

Algoritmo de Codificação EZW Modificado Baseado em Árvores Hierárquicas de Orientação Espacial Ordenadas por Regularidade

Sergio R. M. Penedo e Rui Seara

Resumo—Este artigo apresenta um algoritmo de codificação EZW modificado que faz uso da propriedade de regularidade das *wavelets* para a definição de um critério de classificação dos coeficientes *wavelet* em árvores hierárquicas de orientação espacial. Variações do algoritmo EZW apresentadas na literatura propõem algumas modificações no processo de exploração da similaridade dos coeficientes *wavelet*, sem no entanto definir uma figura de mérito para aferição dessa similaridade. Resultados obtidos para a codificação de imagens conhecidas na literatura, para diferentes taxas de *bits*, mostram a superioridade do algoritmo proposto (EZW modificado) tanto em termos de razão sinal-ruído de pico (PSNR) quanto em termos perceptuais.

Palavras-Chave—Codificação de imagem, regularidade, *wavelets*.

Abstract—This paper presents a modified EZW coding algorithm, which makes use of the property of regularity from wavelets to define a classification criterion of wavelet coefficients in spatial orientation hierarchical trees. Variations of the EZW algorithm presented in the literature propose some modifications to the process of exploiting the similarity of wavelet coefficients through scales, not defining, however, a figure of merit to measure such similarity. Results obtained from the coding of well-known images in the literature, with different bit rates, showed a better performance of the proposed algorithm (modified EZW) in both PSNR and subjective terms.

Index Terms—Image coding, regularity, wavelets.

I. INTRODUÇÃO

Técnicas de codificação de imagens, em particular com perdas, são conhecidas por se tornarem mais complexas à medida que se revelam mais eficientes. Nesse contexto, a técnica de compressão de imagens denominada *embedded zerotree wavelet* (EZW) [1] interrompeu a progressão simultânea de eficiência e complexidade. A técnica EZW se baseia em 3 conceitos fundamentais: (1) ordenação parcial dos elementos da imagem transformados, com transmissão da ordem desses elementos através de um algoritmo de particionamento de subconjuntos. Esse algoritmo compara as

magnitudes dos elementos transformados (coeficientes) a um conjunto de limiares decrescentes em oitavas, classificando-os como significantes ou insignificantes; (2) transmissão ordenada de planos de *bits*; e (3) exploração da similaridade da transformada *wavelet* da imagem através das escalas. Essa técnica, competitiva em desempenho quando comparada a outras técnicas, é bastante eficiente em termos de velocidade de execução, gerando uma cadeia de *bits* cuja recepção pode ser interrompida em qualquer ponto, permitindo ainda assim a descompressão e reconstrução da imagem. No entanto, tal técnica não é ótima, no sentido de não definir uma figura de mérito específica para a classificação dos conjuntos de coeficientes.

Neste trabalho, é apresentada uma nova abordagem para a implementação do algoritmo de codificação EZW, baseada no uso da propriedade de regularidade das *wavelets* para a definição de uma figura de mérito consistente para o particionamento dos coeficientes em árvores hierárquicas. O método se mostra superior a outros algoritmos EZW modificados [2,3,4], trazendo resultados quantitativa e qualitativamente superiores.

II. REGULARIDADE DE HÖLDER

A transformada *wavelet* fornece um meio pelo qual a suavidade local de um sinal pode ser quantificada. Do ponto de vista matemático, a suavidade é representada pela taxa de decaimento dos coeficientes *wavelet* em sucessivas escalas de decomposição do sinal, que pode ser analisada pela observação da propriedade de regularidade de Hölder (caso geral da propriedade de continuidade de Lipschitz [5]).

A. Regularidade e Wavelets

A regularidade local de uma função $f(x)$ em um ponto a pode ser analisada segundo a noção de continuidade de Lipschitz [5]: uma função $f(x)$ é dita r -Lipschitz em a , $0 \leq r < 1$, se

$$|f(x) - f(a)| \leq K |x - a|^r, \quad (1)$$

onde K é uma constante arbitrária. Uma descontinuidade em degrau, por exemplo, possui expoente de Lipschitz $r = 0$. A consideração $r > 1$ é possível se a Eq. (1) for satisfeita para derivadas de ordem mais alta.

