

# Análise do acoplamento entre os núcleos de uma fibra de cristal fotônico dopada com germânio

José Patrocínio da Silva e Marcelo Figueiredo Bellaguarda

**Resumo**—Um novo projeto de uma fibra de cristal fotônico (PCF) dopada e com múltiplos núcleos é proposto e analisado através do método da propagação vetorial de feixes (VBPM). A fibra é constituída de sílica dopada com germânio e possui dois núcleos idênticos equidistantes horizontalmente do núcleo central. A potência do sinal lançado no núcleo central é igualmente dividida entre os dois núcleos vizinhos com razão de acoplamento de 50%. Através de simulações numéricas, demonstra-se que a potência óptica pode ser dividida igualmente para uma distância de propagação de aproximadamente 900  $\mu\text{m}$ . A formulação matemática do método aplicado é baseada no método dos elementos finitos.

**Palavras-Chave**—Fibra de cristal fotônico, acoplamento óptico, elementos finitos.

**Abstract**—A new design of a multicore doped photonic crystal fiber (PCF) is proposed and analyzed through the vectorial beam propagation method (VBPM). The fiber is constituted from silica doped with germanium and has two identical cores equidistant horizontally from the central core. The power signal launched in the central core is equally divided between the two neighboring cores with 50% of coupling ratio. Through numerical simulations, it is demonstrated that the optical power can be divided equally for a propagation distance around 900  $\mu\text{m}$ . The mathematical formulation method applied is based in the finite element method

## I. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, um novo tipo de fibra óptica baseada em cristais fotônicos vem atraindo a atenção de pesquisadores do mundo inteiro devido a importantes características de transmissão. A saber, um cristal fotônico é um material estruturado de tal forma, que sua função dielétrica varia periodicamente no espaço e pode ser considerado, dependendo da aplicação, como nanoestruturas ópticas, periódicas e que estão desenhadas para afetar o movimento dos fótons de um modo similar ao que a periodicidade de um cristal semiconductor afetaria o movimento dos elétrons [1]. Estes novos tipos de fibras são geralmente constituídos de sílica ou polímeros transparentes e tem um núcleo central rodeado de uma estrutura periódica de buracos de ar. As fibras de cristais fotônicos (PCFs) representam uma nova classe de fibras ópticas baseadas nas propriedades do cristal fotônico.

---

José Patrocínio da Silva e Marcelo Figueiredo Bellaguarda, Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas, Universidade Federal Rural do Semiárido, Mossoró-RN, Brasil. E-mails: patroc@ufersa.edu.br e marcelobellaguarda@gmail.com, Tel +55-84-3315-1799, Fax +55-84-3315-1778, Fax +55-84-3315-1778. Este trabalho foi parcialmente financiado pela CAPES, UFRS e FINEP (processo 04.10.0077.00).

Devido a sua habilidade de produzir luz em núcleos ociosos, o qual não é possível na fibra óptica convencional, a fibra de cristal fotônico pode ser utilizada em várias aplicações de comunicações ópticas. Por outro lado, as PCFs com múltiplos núcleos, podem desempenhar um papel importante na divisão de potência em redes constituídas por fibras ópticas. Nestes modelos de fibras, uma única potência pode ser dividida através dos núcleos presentes na estrutura e encaminhadas a locais diferentes, para fins adicionais. Neste contexto, várias abordagens têm sido adotadas para analisar o processo de divisão de potências ópticas entre os  $N$  núcleos presentes na estrutura. Entre eles, a abordagem mais comum é a fusão, ou seja, a junção de várias fibras ópticas com características idênticas ou não, mantendo um contato mútuo na região de fusão [2]-[5]. Este processo resulta numa região cônica constituída por material ótico fundido, onde a transferência de potência de uma fibra para outra ocorre devido a proximidade entre elas [6]. Usando este processo, divisores de potência com menos de seis fibras circundantes, seriam de difícil confecção devido uma delas ser usada como fibra modelo [6]. Neste aspecto, um divisor de potência de 1x4, ou seja, um divisor onde a potência lançada na fibra 1 se divide igualmente para outras quatro fibras adjacentes, seria de difícil construção. No entanto, acopladores, ou divisores de potência 2 x 2, 4 x 4 e 1 x 7, podem ser construídos a partir do processo de fusão com fibras ópticas convencionais [2]-[4], [6]. Em adição, com o advento das fibras de cristais fotônicos, também chamadas de fibras microestruturadas (FM), onde buracos de ar são distribuídos em uma matriz de sílica, ou de sílica dopada, ao longo de todo o comprimento da fibra, tornou-se possível a obtenção de múltiplos núcleos em uma única fibra, sem a necessidade do processo de fusão [6]. Essa característica coloca as PCFs como estruturas versáteis na obtenção de dispositivos divisores de potência.

