

Um Novo Método para o Cálculo da Probabilidade de Erro de Bit de Esquemas de Modulação Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh

Waslon Terllizzie A. Lopes, Francisco Madeiro e Marcelo S. Alencar

Resumo— Neste artigo é apresentado um método para obtenção de expressões exatas para a probabilidade de erro de bit (BEP) de esquemas de modulação sujeitos ao desvanecimento Rayleigh. Nesse método o canal com desvanecimento Rayleigh é visto como um canal sujeito a um ruído aditivo, sendo este ruído modelado como a razão entre uma variável aleatória (v.a.) Gaussiana e uma v.a. com distribuição Rayleigh. O método consiste em usar a função cumulativa de probabilidade desse ruído aditivo para obter expressões fechadas para a BEP. Como exemplo de utilização do método proposto, é obtida uma nova expressão para a BEP do esquema 16-QAM. São apresentados resultados de simulação que corroboram a expressão obtida.

Palavras-Chave— Comunicações móveis, canal com desvanecimento Rayleigh, probabilidade de erro de bit, QAM.

Abstract— This paper presents a method for obtaining exact expressions for the bit error probability (BEP) of modulation schemes subject to Rayleigh fading. In this method the channel is seen as an additive channel where the additive noise is modeled as the ratio between a Gaussian random variable (r.v.) and a Rayleigh r.v. The method consists on using the cumulative density function of this additive noise to obtain closed-form expressions for the BEP. As an example of the proposed method, a new expression for BEP of 16-QAM scheme is obtained. Simulation results corroborate the obtained expression.

Keywords— Mobile communications, Rayleigh fading channel, bit error probability, QAM.

I. INTRODUÇÃO

O aumento do tráfego multimídia em sistemas de comunicações sem fio leva a uma necessidade crescente de largura de faixa. Técnicas de modulação espectralmente eficientes, tais como QAM (*quadrature amplitude modulation*), constituem alternativas adequadas para alcançar elevadas taxas de transmissão sem aumentar a largura de faixa de sistemas de comunicações.

Trabalhos relatados na literatura têm sido desenvolvidos no sentido de avaliar o desempenho do esquema de modulação QAM em termos de probabilidade de erro de bit (BEP – *bit error probability*), no contexto de transmissão por um canal com desvanecimento Rayleigh, podendo ser citadas as

Waslon Terllizzie Araújo Lopes e Marcelo Sampaio de Alencar estão vinculados ao Laboratório de Comunicações, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande (UFPG), Campina Grande, PB, Brasil, E-mails: {waslon,malencar}@dee.ufcg.edu.br.

Francisco Madeiro está vinculado ao Departamento de Estatística e Informática, Universidade Católica de Pernambuco, Recife, PE, Brasil, E-mail: madeiro@dei.unicap.br.

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

contribuições de Fortune *et al.* [1], [2], Shayesteh e Aghamohammadi [3] e Vitthaladevuni e Alouini [4]. Em [1], a expressão para a probabilidade de erro de bit de 16-QAM e 64-QAM envolve o cálculo de uma integral definida, cujo integrando é o produto da função- Q e uma função exponencial. Em [3], os autores usam o fato de que um sinal recebido em um canal com desvanecimento é sujeito a uma distorção multiplicativa (DM) e ao ruído aditivo usual – assim, após uma compensação de DM, o sinal que se apresenta ao detetor pode ser visto como um sinal que apresenta um único termo de distorção aditiva, que compreende os efeitos do ruído aditivo original, da DM, e do erro na compensação de DM. Em [3], a função densidade de probabilidade desse termo de distorção aditiva é obtida e usada para determinar a probabilidade de erro de esquemas de modulação. Uma expressão fechada para a BEP do esquema 16-QAM é apresentada em [3]. Baseando-se em [5], Vitthaladevuni e Alouini apresentaram em [4] expressões genéricas para BEP de constelações hierárquicas $4/M$ -QAM.

