

COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE SUBESPAÇO NA IDENTIFICAÇÃO NÃO-ASSISTIDA DE CANAIS DE COMUNICAÇÃO

Cláudio José Bordin Jr. e Luiz Antonio Baccalá

Departamento de Telecomunicações e Controle - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Av. Prof. Luciano Gualberto, trav. 3, nº 158, CEP 05508-090, São Paulo, SP.
E-mail: {bordin,baccala}@lcs.poli.usp.br

RESUMO

Neste artigo é feita uma comparação entre três algoritmos de identificação não-assistida de canais de comunicação: o algoritmo baseado em subespaços (SS), o de Baccalá e Roy (BR) e o *minimum noise subspace* (MNS). Mostra-se que no caso particular em que dois subcanais são empregados, os algoritmos BR e SS são equivalentes. Disto conclui-se que o algoritmo BR é assintoticamente equivalente a uma versão modificada do algoritmo MNS na ausência de ruído. Simulações numéricas indicam que o algoritmo BR, ainda que de menor complexidade computacional, apresenta um desempenho superior ao do algoritmo MNS.

1. INTRODUÇÃO

O desempenho de sistemas QAM a taxas de sinalização elevada é impactado pela interferência intersimbólica (ISI) provocada por meios de transmissão dispersivos. Do ponto de vista da eficiência global do sistema de comunicação, a solução ótima para este problema é a equalização não-assistida ou *cega* do canal, permitindo minimizar os efeitos da ISI sem recorrer à transmissão de seqüências de treinamento. Dentre as diversas abordagens para a equalização cega, destacam-se pelo bom desempenho o emprego de equalizadores não-lineares convencionais (Viterbi, por exemplo) associados a algoritmos de identificação cega do canal.

Os diversos algoritmos de identificação cega podem ser classificados em dois grupos: os que usam, respectivamente, estatísticas de segunda ordem (SOS) e de ordem superior (HOS) do sinal recebido. Uma característica comum à maioria dos algoritmos HOS é sua baixa velocidade de convergência, relacionada à lentidão com que convergem os estimadores de momentos ou cumulantes de ordem superior. Outro grave inconveniente destes algoritmos é a degradação de desempenho observada quando a curtose [3] associada à função densidade de probabilidade dos símbolos transmitidos tende à da gaussiana, o que ocorre em sistemas QAM com grandes constelações. Estes inconvenientes impulsio-

onaram o desenvolvimento de algoritmos de identificação cega baseados em SOS.

Durante décadas, acreditou-se que a identificação cega de canais baseada em SOS fosse impossível, já que a fase da função de transferência de um canal excitado com um sinal estacionário não pode ser determinada conhecendo-se apenas a autocorrelação do sinal recebido. Somente a partir do trabalho de Gardner [8] passou-se a explorar o fato de que os sinais PAM/QAM são cicloestacionários, propriedade que se preserva ao amostrar o sinal numa taxa superior à de símbolos.

Seguiram-se diversos algoritmos de identificação cega explorando a cicloestacionariedade do sinal recebido, seja no domínio do tempo como no da frequência. Os algoritmos no domínio do tempo, no entanto, parecem fornecer uma descrição mais natural para o problema, reduzindo a tarefa da identificação de um canal excitado por um sinal cicloestacionário à identificação de múltiplos (sub)canais excitados por um (único) sinal estacionário. Vale ressaltar que a maioria dos algoritmos de identificação cega baseados em SOS desenvolvidos recentemente exploram a cicloestacionariedade do sinal recebido implicitamente, resumindo-se a um modelo multicanal.

Os algoritmos de identificação cega baseados em SOS apresentam, em geral, uma velocidade de convergência muito superior à dos algoritmos HOS, sofrendo, porém, de falta de robustez a erros na determinação da ordem dos modelos de canal, bem como de uma grande variância em alguns casos, fatos que têm merecido substancial atenção recentemente.