Neste trabalho, um novo projeto de uma fibra de cristal fotônico, constituída de sílica dopada com germânio é proposto. A PCF analisada divide igualmente, a potência óptica de um sinal, entre dois núcleos com razão de acoplamento de 50%. A estrutura consiste de dois núcleos idênticos equidistantes horizontalmente de um núcleo central também idêntico. Cada núcleo é rodeado por pequenos buracos de ar, os quais são distribuídos de forma a permitir a máxima transferência de energia entre os mesmos. Para otimizar a performance do dispositivo proposto, foi utilizado o VBPM, que é uma ferramenta computacional baseada no método dos elementos finitos em conjunto com método da propagação vetorial de feixes.

Na próxima seção, a formulação por elementos finitos é

resumidamente apresentada, o projeto da PCF e noções básicas sobre a teoria dos modos acoplados são descritas na seção 3, resultados numéricos são exibidos na seção 4, e finalmente são apresentadas as principais conclusões deste trabalho.

## II. FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é amplamente reconhecido como uma poderosa ferramenta numérica para análise de dispositivos óticos [5], [7]. A aproximação por elementos finitos vetoriais para análise das características de propagação em fibras óticas com alta precisão é mostrado em [8].

Em sistemas de comunicações óticas, o conhecimento da dispersão cromática  $D$  torna-se extremamente importante para determinar a qualidade da transmissão do pulso, devido este fator ser diretamente responsável pela largura do pulso. Por outro lado,  $D$  é proporcional a derivada segunda da constante de propagação ou índice de refração efetivo  $n_{eff}$ . Desta forma, uma ferramenta numérica altamente precisa como o método dos elementos finitos [8], torna-se necessário para obter o  $n_{eff}$ . Aqui, além da aplicação do método numérico, os coeficientes de Sellmeier para sílica dopada com germânio, foram usados na formulação para analisar a dispersão cromática na estrutura proposta.

Em síntese, a formulação é obtida, partindo-se da equação vetorial de Helmholtz em duas dimensões e considerando camadas perfeitamente casadas (PMLs) para evitar reflexões indesejadas. Desta forma, pode-se escrever:

$$\nabla \times \left( \bar{k} \nabla \times \bar{H} \right) - k_0^2 \bar{H} = 0 \quad (1)$$

onde  $\bar{k} = 1/\bar{\epsilon}$  e  $\bar{\epsilon}$  representa o tensor permissividade relativa. Considerando o meio dielétrico com anisotropia transversal e definindo  $\hat{u}_x$ ,  $\hat{u}_y$  e  $\hat{u}_z$  associados com as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente,  $\bar{\epsilon}$  pode ser escrito como  $\bar{\epsilon} = \epsilon_{xx} \hat{u}_x \hat{u}_x + \epsilon_{xy} \hat{u}_x \hat{u}_y + \epsilon_{yx} \hat{u}_y \hat{u}_x + \epsilon_{yy} \hat{u}_y \hat{u}_y + \epsilon_{zz} \hat{u}_z \hat{u}_z$ . Após algumas manipulações algébricas e assumindo que tanto o meio como os campos variam muito lentamente ao longo da direção de propagação,  $z$  [8]-[9], a equação (1) poderá ser reescrita como:

$$\begin{aligned} k_a \frac{\partial^2 \bar{h}_T}{\partial z^2} - 2\gamma k_a - k_b \nabla_T (\nabla_T \cdot \bar{h}_T) - \nabla_T \times k_{zz} \nabla_T \times \bar{h}_T \\ + (k_c + \gamma^2 k_a) \bar{h}_T = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

consequentemente, o tensor transversal da equação (1) pode ser definido como:

$$k_a = \begin{bmatrix} k_{yy} & -k_{yx} \\ -k_{xy} & k_{xx} \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$k_b = \gamma^{-1} \frac{\partial k_a}{\partial z} - k_a \quad (2b)$$

$$k_c = k_0 - \gamma^{-1} \frac{\partial k_a}{\partial z} \quad (2c)$$

$$\nabla_T = \hat{u}_x \alpha_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{u}_y \alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \quad (2d)$$

onde  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  são parâmetros relativos as PMLs ou ao meio com perdas virtuais. Desde que a propagação ocorra ao longo da direção  $z$ , o parâmetro  $\alpha_z$  é igual à unidade e os demais parâmetros das PMLs devem ser determinados de tal forma, que a impedância da onda possa ser contínua através das interfaces formadas entre o meio interno do domínio computacional e as PMLs. Isto leva a um perfeito casamento sobre as interfaces, evitando radiações indesejadas. Ou seja, simula-se uma propagação no espaço livre em um domínio computacional reduzido, sem ocorrer reflexões nas paredes da janela computacional considerada. Deste modo, os demais parâmetros das PMLs são dados em função do parâmetro  $S = 1 - j(3c/2\omega_0 nd)(\rho/d_p)^2 \ln(1/R)$  [8], onde  $\omega_0$  representa a frequência angular,  $d_p$  é a espessura das PMLs,  $n$  é o índice de refração do meio adjacente,  $\rho$  é a distância da parede interna da PML,  $R$  é o coeficiente de reflexão e  $c$  é a velocidade da luz no espaço livre.

Aplicando-se o método dos elementos finitos para a variação transversal de (2), obtém-se a seguinte equação diferencial.

$$[M] \frac{\partial^2 \{\bar{h}_T\}}{\partial z^2} - 2\gamma [M] \frac{\partial \{\bar{h}_T\}}{\partial z} + ([K] + \gamma^2 [M]) \{\bar{h}_T\} = \{0\} \quad (3)$$

Onde  $\{\bar{h}_T\}$  representa um vetor coluna que contém as componentes desconhecidas  $h_{xj}$  e  $h_{yj}$ ,  $\{0\}$  é vetor coluna nulo e  $[M]$  e  $[K]$  são denominadas matrizes globais definidas em [8]-[9]. Aplicando a aproximação de Padé (1,1) [8], na equação (3), a mesma poderá ser reescrita da seguinte forma:

$$[\tilde{M}] \frac{d\{\bar{h}_T\}}{dz} + [K] \{\bar{h}_T\} = \{0\} \quad (4)$$

onde,  $[\tilde{M}] = [M] - \frac{1}{4\gamma^2} ([K] + \gamma^2 [M])$ . Finalmente, o método das

diferenças finitas é aplicado, transformando o problema em um sistema de equações algébricas do tipo:

$$([\tilde{M}(z)] + \theta \Delta z [K(z)]) \{\bar{h}_T(z + \Delta z)\} = ([\tilde{M}(z)] - (1 - \theta) \Delta z [K(z)]) \{\bar{h}_T(z)\} \quad (5)$$

onde  $\Delta z$  é o passo de propagação ao longo da direção  $z$  e  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 1$ ) é introduzido para controle de estabilidade do método. Estudos realizados sobre estabilidade confirmam que este método é incondicionalmente estável para  $0,5 \leq \theta \leq 1$ . Para  $\theta = 0,5$  em (5) tem-se o já conhecido algoritmo de Crank Nicholson.