Em [6], o método de Craig [7] é estendido para determinar a probabilidade de erro de símbolo de esquemas M -ários bidimensionais em canais com desvanecimento – Dong *et al.* determinaram em [6] a probabilidade de erro de símbolo média, exata, para 16-*star*-QAM para um canal com desvanecimento.

Em um artigo recente [8], os autores mostraram que o canal com desvanecimento Rayleigh pode ser visto como um canal sujeito a um ruído aditivo. Esse ruído é modelado como a razão entre uma variável aleatória (v.a.) gaussiana e uma v.a. Rayleigh. A função cumulativa de probabilidade (FCP) desse ruído aditivo foi obtida em [8]. No presente trabalho, é apresentado um método para obter expressões fechadas para a BEP de esquemas de modulação em canais com desvanecimento Rayleigh. O método consiste em usar a FCP desse ruído aditivo. Como exemplo de aplicação do método proposto, no presente artigo é obtida uma nova expressão, exata, fechada, para a BEP do esquema 16-QAM.

II. PRELIMINARES

Considere o sistema de comunicações sem fio ilustrado na Fig. 1.

Admitindo que o canal de comunicações é afetado pelo desvanecimento lento não-seletivo em frequência, o sinal recebido $r_c(t)$ pode ser expresso como

$$r_c(t) = \alpha e^{-j\phi} s(t) + z(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

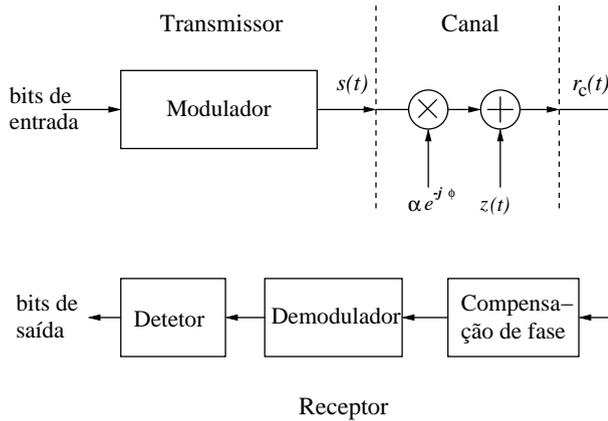


Fig. 1. Modelo do sistema utilizado.

em que $s(t)$ representa o sinal transmitido, α denota a amplitude do desvanecimento, ϕ representa o desvio de fase devido ao canal, $z(t)$ denota o ruído aditivo gaussiano branco (AWGN, *additive white Gaussian noise*) e T corresponde ao intervalo de sinalização. Usando a representação em passa-baixas, $r_c(t)$, $s(t)$ e $z(t)$ são processos estocásticos complexos. Além disso, a condição de desvanecimento lento implica que o parâmetro multiplicativo pode ser considerado constante pelo menos durante um intervalo de sinalização.

A amplitude do desvanecimento α é modelada por uma variável aleatória (v.a.) do tipo Rayleigh, cuja função densidade de probabilidade (fdp) é dada por

$$p_A(\alpha) = 2\alpha e^{-\alpha^2} u(\alpha), \quad (2)$$

em que $u(\cdot)$ representa a função degrau unitário. O ruído aditivo $z(t)$ é um processo estocástico complexo com média nula e densidade espectral de potência $N_0/2$ em suas partes real e imaginária. Considere, sem perda da generalidade, o desvanecimento normalizado, isto é, $E[\alpha^2] = 1$, em que $E[\cdot]$ é o operador valor esperado.