Neste artigo comparamos três algoritmos de identificação cega de canais de comunicação. Na Seção 2, descrevemos o modelo de sinal empregado e os algoritmos estudados. Na Seção 3, discutimos as semelhanças algébricas existentes entre os algoritmos SS e BR e as conseqüências disto na interpretação do algoritmo MNS. Seguem-se (Seção 4) resultados de simulações, apresentando-se na Seção 5 as conclusões do trabalho.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Seja x_k uma seqüência de símbolos transmitida através de um sistema de modulação digital linear. Assumindo correta a aquisição do sincronismo de portadora, pode-se adotar o seguinte modelo em banda base para o sinal recebido:

$$y(t) = \sum_k x_k h(t - kT) + b(t) \quad (1)$$

onde $h(t)$ é a resposta ao impulso combinada dos filtros de transmissão e de recepção e do canal de transmissão; $b(t)$ é o ruído aditivo, assumido branco, de média nula e independente dos símbolos transmitidos.

Amostrando o sinal recebido $y(t)$ uniformemente com período $\tau = T/L$, $L \in \mathbb{N}$, obtemos a seqüência $y_n = y(n\tau)$, que pode ser expressa em função dos demais parâmetros como:

$$y_n = \sum_k x_k h\left(\left(\frac{n}{L} - k\right)T\right) + b\left(\left(\frac{n}{L} - k\right)T\right) \quad (2)$$

Para $L > 1$ (sobreamostragem), (2) não representa uma operação de filtragem convencional. Pode-se formular alternativamente o problema, reescrevendo (2) em função das subsequências:

$$\begin{aligned} y_n^{(i)} &= y\left(\left(n + \frac{i}{L}\right)T\right) \\ h_n^{(i)} &= h\left(\left(n + \frac{i}{L}\right)T\right) \\ b_n^{(i)} &= b\left(\left(n + \frac{i}{L}\right)T\right) \end{aligned} \quad (3)$$

que substituídas em (2), assumindo que $h(t) \neq 0$ somente para $t \in [0, (M+1)T]$, conduzem a:

$$y_n^{(i)} = \sum_{k=0}^M x_{n-k} h_k^{(i)} + b_n^{(i)} \quad (4)$$

que notadamente caracteriza um sistema SIMO (*single-input multiple-output*) (Figura 1).

A equação (4) pode ser reescrita matricialmente, bastando definir:

$$\begin{aligned} \underline{x}_n &\triangleq [x_n \ x_{n-1} \ \dots \ x_{n-M-N+1}]^T \in \mathbb{C}^{M+N \times 1} \\ \underline{y}_n^{(i)} &\triangleq [y_n^{(i)} \ y_{n-1}^{(i)} \ \dots \ y_{n-N+1}^{(i)}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1} \\ \underline{b}_n^{(i)} &\triangleq [b_n^{(i)} \ b_{n-1}^{(i)} \ \dots \ b_{n-N+1}^{(i)}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1} \end{aligned} \quad (5)$$

Seja também

$$\mathcal{H}_N^{(i)} = \begin{pmatrix} h_0^{(i)} & h_1^{(i)} & \dots & h_M^{(i)} & & \\ & \ddots & \ddots & & \ddots & \\ & & h_0^{(i)} & h_1^{(i)} & \dots & h_M^{(i)} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times M+N} \quad (6)$$

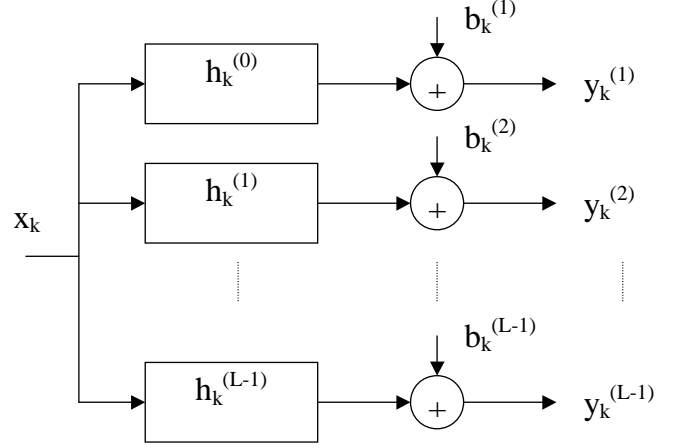


Figura 1: Modelo SIMO de tempo discreto resultante da amostragem do sinal $y(t)$ a uma taxa $\tau = \frac{T}{L}$

a matriz de Sylvester de ordem N associada ao filtro $\underline{h}^{(i)} \triangleq [h_0^{(i)} \ h_1^{(i)} \ \dots \ h_M^{(i)}]^T \in \mathbb{C}^{M+1 \times 1}$.