Sergio R. M. Penedo e Rui Seara, LINSE – Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, E-mails: {penedo, seara}@linse.ufsc.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

A seguinte condição vale para o comportamento local de coeficientes *wavelet* próximos a um ponto r -Lipschitz [6]: se $f(x)$ é r -Lipschitz em $x=a$, $r < N$ e $\psi(x)$ possui pelo menos N momentos desvanescentes, então

$$\max |\Psi_{j,k}|_{(j,k) \in A} \leq K 2^{-j\left(r+\frac{1}{2}\right)}, \quad (2)$$

onde A contém os pares (j,k) para os quais a pertença ao suporte de $\psi_{j,k}(x)$.

Uma extensão do conceito de continuidade de Lipschitz ($r > 1$) é feita requerendo que a Eq. (1) seja satisfeita para $f(x)$ e suas derivadas de n -ésima ordem. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ possui regularidade de Hölder (ou expoente de Hölder) $\alpha = n+r$ com $n \in \mathbb{N}$ e $0 \leq r < 1$ se existe uma constante $K < \infty$ tal que

$$|f^{<n>}(y) - f^{<n>}(x)| \leq K |y-x|^r, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

onde $f^{<n>}$ indica a derivada de n -ésima ordem de f , e r corresponde ao expoente de Lipschitz [5].

O expoente de Hölder indica o número de derivadas contínuas de uma função. Funções com valores grandes de expoente de Hölder são matemática e visualmente suaves, enquanto que funções com valores pequenos de expoente de Hölder são associadas a funções mais irregulares [7].

B. Estimação da regularidade de Hölder

A transformada *wavelet* não-dizimada é um eficiente meio para medir a suavidade de uma função, permitindo sintetizar um sinal $f(x)$ através de operações de translações e dilatações de uma função *wavelet* "mãe" $\psi(x)$. Assim,

$$\psi_{j,k}(x) = \psi(2^j x - k). \quad (4)$$

Um sinal apresenta expoente de Hölder r se existe uma constante K tal que os coeficientes de sua transformada *wavelet* $\Psi_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle$ satisfaçam

$$|\Psi_{j,k}| \leq K 2^{-k\left(r+\frac{1}{2}\right)}, \quad (5)$$

para todos $j \in \mathbb{Z}^+$, $k \in \mathbb{R}$ [6,8,9,10]. Esse teorema caracteriza a regularidade de um sinal pelo decaimento da magnitude dos coeficientes de sua transformada *wavelet* através das sucessivas escalas de decomposição, definindo a similaridade entre escalas decorrentes de um processamento multi-resolução.

C. Correlação entre Escalas

Pesquisas em análise multi-resolução de imagens têm indicado a presença de características similares em forma, porém distintas em suporte espacial para escalas diversas

[5,7,11]. Funções mais suaves exibem maior similaridade entre escalas, matematicamente definida pelo teorema do decaimento dado por (5). Pode-se mostrar que a correlação entre sub-bandas *wavelet* s_m e s_n para as escalas 2^m e 2^n é limitada por

$$|\langle s_m, s_n \rangle| \leq K 2^{-(m+n)\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)}, \quad (6)$$

onde K é uma constante e α é o expoente de Hölder. Tal inequação indica que a similaridade entre as escalas decresce exponencialmente à medida que a regularidade da função analisada cresce, observação corroborada por dados experimentais e pela literatura da área [5,7,8,9].

A regularidade de Hölder mostra-se uma poderosa ferramenta matemática para a análise de sinais correlacionados. Assim, pode ser utilizada para a definição de um critério consistente de classificação de coeficientes em algoritmos de codificação progressiva, já que tais algoritmos utilizam como limiares de particionamento grandezas inerentes ao grau de correlação dos coeficientes.

III. ALGORITMO EZW

O algoritmo EZW [1] é um algoritmo de codificação progressiva implementado usando a *discrete wavelet transform* (DWT). Seu desenvolvimento está fundamentado em duas observações:

- i) quanto maior for um coeficiente *wavelet*, mais informação contém, e portanto mais significativo ele é, e assim é primeiramente codificado pelo algoritmo;
- ii) os valores absolutos máximo e médio dos coeficientes diminuem à medida que o algoritmo se desloca das sub-bandas de menores para as de maiores frequências.