Para melhorar a precisão do método usado, o índice de refração de referência é recalculado a cada passo de

propagação ( $\Delta z$ ), seguindo a prescrição dada em [7], como a seguir.

$$n_{eff}^2(z) = \text{Re} \left[ \frac{\{\vec{h}_T(z)\}^\dagger [K(z)] \{\vec{h}_T(z)\}}{k_0^2 \{\vec{h}_T(z)\}^\dagger [M(z)] \{\vec{h}_T(z)\}} \right] \quad (6)$$

onde  $\dagger$  representa o complexo conjugado e transposto.

Em adição, é importante ressaltar que o perfil de índice de refração  $n(r, \lambda)$  de uma fibra óptica pode ser escrito como  $n(r, \lambda) = \eta(r) n_s(\lambda)$ , onde  $n_s(\lambda)$  é o índice de refração da sílica pura e  $\eta(r)$  é o índice de refração normalizado, o qual é função apenas da coordenada radial. Aqui, as constantes de Sellmeier para sílica dopada com germânio, são consideradas. Desta forma, a dispersão do material é incluída diretamente nos cálculos. Os coeficientes de Sellmeier foram usados porque eles podem ajustar-se a medidas experimentais dos índices de refração da sílica. Aqui,  $n_{eff}$  é obtido através da análise modal [7] considerando uma faixa de comprimentos de onda e a dispersão cromática pode ser diretamente calculada a partir da seguinte expressão:  $D = -(\lambda/c) (d^2 n_{eff} / d\lambda^2)$  [9], onde  $c$  representa a velocidade da luz no espaço livre.

### III. PROJETO DA PCF

A Figura 1 mostra a seção transversal da PCF com múltiplos núcleos, proposta neste trabalho. É importante salientar que esta fibra foi constituída por 8 anéis de furos de ar. Nas regiões que constituem os núcleos, os furos de ar são substituídos por sílica dopada com germânio e os núcleos indicados pelos números 1-3, sendo o núcleo central representado pelo número 1. As posições dos núcleos foram selecionadas de forma a não quebrar a simetria da estrutura. A distância entre os núcleos 1-2 é igual à distância entre os núcleos 1-3. O sinal é lançado no núcleo 1 e o acoplamento é verificado nos núcleos 2 e 3. O tamanho dos buracos de ar podem ser obtidos e otimizados em função do coeficiente de acoplamento horizontal [6]. Para todos os cálculos numéricos, o índice de refração do material que constitui a região sem os buracos de ar, é o da sílica dopada com germânio, obtido através das equações de Sellmeier [6].

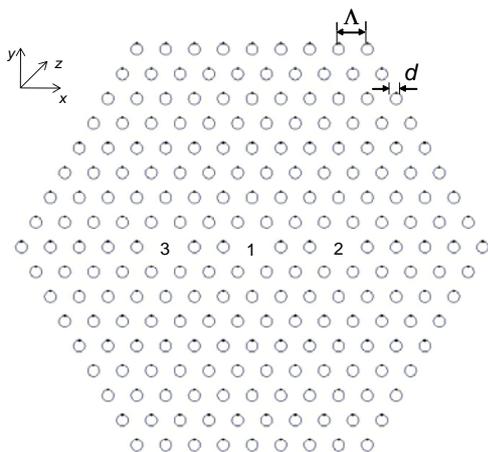


Fig. 1. Esquema da PCF com múltiplos núcleos baseado na transferência de potência de 1 x 2

Estudos preliminares, mostram que a dispersão, para a estrutura em análise, é ultra-plana sobre as bandas  $E + S + C + L + U$ , sendo que os cálculos numéricos efetuados para obter a distância de acoplamento foi para um comprimento de onda de  $1,55 \mu\text{m}$  que corresponde à banda  $C$ . A divisão de potência na estrutura proposta, pode ser obtida utilizando-se as equações dos modos acoplados padrão [6], neste caso, o acoplamento dos modos entre os núcleos pode ser descrito por um conjunto de equações simples, para o qual é definido um coeficiente de acoplamento horizontal.

### IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para obtenção do modo fundamental da fibra com apenas o núcleo central, a formulação apresentada resumidamente na seção II, foi adaptada para calcular os autovalores presentes na estrutura, reduzindo-se a solução de um problema do tipo:  $[A]\{\phi\} = n_{eff}^2 [B]\{\phi\}$  passando a funcionar como um problema de análise modal. Aqui,  $[A]$  e  $[B]$  representam matrizes esparsas e complexas [6]. Nesta simulação a janela computacional usada foi de aproximadamente  $25 \mu\text{m}$  (direção  $x$ ) e  $25 \mu\text{m}$  (direção  $y$ ) dividida em aproximadamente 15.000 elementos lineares. Com a formulação adaptada, utilizou-se as equações de Sellmeier para sílica dopada com germânio, na obtenção do índice refração em função do comprimento de onda. Resultados preliminares mostraram que o uso de malhas com um número de elementos muito grande, não melhora a precisão dos resultados numéricos. Em todas as simulações, os parâmetros da fibra mostrada na Figura 1 foram:  $\eta_1 = 1.05214$ ,  $\eta_2 = 1.0$ ,  $d/\Lambda = 0,23$ , onde  $\eta_1$  e  $\eta_2$  representam os índices de refração normalizados para as regiões constituídas de sílica dopada com germânio e ar respectivamente,  $d$  representa o diâmetro dos buracos de ar e  $\Lambda$  é a distância entre os centros de dois buracos de ar consecutivos.

Primeiramente foi feita uma análise na estrutura sem os núcleos 2 e 3, para verificar a dispersão cromática em função do comprimento de onda. Nesta análise foi feita uma comparação entre as dispersões cromáticas obtidas para a estrutura composta por sílica pura e a composta por sílica dopada com germânio. A Figura 2 mostra a dispersão cromática para várias faixas de comprimento de onda. Pode-se notar que para sílica pura, a dispersão varia entre  $-4.49$  e  $4.49 \text{ ps}/(\text{nm}^{-1}\text{km}^{-1})$  e para sílica dopada com germânio a dispersão varia entre  $-8.5$  e  $-4.9 \text{ ps}/(\text{nm}^{-1}\text{km}^{-1})$ . Resultados preliminares mostram uma tendência de diminuição da dispersão cromática para sílica dopada, porém a mesma permanece ultra-plana.

Na segunda aplicação, nós consideramos a estrutura mostrada na Fig. 1. Aqui, o VBPM [8] foi aplicado para calcular a distância de acoplamento para PCF com múltiplos núcleos. A estrutura foi excitada com um feixe corresponde ao modo  $E_{11}^x$ , lançado no núcleo central, para o qual o índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) é calculado através da relação  $\beta/k_0$ , obtida através da formulação adaptada para fazer a análise modal [9].

A transferência de energia entre os núcleos da PCF, pode ser controlada através da variação da distância entre os núcleos 2 e 3, ou através da variação do comprimento de

onda. A distância de acoplamento foi calculada para um comprimento de onda  $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$  para  $A = 2,64 \mu\text{m}$ . O passo de propagação  $\Delta z$ , presente na equação (5) foi de  $0,1 \mu\text{m}$  e a máxima transferência de potência ocorreu para uma distância de aproximadamente  $900 \mu\text{m}$ .