Estas definições conduzem a:

$$\underline{y}_n^{(i)} = \mathcal{H}_N^{(i)} \underline{x}_n + \underline{b}_n^{(i)} \quad (7)$$

Aplicando (7) aos L subcanais, resulta:

$$\begin{pmatrix} \underline{y}_n^{(0)} \\ \vdots \\ \underline{y}_n^{(L-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_N^{(0)} \\ \vdots \\ \mathcal{H}_N^{(L-1)} \end{pmatrix} \underline{x}_n + \begin{pmatrix} \underline{b}_n^{(0)} \\ \vdots \\ \underline{b}_n^{(L-1)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

ou compactamente:

$$\underline{y}_n = \mathcal{H}_N \underline{x}_n + \underline{b}_n \quad (9)$$

onde $\mathcal{H}_N \triangleq [\mathcal{H}_N^{T(0)} \ \mathcal{H}_N^{T(1)} \ \dots \ \mathcal{H}_N^{T(L-1)}]^T \in \mathbb{C}^{LN \times M+N}$ é a matriz de Sylvester generalizada de ordem N associada ao conjunto de filtros $\underline{h} \triangleq [h^{(0)T} \ h^{(1)T} \ \dots \ h^{(L-1)T}]^T$.

2.1. Algoritmo de Identificação Baseado em Subespaços

O algoritmo de identificação cega baseado em subespaços (SS), desenvolvido originalmente por Moulines et al. [2], baseia seu funcionamento na estrutura algébrica da matriz de covariância do sinal recebido, de forma semelhante à do algoritmo MUSIC (clássico em estimação espectral).

Para o modelo de sinal recebido descrito em (9), na presença de ruído aditivo \underline{b}_n de variância σ_B^2 temos:

$$\begin{aligned}
R_Y &= E \left(\underline{y}_n \underline{y}_n^H \right) \\
&= \mathcal{H}_N E \left(\underline{x}_n \underline{x}_n^H \right) \mathcal{H}_N^H + E \left(\underline{b}_n \underline{b}_n^H \right) \\
&= \mathcal{H}_N R_X \mathcal{H}_N^H + I_{LN} \sigma_B^2
\end{aligned} \quad (10)$$

Mostra-se que não havendo zeros comuns a todos os subcanais $\underline{h}_n^{(i)}$ e se pelo menos um subcanal tiver grau M , a matriz \mathcal{H}_N tem posto $M + N$ ([2], teorema 2). Logo, pode-se determinar o espaço coluna de \mathcal{H}_N através da decomposição em autovalores de R_Y :

$$R_Y = [S \ G] \Lambda [S \ G]^H \quad (11)$$

em que S coleciona os $M+N$ autovetores mais dominantes de R_Y (subespaço de sinal) e G os $LN-M-N$ autovetores restantes (subespaço de ruído).

Mostra-se que \mathcal{H}_N pode ser determinada a menos de um fator de escala complexo por $\mathcal{R}(S)$ ([2], teorema 1), conduzindo o método proposto por Moulines et al. a explorar a ortogonalidade entre $\mathcal{R}(G)$ e o espaço coluna de \mathcal{H}_N :

$$\mathcal{H}_N^H \underline{g}_i = 0 \quad (12)$$

Na prática, $\mathcal{R}(G)$ é estimado a partir de uma estimativa \hat{R}_Y da matriz de covariância do sinal de recebido, fazendo com que (12) valha apenas aproximadamente. Moulines et al. [2] resolveram este problema estimando uma solução de mínimos quadrados para (12) conforme:

$$\hat{\underline{h}}_{SS} = \arg \min_{\|\underline{h}\|=1} \sum_i \left\| \mathcal{H}_N^H \hat{\underline{g}}_i \right\|_2 = \arg \min_{\|\underline{h}\|=1} \sum_i \left\| \hat{\mathcal{G}}_{(i)N}^H \underline{h} \right\|_2 \quad (13)$$

onde $\hat{\mathcal{G}}_{(i)N}$ é a matriz de Sylvester generalizada de ordem N associada ao i -ésimo autovetor do subespaço de ruído estimado \hat{G}

2.2. O Algoritmo MNS (Minimum Noise Subspace)

Em [2] mostrou-se ser possível reduzir a complexidade computacional do algoritmo SS usando apenas parte dos vetores do subespaço de ruído. Posteriormente, conclui-se [4] serem necessários no mínimo $L-1$ destes vetores para se estimar o canal empregado. O algoritmo MNS [7] emprega uma parametrização particular do subespaço de ruído, permitindo usar o número mínimo de vetores sob as mesmas condições de identificabilidade do algoritmo SS.