A saída produzida pelo algoritmo EZW é de natureza progressiva, ou seja, à medida que dados são adicionados à compressão, mais detalhado será o processo de reconstrução.

A. Estrutura em Árvore Hierárquica

Uma estrutura em árvore hierárquica consiste de uma árvore na qual o ancestral possui quatro descendentes, os quais são novos ancestrais, e assim sucessivamente. O valor absoluto dos coeficientes em uma árvore hierárquica decresce verticalmente, o que é propriedade importante do algoritmo EZW, já que, se um coeficiente for considerado insignificante, todos os subseqüentes também o serão, sem conter nenhuma informação relevante.

Os coeficientes das sub-bandas de menores frequências podem ser vistos como possuindo quatro novos descendentes para a próxima sub-banda de frequências mais altas. Cada um desses descendentes dá origem, por sua vez, a quatro descendentes na próxima sub-banda (Fig. 1).

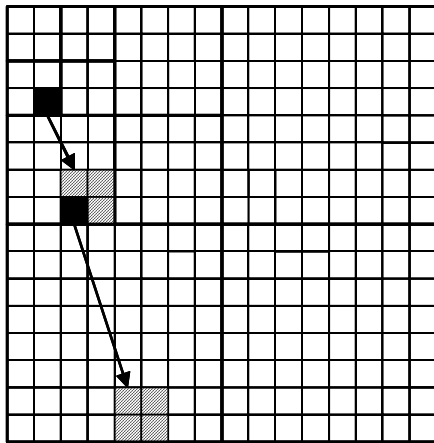


Fig. 1. Estruturas em árvore hierárquica para imagens transformadas por *wavelets*.

B. Princípio de Operação do Algoritmo EZW

Após a computação da DWT bidimensional da imagem, os coeficientes transformados são passados ao algoritmo EZW, sendo a seguir calculado um valor inicial de limiar, dado por

$$T_{\text{init}} = 2^{\lceil \log_2(k) \rceil}, \quad (7)$$

onde T_{init} é o valor do coeficiente de máximo valor absoluto, ou seja, o limiar inicial corresponde à maior potência de dois que seja ainda menor do que o máximo valor absoluto dos coeficientes. Utilizando tal valor para limiar inicial, um procedimento denominado “passo dominante”, aplicado a todos os coeficientes, identifica quais desses são considerados significantes (maiores em valor absoluto do que o limiar inicial). Completado o procedimento, o valor atual de limiar é dividido pela metade, e um segundo procedimento, de passo subordinado, é realizado, codificando progressivamente a informação referente aos coeficientes significantes. Esse processo se repete até se obter um valor mínimo de limiar (Fig. 2), geralmente igual à unidade.

C. Seqüência de Passos do Algoritmo EZW

C.1. Passo Dominante

O passo dominante realiza a varredura dos coeficientes no limiar atual para identificar coeficientes e árvores significantes. São definidos 4 símbolos:

- P (significância positiva) – um coeficiente positivo se torna significativo para o limiar atual;
- N (significância negativa) - um coeficiente negativo se torna significativo para o limiar atual;
- ZT (raiz da árvore) - um coeficiente e todos os seus descendentes são insignificantes;
- IZ (zero isolado) - um coeficiente insignificante possui pelo menos um descendente significativo.

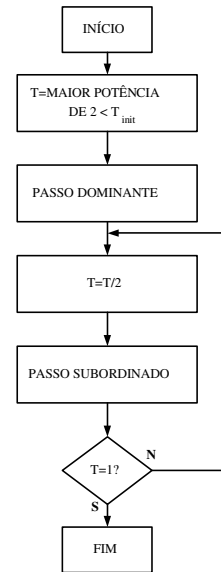


Fig. 2. Diagrama em blocos de um esquema de compressão de imagens utilizando o algoritmo EZW.

