade de portadores após aplicação de um pulso de corrente de 45 mA, para operação inicial abaixo do limiar (10 mA).

4. CONCLUSÃO

Este artigo demonstrou a aplicação da teoria de linhas de transmissão no modelamento de lasers semicondutores. A grande vantagem da utilização deste método é que qualquer estrutura periódica, como, por exemplo, um laser DFB ou lasers em cavidade externa, podem ser modelados através da adaptação da matriz (10) para cada estrutura em particular (homogênea ou não). Neste caso, demonstrou-se a aplicação do método para lasers do tipo Fabry-Perot. Os resultados são semelhantes aos que seriam obtidos com, por exemplo, a solução direta das equações de taxa. Como proposta de trabalhos futuros fica implementação de modelos para simular outros tipos de estruturas de lasers semicondutores. Resultados preliminares para o comportamento de lasers do tipo DFB já estão sendo obtidos, mostrando concordância com outros tipos de técnicas de simulação. A intenção é dar continuidade ao projeto para o desenvolvimento de estruturas de lasers do tipo DFB associados a cavidades estendidas, no intuito de gerar sinais na faixa de frequência de RF e microondas. No momento, está-se trabalhando na implantação de um algoritmo de Runge-Kutta de passo ajustável, o que deve diminuir ainda mais o tempo de simulação.

Os autores agradecem ao CEPID-FAPESP, CNPq, CAPES and FAEP/UNICAMP pelo apoio financeiro.

5. REFERÊNCIAS

- [1] A. C. Bordonalli, B. Cai, A. J. Seeds, and P. J. Williams: "Generation of microwave signals by active mode locking in a gain bandwidth restricted laser structure", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 1, pp. 151-153, 1996.
- [2] A. J. Lowery: "Transmission-line modelling of semiconductor lasers: the transmission-line laser model", *Int. Journ. of Num. Modelling*, vol. 2, pp. 249-265, 1989.
- [3] W. J. R. Hoefer, "The transmission-line matrix method – theory and applications", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-33, no.10, October 1985.
- [4] A. J. Lowery, "New dynamic semiconductor laser model based on the transmission-line modelling method", *IEE Proc.*, vol. 134, J, no. 5, October 1987.
- [5] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, "Semiconductor Lasers", second edition, Van Nostrand Reinhold, New York, USA, 1993.
- [6] A. J. Lowery, " A new time-domain model for spontaneous emission in semiconductor laser and its use in predicting their transient response", *Int. J. of Num. Modelling*, vol 1, pp 153-164, 1988.