Para tanto determinam-se $L-1$ pares distintos de subcanais, tais que cada um dos L subcanais faça parte de pelo menos um dos pares. Para cada par determinado, estima-se a matriz de covariância dos sinais de entrada:

$$R^{Y_i Y_j} \triangleq E \left[\begin{array}{c} \underline{y}_n^{(i)} \\ \underline{y}_n^{(j)} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \underline{y}_n^{H(i)} & \underline{y}_n^{H(j)} \end{array} \right] \quad (14)$$

Seja $\tilde{v}^{(i,j)} = \left[\tilde{v}^{T(i,j)}(i) \ \tilde{v}^{T(i,j)}(j) \right]^T$ o autovetor menos dominante de $R^{Y_i Y_j}$, e seja o vetor $v^{(i,j)}$:

$$v^{(i,j)} = \left[v^{T(i,j)}(1) \dots v^{T(i,j)}(L) \right]^T \in \mathbb{C}^{NL \times 1} \quad (15)$$

onde

$$v^{(i,j)}(k) = \begin{cases} \tilde{v}^{(i,j)}(i) & k = i \\ \tilde{v}^{(i,j)}(j) & k = j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (16)$$

Então, uma estimativa \hat{h}_{MS} do canal pode ser obtida a partir dos vetores $v^{(i,j)}$, utilizando o mesmo procedimento do algoritmo SS:

$$\hat{h}_{MS} = \arg \min_{\|\underline{h}\|=1} \underline{h}^H \left(\sum_{i,j} \mathcal{V}_N^{(i,j)} \mathcal{V}_N^{H(i,j)} \right) \underline{h} \quad (17)$$

onde $\mathcal{V}_N^{(i,j)}$ é a matriz de Sylvester generalizada associada ao vetor $v^{(i,j)}$.

2.3. Algoritmo BR (Baccalá e Roy)

O Algoritmo BR, introduzido inicialmente em [1], permite obter estimativas dos parâmetros do canal \underline{h} explorando diretamente a estrutura SIMO inerente ao problema. Considere inicialmente $\underline{h}^{(i)}$ e $\underline{h}^{(j)}$, dois subcanais de um sistema SIMO (Figura 1) e sejam $H^{(i)}(z)$ e $H^{(j)}(z)$ seus polinômios associados:

$$H^{(l)}(z) = \sum_{n=0}^M h_n^{(l)} z^{-n} \quad (18)$$

Na ausência de ruído aditivo vale:

$$Y^{(i)}(z)H^{(j)}(z) = Y^{(j)}(z)H^{(i)}(z) \quad (19)$$

Portanto, para cada dupla de polinômios $H^{(i)}(z)$ e $H^{(j)}(z)$, $0 \leq i, j \leq L-1$, $i \neq j$, pode-se escrever:

$$Y^{(i)}(z)H^{(j)}(z) - Y^{(j)}(z)H^{(i)}(z) = 0 \quad (20)$$

Tomando a esperança de (20), multiplicada ora por $Y^{*(i)}(1/z^*)$ e ora por $Y^{*(j)}(1/z^*)$, resulta sistema polinomial:

$$\begin{bmatrix} R_Y^{(j,j)}(z) & -R_Y^{(i,j)}(z) \\ -R_Y^{(j,i)}(z) & R_Y^{(i,i)}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^{(i)}(z) \\ H^{(j)}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde $R_Y^{(m,n)}(z) \triangleq H^{(m)}(z)H^{*(n)}(1/z^*)$.

Pode-se mostrar [1] que (21) possui solução única se e somente se os polinômios $H^{(i)}(z)$ e $H^{(j)}(z)$ forem coprimos. Na presença do ruído aditivo \underline{b}_n , como antes, e explorando as propriedades das matrizes de Sylvester, mostra-se

[1] que a solução de (21) se reduz a um problema clássico de autovetores:

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_Y^{(j,j)} & -\tilde{R}_Y^{(j,i)} \\ -\tilde{R}_Y^{(i,j)} & \tilde{R}_Y^{(i,i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{h}_n^{(i)} \\ \underline{h}_n^{(j)} \end{bmatrix} = \sigma_B^2 \begin{bmatrix} \underline{h}_n^{(i)} \\ \underline{h}_n^{(j)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde $\tilde{R}_Y^{(i,j)} = E \underline{y}_n^{(i)} \underline{y}_n^{H(j)}$.