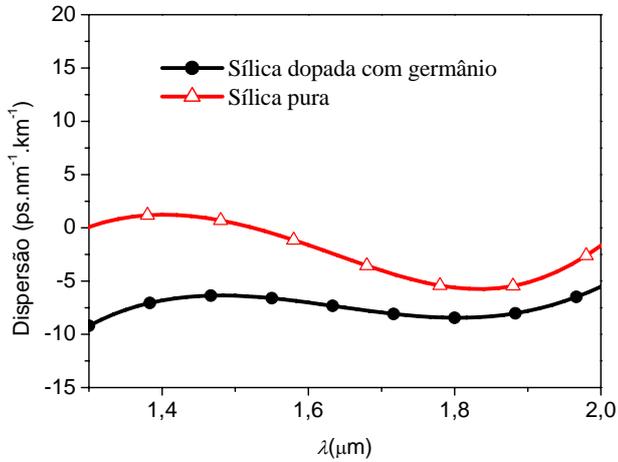


Fig. 2. Dispersão cromática para estrutura da Fig. 1 sem os núcleos adjacente 2 e 3.

A Fig. 3 mostra a potência normalizada presente nos núcleos 2 e 3 da PCF da Fig. 1, ao longo da direção de propagação. Para obtenção da máxima transferência de potência, o sinal do modo fundamental polarizado na direção  $x$  foi lançado no núcleo 1 da PCF com múltiplos núcleos. A curva preta com linha sem círculos corresponde à variação de potência do núcleo central 1, a curva azul com círculos cheios, corresponde a potência acoplada no núcleo horizontal 3 e a curva vermelha com círculos não preenchidos, corresponde a potência acoplada no núcleo horizontal 2. Pode-se notar claramente, a partir dos resultados numéricos, que as potências nos núcleos 2 e 3 aumentam gradualmente, até que toda potência lançada no núcleo 1 é transferida totalmente para os núcleos adjacentes em uma distância de propagação de aproximadamente  $900 \mu\text{m}$ .

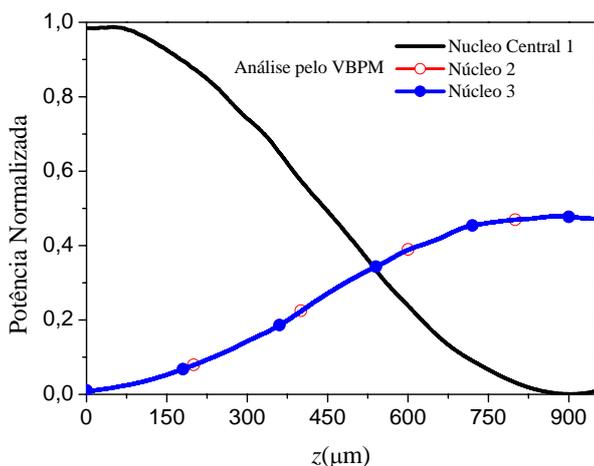


Fig. 3. Distância de Máxima transferência de potência

A Fig. 4a mostra a distribuição do campo modal para componente  $h_x$  no estágio inicial, quando a potência é lançada no núcleo 1. No estágio final, Fig. 4b, a potência é igualmente distribuída entre os núcleos 2 e 3 da PCF da Fig. 1. Este resultado mostra, através da distribuição de campo, a transferência de energia entre os núcleos da estrutura, na direção de propagação.

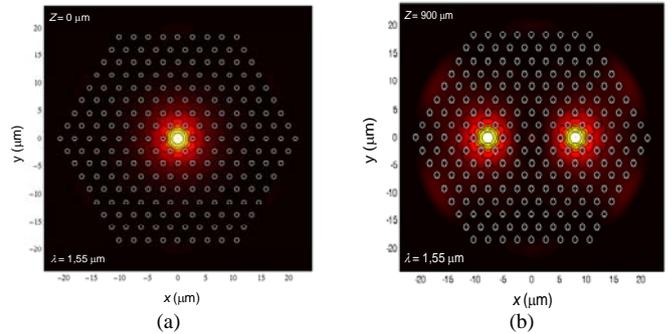


Fig. 4. Distribuição do campo modal (componente  $x$ ) da PCF com múltiplos núcleos (a) para  $z = 0 \mu\text{m}$  e (b) para  $z = 900 \mu\text{m}$ .