Supondo que o desvanecimento que afeta o canal é suficientemente lento, o desvio de fase ϕ pode ser estimado sem erro a partir do sinal recebido. Neste caso, o receptor pode compensar o desvio de fase provocado pelo canal (multiplicação de $r_c(t)$ por $e^{j\phi}$). Então, o sinal recebido resultante $r(t)$ pode ser expresso como

$$\begin{aligned} r(t) &= r_c(t) \cdot e^{j\phi} = \alpha s(t) + z(t) \cdot e^{j\phi} \\ &= \alpha s(t) + \eta(t). \end{aligned} \quad (3)$$

É importante notar que o ruído aditivo $\eta(t) = z(t) \cdot e^{j\phi}$ é também um processo estocástico complexo com média nula e densidade espectral de potência $N_0/2$ em suas partes real e imaginária. Isto ocorre porque a distribuição de probabilidade bidimensional $p_N(\eta)$ não é afetada pela compensação de fase, visto que esta distribuição é esfericamente simétrica [9, pp. 247].

A partir de agora, será adotada notação da representação vetorial dos sinais. Nesta representação, cada sinal $s(t)$ é completamente determinado por um vetor \mathbf{s} cujas componentes representam a decomposição do sinal em um conjunto de funções ortonormais escolhida convenientemente [9].

O critério de máxima probabilidade *a posteriori* [10] estabelece que o detetor ótimo, a partir da observação de \mathbf{r} , seleciona $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{s}_k$ como o sinal recebido quando a função de decisão

$$P(\mathbf{s}_i) p_r(\mathbf{r} | \mathbf{s} = \mathbf{s}_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1,$$

é máxima para $i = k$, em que M denota o número de símbolos da constelação.

Baseando-se no critério de máxima probabilidade *a posteriori* e considerando que os símbolos da constelação são equiprováveis, o receptor pode utilizar duas estratégias diferentes para determinar o símbolo transmitido mais provável a partir da observação ruidosa \mathbf{r} : 1) Amplificar o sinal recebido para normalizar o ganho do canal, de modo que as regiões de decisão no receptor correspondam às regiões de decisão da constelação dos sinais transmitidos; e 2) Usar o ganho do canal para amplificar a constelação dos sinais e determinar as regiões de decisão do receptor. De acordo com estas estratégias, dois detetores podem ser definidos [8]:

- Detetor I (DI): Compara \mathbf{r} com todos os símbolos da constelação (multiplicados por α) e escolhe como símbolo recebido o mais próximo a \mathbf{r} , isto é, o símbolo que minimiza a métrica $|\mathbf{r} - \alpha \mathbf{s}_i|$;
- Detetor II (DII): Compara \mathbf{r}/α com todos os símbolos da constelação e escolhe como símbolo recebido o mais próximo a \mathbf{r}/α , isto é, escolhe como símbolo recebido aquele que minimiza a métrica $|\mathbf{r}/\alpha - \mathbf{s}_i|$.

No que diz respeito à complexidade, mostrou-se em [8] que o detetor DII constitui uma alternativa mais interessante, visto que requer um número de operações inferior ao requerido pelo detetor DI. Mostrou-se também que, em se tratando do detetor DII, o canal com desvanecimento Rayleigh, após a compensação do desvanecimento (divisão de \mathbf{r} por α), funciona como um canal sujeito a ruído aditivo – esse ruído é modelado como a razão entre uma variável aleatória (v.a.) gaussiana e uma v.a. com distribuição Rayleigh. No presente artigo, a função cumulativa de probabilidade da v.a. referente a esse ruído aditivo (que corresponde a η/α), obtida em [8], é usada na determinação de uma nova expressão para a probabilidade de erro de bit do esquema 16-QAM em um canal com desvanecimento Rayleigh.

O restante do artigo encontra-se organizado de acordo com as seções a seguir. A Seção III aborda o esquema de modulação em que se utiliza o detetor DII e, para manter o artigo auto-contido, a obtenção da FCP correspondente à v.a. que modela o ruído aditivo \mathbf{n}/α é revisitada. Na Seção IV é obtida uma expressão para probabilidade de erro de bit (BEP), considerando um canal com desvanecimento Rayleigh, do esquema 16-QAM. Na Seção V são apresentados os comentários finais do trabalho.