O algoritmo de identificação de pares de subcanais (equação 22) pode ser generalizado para a identificação de $L \geq 2$ subcanais [1]:

$$Q_{BR}^* \underline{h} = \sigma_B^2 (N-1) \underline{h} \quad (23)$$

onde $Q_{BR} \in \mathbb{C}^{LN \times LN}$ é uma matriz formada por blocos $Q_{BR}^{(i,j)} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ definidos como:

$$Q_{BR}^{(i,j)} = [\delta(i,j) - 1] \tilde{R}_Y^{(j,i)} + \delta(i,j) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^L \tilde{R}_Y^{(k,k)} \quad (24)$$

3. RESULTADOS

3.1. Equivalência dos algoritmos SS e BR para $L = 2$

Assuma inicialmente que o espaço nulo de \mathcal{H}_N^H tenha dimensão unitária¹. Nesta condição, a matriz de covariância do sinal recebido R_Y terá um autovetor menos dominante bem definido $\underline{g} = [g^{T(1)} \ g^{T(2)}]^T$ (de norma unitária).

Pelo algoritmo SS, a estimativa \hat{h}_{SS} do canal é dada por:

$$\hat{h}_{SS} = \arg \min_{\|\underline{h}\|=1} \underline{h}^H \mathcal{G}_N \mathcal{G}_N^H \underline{h} \quad (25)$$

Caso os polinômios $G^{(1)}(z)$ e $G^{(2)}(z)$ associados ao vetor \underline{g} forem primos entre si, o vetor \hat{h}_{SS} é unicamente determinado a partir de (25), uma vez que a equação diofantina associada ($\hat{H}^{(1)}(z)G^{*(1)}(z^*) + \hat{H}^{(2)}(z)G^{*(2)}(z^*) = 0$) possui solução única [5]. Esta solução é dada por:

$$\hat{h}_{SS} = [g^{H(2)} \ -g^{H(1)}]^T \quad (26)$$

Particionando a matriz R_Y de forma adequada e definido λ_{min} , seu autovalor de menor módulo, vale:

$$\begin{bmatrix} R_Y^{(2,2)} & -R_Y^{(2,1)} \\ -R_Y^{(1,2)} & R_Y^{(1,1)} \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} g^{*(2)} \\ -g^{*(1)} \end{bmatrix} = \lambda_{min} \begin{bmatrix} g^{*(2)} \\ -g^{*(1)} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Caso \underline{g} for o autovetor menos dominante da matriz R_Y , \hat{h}_{SS} é o vetor menos dominante da matriz definida no termo da esquerda de (27), que é idêntica a matriz Q_{BR} . Uma vez que $\lambda_{min} = \sigma_B^2$, as estimativas $\hat{h}_{BR} = \hat{h}_{SS}$ são idênticas.

¹Para que isto ocorra, os canais $H^{(1)}(z)$ e $H^{(2)}(z)$ devem ser primos entre si e $N=M+1$

Finalmente, observa-se que $G^{(i)}(z)$ e $G^{(j)}(z)$ são coprimos nas condições de identificabilidade, satisfazendo a hipótese adotada.

3.2. Interpretação do MNS em termos do BR

A equivalência entre os algoritmos SS e BR para $L = 2$ permite estabelecer uma interpretação do algoritmo MNS em termos do algoritmo BR, uma vez que $E\{\tilde{v}^{(i,j)}\} = \alpha [h^{T(j)} - h^{T(i)}]$. Logo, na ausência de ruído aditivo e admitindo que a seqüência de símbolos transmitidos é branca, vale:

$$E \mathcal{V}_N^{(i,j)} \mathcal{V}_N^{H(i,j)} = \alpha^{(i,j)} \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & R_Y^{(j,j)} & \dots & -R_Y^{(j,i)} & \dots \\ \vdots & \vdots \\ \dots & -R_Y^{(i,j)} & \dots & R_Y^{(i,i)} & \dots \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}^* \quad (28)$$

onde $\alpha^{(i,j)} = 2/\text{tr}(R_Y^{(i,i)} + R_Y^{(j,j)})$, dado que $\|\tilde{v}^{(i,j)}\| = 1$.