A primeira etapa do procedimento consiste em verificar se o valor atual de cada coeficiente é classificado como significativo, caso esse tenha sido descartado e nenhuma saída tenha sido produzida. Se o coeficiente se torna significativo para o valor atual de limiar, a diferença entre os dois valores é inserida na lista subordinada e o símbolo P ou N é transmitido à saída. A lista subordinada registra todos os coeficientes significantes, porém se algum coeficiente não o for, a próxima etapa é verificar se esse é descendente de uma árvore hierárquica já varrida, caso em que nenhum símbolo seja enviado à saída. A ordem em que os coeficientes são varridos é tal que os coeficientes pertencentes às sub-bandas de menores frequências são priorizados. Entretanto, a ordem de varredura dentro das sub-bandas não é fixa, sendo mais comum a varredura *raster* [12], ilustrada pela Fig. 3. Outros métodos de varredura podem ser considerados, mantendo-se o compromisso de que se priorizem as sub-bandas de menores frequências.

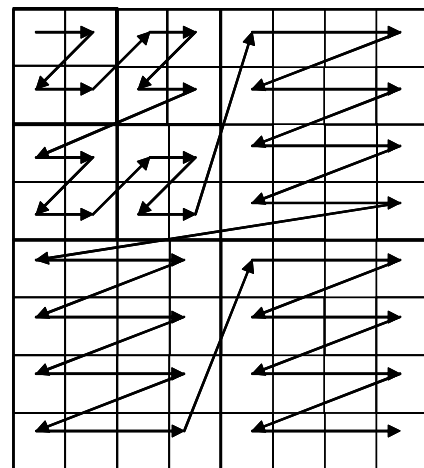


Fig. 3. Varredura *raster*.

C.2. Passo Subordinado

O passo subordinado (ou passo de refinamento [1,12]) “refina” o valor de cada coeficiente significativo. Cada coeficiente na lista subordinada (classificado pelo passo dominante como significativo) é comparado ao valor atual de limiar. Para valores de coeficiente ultrapassando esse limiar, é enviado um *bit* ‘1’ à saída da etapa de passo subordinado, sendo subtraído do respectivo valor de coeficiente na lista subordinada o valor do limiar corrente. Para valores de coeficiente inferiores ao valor do limiar atual, é enviado um *bit* ‘0’ à saída.

Uma vez completo o passo subordinado, a lista subordinada deve ser classificada em ordem decrescente, de modo que o decodificador possa reproduzir o resultado da codificação. Isso é realizado para que os coeficientes de maior valor (que carregam a maior parte da informação) estejam posicionados à frente da seqüência codificada ao longo de sucessivos passos subordinados. A etapa de passo subordinado, ao contrário da etapa de passo dominante, pode ser excluída do algoritmo, já que seu único propósito é o de refinar os coeficientes já codificados. Embora isso reduza o tamanho do código e o tempo de execução, a exclusão da etapa de passo subordinado afeta adversamente a qualidade da imagem reconstruída.

D. Decodificação da Seqüência de Dados EZW

O processo de decodificação dos dados codificados pelo algoritmo EZW também utiliza passos dominante e subordinado. O passo dominante extrai dos dados codificados os símbolos que foram gerados no passo dominante da etapa de codificação, traduzindo tais símbolos para valores dos coeficientes. É importante utilizar exatamente a mesma ordem de varredura empregada no processo de codificação, preservando a informação de posição dos coeficientes reconstruídos. Quando símbolos de significantes positivos (P) e negativos (N) são encontrados, a posição atual dos coeficientes é adicionada a uma nova lista subordinada. O passo dominante se encerra quando todos os coeficientes relativos à imagem forem varridos.

O passo subordinado carrega um *bit* da seqüência de dados codificados para cada posição de coeficientes armazenados na lista subordinada. Esse *bit*, multiplicado pelo limiar atual, é adicionado aos coeficientes positivos e subtraído dos coeficientes negativos. O processo de decodificação é interrompido conforme o grau de reconstrução que se deseje obter na saída.