## V. CONCLUSÕES

Neste trabalho, o método dos elementos finitos em conjunto com a análise modal e o método da propagação vetorial de feixes, foram aplicados com sucesso, na análise de uma PCF com múltiplos núcleos, constituída de sílica dopada com germânio. A estrutura analisada exibe uma dispersão cromática ultra-plana, obtida numericamente usando-se uma eficiente formulação baseada no método dos elementos finitos que inclui a dispersão no material. Os resultados obtidos mostram que a potência lançada no núcleo central dividiu-se igualmente entre os dois núcleos vizinhos e equidistantes com uma razão de acoplamento de 50%. Resultados preliminares, ainda em análise, mostram que a PCF analisada neste trabalho, pode apresentar uma menor distância de acoplamento entre os núcleos adjacentes ao núcleo central, quando comparadas com o mesmo tipo de PCF constituída de sílica pura na região de guiamento do sinal.

Em adição, é importante enfatizar que publicações recentes [6], mostram o acoplamento em uma PCF com quatro núcleos considerando a sílica pura nas regiões sem buracos de ar. Estudos preliminares mostram que a teoria dos modos acoplados pode ser aplicada para PCFs constituídas de sílica dopada com germânio, neste, caso torna-se necessário um estudo mais detalhado da relação entre a distância entre os furos de ar ( $A$ ) e o diâmetro dos mesmos ( $d$ ), para que não se comprometa o acoplamento do sinal entre os núcleos presentes na estrutura. A aplicação do modelo de fibra apresentado neste trabalho, considerando a adição de novos núcleos, está em estudo e possivelmente servirá como base para futuros trabalhos.

## AGRADECIMENTOS

A UFERSA, a CAPES, CNPq e a FINEP pelo apoio financeiro

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. C. Sodré Jr., "Recent progress and novel applications of photonic crystal fibers", *Report on Progress in Physics*, v. 73, pp. 01–21, 2010.
- [2] D. B. Mortimore, "Wavelength-flattened fused couplers," *Electron. Lett.*, vol. 21, pp. 742–743, Aug. 1985.
- [3] D. B. Mortimore, "Theory and fabrication of 4x4 single-mode fused optical fiber couplers," *Appl. Opt.*, vol. 29, pp. 371–374, 1990.
- [4] A. Kumar, R. K. varshney, and R. K. Sinha, "Scalar modes and coupling characteristics of eight-port waveguide couplers," *J. Lightw. Technol.*, vol. 7, pp. 293–296, Feb. 1989.
- [5] J. P. da Silva, D. S. Bezerra and H. E. Hernández-Figueroa, "Step index holey fiber design by genetic algorithm for chromatic dispersion compensation", *Microwave and Optical Techn. Letters*, v.53, pp. 1585–1588, 2011.
- [6] Shailendra K. V., K. Saitoh, Ravindra K. S. and M. Koshiba, "Coupling characteristics of multicore photonic crystal fiber-based 1x4 power splitters," *Lightwave Technol.*, v. 27, pp. 2062–2068, 2009.
- [7] H. E. Hernández-Figueroa, F. A. Fernández, Y. Lu and J. B. Davies, "Vectorial finite element modelling of 2D leaky waveguides," *IEEE Trans. Magn.* V. 31, pp. 1710–1712, 1995.
- [8] J. P. da Silva, H. E. Hernández-Figueroa and A. M. F. Frasson, "Vectorial finite-element BPM analysis for transverse anisotropic media", *J. Lightwave Technol.*, v. 21, pp. 567–576, 2003.
- [9] J. P. da Silva, D. S. Bezerra, V. F. Rodriguez-Esquerre and I. E. da Fonseca, "Ge-Doped Defect-Core Microstructured Fiber Design by Genetic Algorithm for Residual Dispersion Compensation", *IEEE Phot. Techn. Letters*, v. 22, pp. 1337–1339, 2010.