Assim, a estimativa \hat{h}_{MS} é dada pelo autovetor menos dominante da matriz Q_{MS} formada pelos blocos $Q_{MS}^{(i,j)}$ definidos como:

$$Q_{MS}^{(i,j)} = [\delta(i,j) - 1] \alpha^{(i,j)} \tilde{R}_Y^{(j,i)} + \delta(i,j) \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^L \alpha^{(i,k)} \tilde{R}_Y^{(k,k)} \quad (29)$$

onde os valores de i, j e k variam de modo a considerar todos os pares de subcanais utilizados.

3.3. Desempenho dos algoritmos para $L > 2$

Nesta condição os algoritmos analisados exploram distintamente o subespaço de ruído [5], levando a desempenhos diferentes.

Medimos o desempenho dos algoritmos BR, MNS e SS para diversos canais através de simulações Monte Carlo, empregando 1000 realizações independentes. Nas simulações a seguir fixamos $L = 3$, utilizando 1000 símbolos independentes extraídos de uma constelação BPSK na entrada. O índice de desempenho foi o “desalinhamento” (*colineation*) ρ entre o canal real e o estimado, definido em [1] como:

$$\rho = 1 - \frac{\|a \cdot b\|}{\|a\| \|b\|} \quad (30)$$

onde a e b são os vetores associados aos canais real e estimado e \cdot denota o produto escalar. Note que $0 \leq \rho \leq 1$, e que valores menores de ρ correspondem a um menor erro cometido.

Adotamos o seguinte modelo de canal:

$$\begin{aligned} \underline{h}^{(1)} &= [1 \ 0 \ 0, 5]^T \\ \underline{h}^{(2)} &= \alpha [1 \ \lambda \ 0, 5]^T \\ \underline{h}^{(3)} &= [1 \ 0, 7 \ 0, 2]^T \end{aligned}$$

onde λ varia no intervalo $[-1; 1]$ e α é uma constante calculada de forma que os canais $\underline{h}^{(1)}$ e $\underline{h}^{(2)}$ tenham a mesma norma.

Note que quando $\lambda = 0$, dois subcanais tem zeros em comum. Na Figura 2, mostramos o desempenho medido em função de λ , fixando $\sigma_B^2 = 0, 1$.

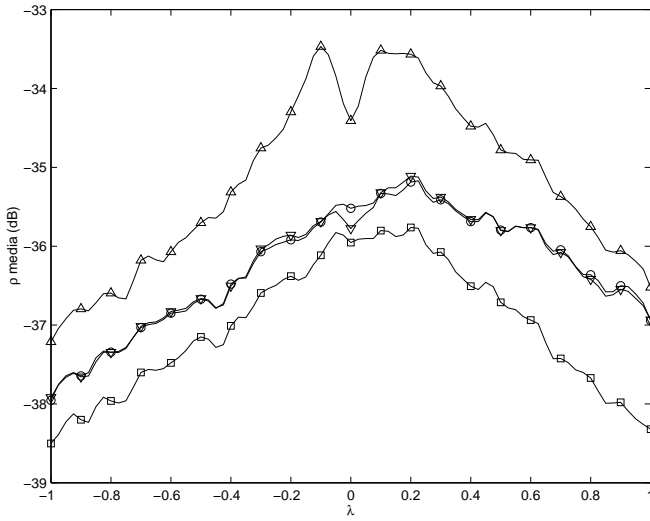


Figura 2: Desempenho médio ao longo de 1000 realizações independentes dos algoritmos BR (\circ), SS (\square), MNS usando os pares (1,2)(1,3) (\triangle) e MNS usando todos os pares (∇) em função do parâmetro λ para $\sigma_B^2 = 0, 1$

Conforme esperado, o desempenho dos algoritmos se degrada na medida em que os zeros de dois subcanais se aproximam. Podemos observar que o algoritmo SS apresenta um desempenho superior aos demais em toda a faixa de variação de λ , em oposição ao MNS. No mesmo gráfico, observamos que o BR se comporta de modo praticamente idêntico a versão do MNS que emprega todos os pares de subcanais possíveis, indicando que a ponderação representada pelos fatores $\alpha^{(i,j)}$ não afeta significativamente as estatísticas do estimador. Na Figura 3, mostramos o desempenho medido em função de σ_B^2 , para $\lambda = 0, 5$.