IV. ALGORITMO EZW MODIFICADO

A. Algoritmo de Classificação por Particionamento dos Coeficientes

Os algoritmos EZW modificados encontrados na literatura [4,12] fazem uso de um critério de particionamento definido por um limiar fixo (potência de 2), de forma que o passo dominante define conjuntos de coeficientes classificados como significantes ou não, de acordo com o seguinte teste:

$$\max\{|c_{i,j}|\} \geq 2^{\lfloor \log_2(k) \rfloor} ? \quad (8)$$

onde $c_{i,j}$ representa os coeficientes da decomposição *wavelet* na escala i e translação j . Conforme tal critério, cada conjunto de coeficientes que seja apontado como significativo é novamente particionado em novos subconjuntos, efetuando-se novamente o teste até que todos os coeficientes individuais sejam varridos. Assim, para cada conjunto de coeficientes T , é definida uma função de significância $S_n(T)$ dada por:

$$S_n(T) = \begin{cases} 1, & \max\{|c_{i,j}|\}_{(i,j) \in T} \geq 2^n \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (9)$$

Observa-se, todavia, que o valor de limiar que caracteriza um conjunto de coeficientes como significantes não garante na decodificação um valor exato para tais coeficientes, pois esses são classificados como insignificantes para o limiar imediatamente superior.

B. Determinação de Limiares de Decisão a partir da Regularidade de Hölder dos Coeficientes

Usualmente, a maior porção de energia de uma imagem está concentrada em componentes de baixas frequências. Conseqüentemente, a variância dos coeficientes decresce do maior para o menor nível de resolução espacial, devido à similaridade espacial entre as sub-bandas, caracterizada pelo expoente de Hölder. Assim, pode-se explorar a correlação entre os coeficientes através das escalas para a proposição de um critério de classificação adequado ao algoritmo de codificação EZW.

Para o nível de decomposição n , sabe-se que $2^n \leq |c_{i,j}| \leq 2^{n+1}$. Assim, a etapa de reconstrução não assegura, em seu passo dominante, uma reprodução ótima dos dados codificados, pois qualquer valor de coeficiente nesse intervalo pode provocar um erro de reconstrução. Para aprimorar essa etapa, seguem-se os passos (Fig. 4):

- determina-se para cada conjunto de coeficientes *wavelet*, através da observação de suas escalas, uma estimativa do expoente de Hölder r , a partir da observação da equação de decaimento dos coeficientes, dada por (5);
- ainda conforme a observância da equação (5), fixa-se um novo limiar superior L para cada conjunto de coeficientes, de tal forma que $L \leq 2^{n+1}$. Esse novo limiar é transmitido ao decodificador, para uma adequada reconstrução;
- prosegue-se à etapa de partição dos conjuntos de coeficientes a partir do passo (a), até que cada um tenha sido varrido individualmente.

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O algoritmo de codificação utilizou a família de *wavelets* ‘biortogonal 9-7’ [13], sendo aplicado às imagens ‘Lena’ e ‘Goldhill’, representadas originalmente com 8 bpp, e os

resultados obtidos são comparados quantitativa (por meio da PSNR, conforme apresentado nas Tabelas 1 e 2, para codificação com 1 bpp) e subjetivamente aos algoritmos EZW e ao algoritmo SPIHT referenciado em [4] (conforme as Figs. 5 e 7). As Figs. 6 e 8 apresentam, para diferentes taxas de bits, as curvas de PSNR referentes ao processo de codificação para as imagens testadas.

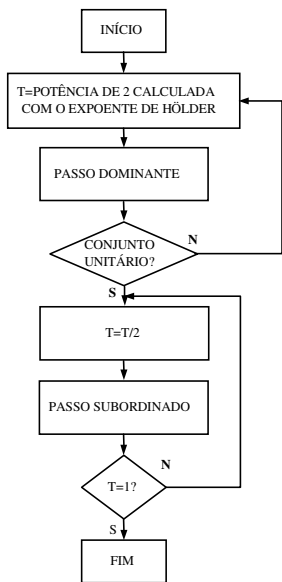


Fig. 4. Diagrama em blocos do esquema de compressão de imagens utilizando o algoritmo EZW modificado.