III. DEMODULAÇÃO EM UM CANAL COM DESVANECIMENTO RAYLEIGH

Nesta seção é abordada a demodulação considerando o detetor DII, cuja regra de decisão é

$$\tilde{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}_i} \left| \frac{\mathbf{r}}{\alpha} - \mathbf{s}_i \right| \quad i = 0, 1, 2, \dots, M-1. \quad (4)$$

Neste esquema, após a compensação do desvanecimento (divisão de r por α), o canal pode ser interpretado como um canal sujeito a ruído aditivo porque

$$\begin{aligned} \tilde{s} &= \arg \min_{s_i} \left| \frac{\alpha s + \eta}{\alpha} - s_i \right| = \arg \min_{s_i} \left| s + \frac{\eta}{\alpha} - s_i \right| \\ &= \arg \min_{s_i} |s + m - s_i|, \end{aligned} \quad (5)$$

em que $m = \eta/\alpha$ é o ruído aditivo, que é modelado como uma v.a. correspondente ao quociente entre uma v.a. gaussiana e uma v.a. com distribuição Rayleigh.

A. A fdp e a FCP do Ruído m

Esta seção apresenta a função densidade de probabilidade (fdp) e a função cumulativa de probabilidade (FCP) da variável aleatória (v.a.) obtida pela razão entre uma v.a. gaussiana e uma v.a. Rayleigh. Essa v.a. pode ser expressa como $M = N/A$, em que N denota um processo aleatório gaussiano com média zero e variância $N_0/2$ por dimensão, ou seja,

$$p_N(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\eta^2/N_0}. \quad (6)$$

Por sua vez, A é uma v.a. real com distribuição de Rayleigh dada pela Equação (2).

Sob essas condições, a fdp de M é dada por [11]

$$p_M(m) = \int_{-\infty}^{\infty} |\alpha| p_{NA}(m\alpha, \alpha) d\alpha, \quad (7)$$

em que $p_{NA}(\eta, \alpha)$ é a probabilidade conjunta de N e A dada por

$$p_{NA}(\eta, \alpha) = \frac{2}{\sqrt{\pi N_0}} \alpha e^{-(\alpha^2 + \eta^2/N_0)} u(\alpha). \quad (8)$$

Desta forma, a fdp de M é dada por

$$\begin{aligned} p_M(m) &= \int_0^{\infty} \alpha \frac{2}{\sqrt{\pi N_0}} \alpha e^{-(\alpha^2 + m^2 \alpha^2/N_0)} d\alpha \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi N_0}} \int_0^{\infty} \alpha^2 e^{-\alpha^2(1+m^2/N_0)} d\alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Usando o fato de que [12, pp. 1030]

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}, \quad (10)$$

pode-se mostrar que

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\rho x^2} dx = \frac{1}{\rho^{3/2}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{4}. \quad (11)$$

Então, a Equação (9) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} p_M(m) &= \frac{2}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \frac{1}{(m^2/N_0 + 1)^{3/2}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{N_0}{(m^2 + N_0)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Finalmente, a FCP de M , $P_M(m)$, é obtida integrando a expressão anterior, usando [13, Equação 2.264]. Assim, a FCP de M é dada por

$$P_M(m) = \int_{-\infty}^m p_M(x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 + N_0}} + 1 \right). \quad (13)$$

O método proposto no presente trabalho para obter expressões fechadas para a probabilidade de erro de bit de esquemas de modulação sujeitos ao desvanecimento Rayleigh consiste em usar a FCP de M .

IV. BEP PARA O SISTEMA 16-QAM EM UM CANAL COM DESVANECIMENTO RAYLEIGH

No sistema 16-QAM, a informação a ser transmitida é mapeada em símbolos com 4 bits e cada símbolo é usado para definir uma única amplitude e uma única fase da portadora. A duração de cada símbolo determina a largura de faixa do sinal 16-QAM. A Fig. 2 ilustra uma constelação com 16 níveis em que cada ponto corresponde a um símbolo 16-QAM.