Podemos observar que em toda faixa de variação de σ_B^2 o desempenho do algoritmo SS foi superior, seguido pelo BR e posteriormente pelo MNS. Novamente, a versão do MNS que utiliza todos os pares de subcanais comportou-se de forma idêntica ao do BR.

Em [1], mostrou-se que o desempenho do algoritmo BR

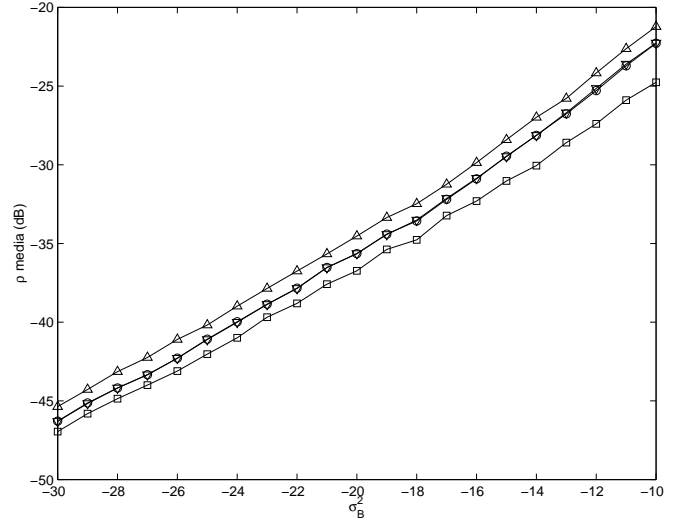


Figura 3: Desempenho médio ao longo de 1000 realizações independentes dos algoritmos BR (\circ), SS (\square), MNS usando os pares (1,2)(1,3) (\triangle) e MNS usando todos os pares (∇) em função de σ_B^2 para $\lambda = 0, 5$

se degrada na medida em que o “degrau”² da matriz Q_{BR} diminui. A equivalência entre SS e BR permite concluir que o erro cometido na estimativa dos vetores $\tilde{v}^{(i,j)}$ empregados pelo algoritmo MNS é função do “degrau” da matriz que lhe deu origem.

Com base neste fato, construímos um esquema alternativo para o algoritmo MNS, no qual os 2 pares de subcanais utilizados na estimativa são escolhidos entre os demais de acordo com os “degraus” das matrizes $R_Y^{(i,j)}$; selecionando-se o par cuja soma dos “degraus” seja maior. A Figura 4, ilustra o desempenho do MNS obtido para cada par de subcanais possível e para o esquema alternativo com $\sigma_B^2 = 0, 1$ variando-se λ .

Observando a Figura 4, verificamos que o esquema alternativo tem um desempenho superior à escolha arbitrária de pares de subcanais na maioria dos casos. Entretanto, o uso deste esquema não é vantajoso, dado sua maior complexidade computacional e desempenho inferior ao do algoritmo BR (Figura 5).

4. CONCLUSÕES

Neste artigo, comparamos três algoritmos de identificação cega de canais de comunicação. A equivalência entre os algoritmos BR e SS para $L = 2$ torna mais indicado o emprego do BR, uma vez que sua complexidade computacional é

²Sejam os autovalores (reais) de uma matriz $k \times k$ ordenados de forma decrescente $\lambda_1, \dots, \lambda_k$. O “degrau” desta matriz é definido como $\lambda_{k-1} - \lambda_k$