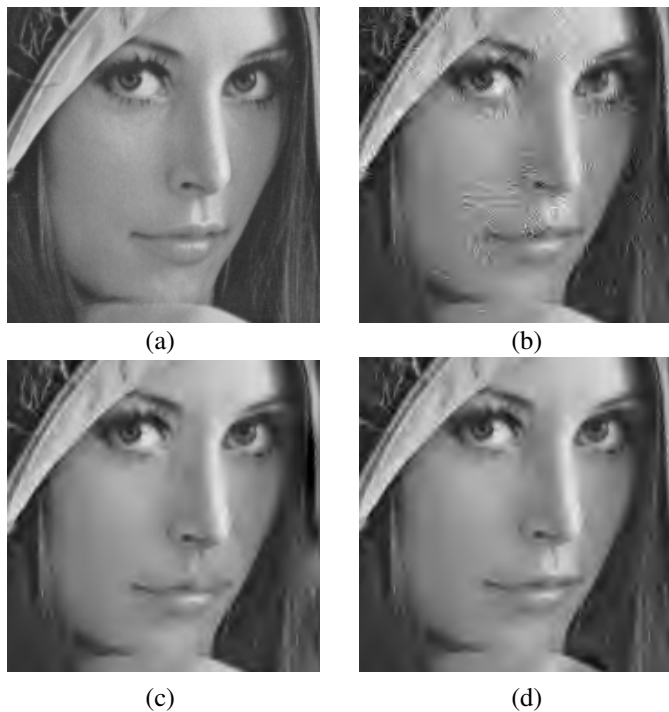


Fig. 5. (a) Imagem “Lena” original; (b) imagem reconstruída pelo algoritmo EZW; (c) imagem reconstruída pelo algoritmo SPIHT referenciado em [4]; (d) imagem reconstruída pelo método proposto.

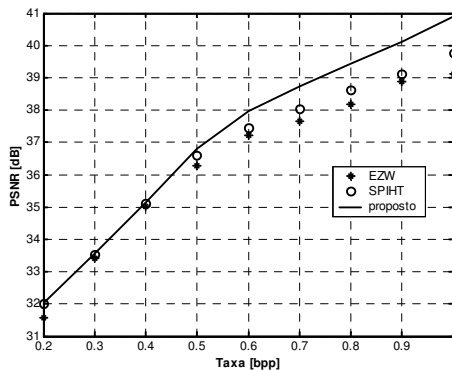


Fig. 6. Curvas de PSNR versus taxa de bits para a imagem “Lena”.

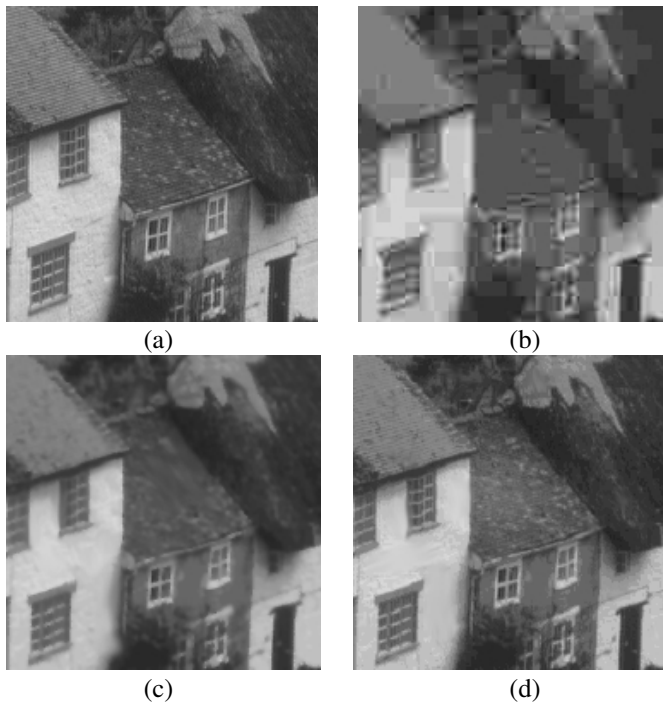


Fig. 7. (a) Imagem “Goldhill” original; (b) imagem reconstruída pelo algoritmo EZW; (c) imagem reconstruída pelo algoritmo SPIHT referenciado em [4]; (d) imagem reconstruída pelo método proposto.