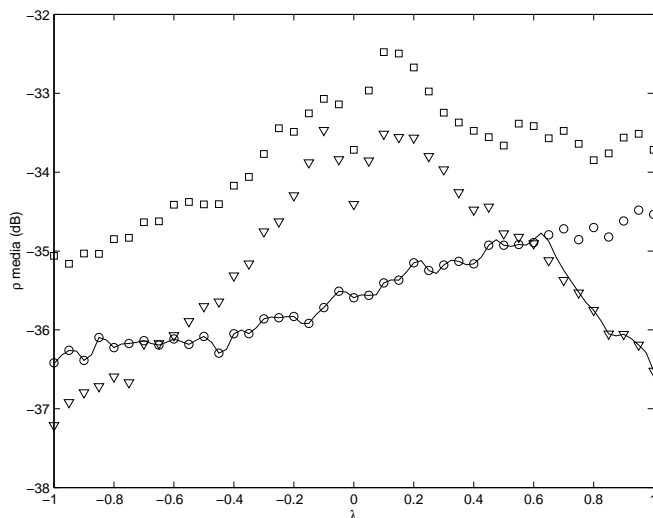


Figura 4: Desempenho médio ao longo de 1000 realizações independentes dos algoritmo MNS, usando os pares (1,2)(1,3) (□), (1,2)(2,3) (▽), (1,3)(2,3) (○) e forma alternativa (linha contínua), em função do parâmetro λ para $\sigma_B^2 = 0, 1$

pele menos 50% inferior à do SS para problemas de mesma dimensão.

Para $L > 2$, verificamos através de simulações numéricas que algoritmo SS apresenta um desempenho ligeiramente superior ao do BR. A menor complexidade computacional do algoritmo BR aliada a sua maior adequação a implementações adaptativas pode justificar sua utilização nestes casos. Verificamos também que o desempenho do algoritmo MNS é inferior ao dos demais, desaconselhando sua utilização, dado que sua complexidade computacional é sempre superior à do BR.

A semelhança entre o algoritmo BR e a versão modificada do MNS foi confirmada pelas simulações numéricas, indicando que a ponderação introduzida pelo MNS tem um impacto reduzido sobre o seu desempenho.

5. REFERÊNCIAS

[1] Baccalá, L.A. “Contributions to Data-Unaided Identification of Communication Channels by Time-Domain Methods”, PhD. Thesis, Univesity of Pennsylvania, 1995.

[2] Moulines, E.; et al., “Subspace Methods for Blind Identification of Multichannel FIR Filters”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43, n. 2, pp. 516-525, Fevereiro 1995.

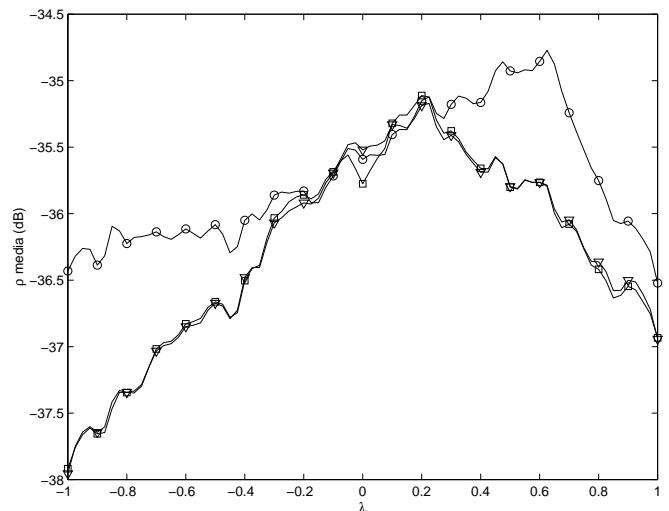


Figura 5: Desempenho médio ao longo de 1000 realizações independentes do algoritmo MNS com seleção de pares a partir do “degrau” (○), do algoritmo BR (□) e do algoritmo MNS usando todos pares (▽) em função do parâmetro λ para $\sigma_B^2 = 0, 1$

[3] Haykin, S. “Adaptive filter Theory”, 3ª edição, Prentice Hall, 1996.

[4] Abed-Meraim, K.; Loubaton, P.; Moulines, E. “A Subspace Algorithm for Certain Blind Identification Problems”, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 43, n.2, pp. 499-511, Março 1997.

[5] Kučera, V. “Discrete Linear Control”, John Wiley & Sons, 1979.

[6] Zeng, H.; Tong, L. “Connections Between the Least-Squares and the Subspace Approaches to Blind Channel Estimation”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, n.6, pp. 1593-1596, Junho 1996.

[7] Hua, Y.; Abed-Meraim, K.; Wax, M. “Blind System Identification Using Minimum Noise Subspace”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, n.3, pp. 770-773, Março 1997.

[8] Gardner, W. A. “A New Method of Channel Identification”, IEEE Transactions on Communications, vol. 39, n.6, pp. 813-817, Junho 1991.