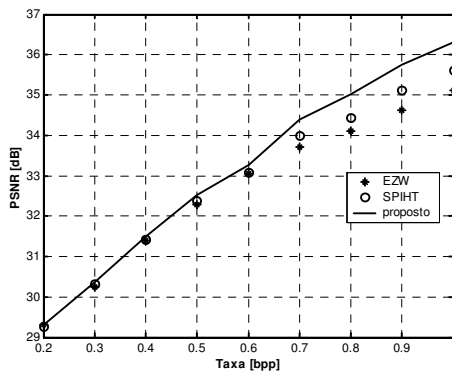


Fig. 8. Curvas de PSNR versus taxa de bits para a imagem “Goldhill”.

TABELA 1
VALORES DE PSNR PARA A IMAGEM "LENA" (1 bpp)

Método	PSNR (dB)
EZW	39,11
SPIHT [4]	39,77
EZW modificado proposto	40,89

TABELA 2
VALORES DE PSNR PARA A IMAGEM "GOLDHILL" (1 bpp)

Método	PSNR (dB)
EZW	35,11
SPIHT [4]	35,60
EZW modificado proposto	36,31

Assim, o algoritmo proposto caracteriza com mais propriedade os componentes de altas frequências quando comparado aos demais. Através dos resultados obtidos, constata-se uma melhora significativa na qualidade da codificação das imagens testadas, tanto em termos de PSNR quanto em termos subjetivos, quando comparadas às de outros algoritmos abordados neste trabalho.

VI. CONCLUSÕES

O método de codificação proposto explora a preservação da propriedade da regularidade da transformada *wavelet*. Através dela, estima-se o comportamento de componentes de altas frequências, que são severamente afetados em algoritmos de codificação progressiva, uma vez que as etapas de codificação privilegiam a preservação de características menos variantes. Com a definição de um critério de classificação baseado na correlação através das escalas, é possível definir limiares de decisão mais consistentes com as variações dos coeficientes. Os resultados obtidos mostram o bom desempenho do algoritmo em comparação ao método EZW original e a uma modificação deste [4], tanto em termos de PSNR quanto em termos perceptuais.

REFERÊNCIAS

- [1] J. M. Shapiro. "Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelets Coefficients," *IEEE Trans. On Signal Processing*, vol. 41, pp. 3445-3462, Dec. 1993.
- [2] R. A. DeVore, B. Jawerth and B. J. Lucier. "Image Compression Through Wavelet Transform Coding," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 38, pp. 719-746, March 1992.
- [3] A. Said and W. A. Pearlman, "Image Compression Using the Spatial-Orientation Tree," *IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems*, Chicago, IL, pp. 279-282, May 1993.
- [4] A. Said and W. A. Pearlman, "A New Fast and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees," *IEEE Trans. on Circ. and Systems*, vol. 6, pp. 601-614, 1996.
- [5] S. Mallat. "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11, pp.674-693, 1989.
- [6] S. Mallat and S. Zhong. "Characterization of Signals from Multiscale Edges," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, no. 7, pp. 710-732, 1992.
- [7] M. F. Cohen, T. D. DeRose, A. Fournier *et al.* "Wavelets and their Applications in Computer Graphics," *Siggraph '95 Notes*, 1995.
- [8] W. K. Carey, D. B. Chuang, and S. S. Hemami. "Regularity-Preserving Image Interpolation," *Int. Conf. on Image Processing*, vol. 1, pp. 901-908, Oct. 1997.
- [9] S. R. M. Penedo. "Interpolação de imagens através da análise de regularidade baseada em decomposição wavelet," *Dissertação de Mestrado*, Engenharia Elétrica, UFSC, Florianópolis, March 2000.
- [10] I. Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. CBMS-NSF Reg. Conf. Series in Appl. Mathematics (SIAM), vol. 61, Phi, 1992.
- [11] A. Witkin. "Scale Space Filtering," *Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 1019-1021, 1983.
- [12] E. Kriegler. "An Implementation of the EZW Algorithm," in <http://esl.ee.sun.ac.za/~kriegler/>, Jan. 2003.
- [13] M. Antonini, M. Barlaud, I. Daubechies *et al.* "Image Coding Using Wavelet Transform," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, pp. 205-220, Apr. 1992.