Os símbolos da constelação 16-QAM podem ser vistos como dois sinais AM (cada um com quatro níveis) que são transmitidos em fase e em quadratura na mesma portadora [1], [2], [10], [14]. Cada uma das portadoras AM é transmitida com uma amplitude do conjunto $(-3d, -d, d, 3d)$, sendo d a distância entre os símbolos apresentada na Fig. 2. Um código Gray de 2 bits é usado para associar cada par de bits a uma amplitude da portadora AM. Os bits 11, 10, 00 e 01 são associados aos níveis $-3d, -d, d$ e $3d$, respectivamente. Os símbolos 16-QAM são obtidos a partir do entrelaçamento dos bits em quadratura e em fase. Um símbolo 16-QAM apresenta a forma $(i_1 q_1 i_2 q_2)$, em que $i_1 i_2$ representa os bits correspondentes à componente em fase e $q_1 q_2$ representa os bits correspondentes à componente em quadratura [2].

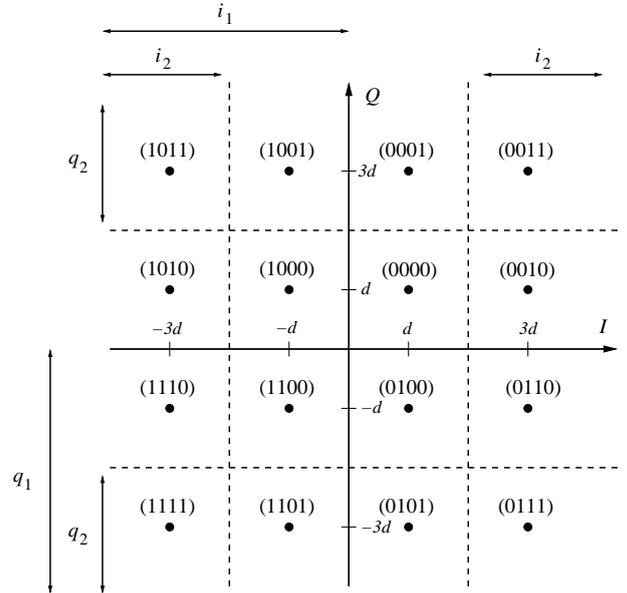


Fig. 2. Constelação 16-QAM.

A demodulação QAM é realizada recuperando independentemente as componentes Q e I usando as respectivas fronteiras de decisão ilustradas na Fig. 2 [1], [2], a qual também mostra as regiões em que os bits assumem valores unitários, e.g., $q_2 = 1$ para $Q < -2d$ ou $Q > 2d$. A Fig. 2 também revela que em metade do tempo os bits i_1 e q_1 têm uma distância de proteção de ruído d de suas respectivas fronteiras de decisão, enquanto que na outra metade do tempo esta distância é

3d. Os bits i_2 e q_2 estão sempre a uma distância d das suas respectivas fronteiras de decisão, estando, portanto, mais propensos a erros quando comparados a i_1 e q_1 . Devido a essa propriedade, o esquema 16-QAM pode ser considerado como a combinação de dois subcanais com diferentes integridades, denominados subcanais classe 1 e classe 2 (C1 e C2). O processo de demodulação referente ao subcanal C1 é descrito analiticamente como segue [1], [2]:

$$\begin{aligned} \text{se } I, Q \geq 0, & \text{ então } i_1, q_1 = 0, \\ \text{se } I, Q < 0, & \text{ então } i_1, q_1 = 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Levando em consideração as fronteiras de decisão para o terceiro e o quarto bits, i_2 e q_2 , conforme mostrado na Fig. 2, tem-se:

$$\begin{aligned} \text{se } I, Q \geq 2d, & \text{ então } i_2, q_2 = 1, \\ \text{se } -2d \leq I, Q < 2d, & \text{ então } i_2, q_2 = 0, \\ \text{se } I, Q < -2d, & \text{ então } i_2, q_2 = 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Sem perda da generalidade, a probabilidade de erro de bit pode ser calculada considerando a transmissão independente das componentes em fase e em quadratura (I e Q) apresentadas na Fig. 3. Logo, a probabilidade de erro de bit do esquema 16-QAM pode ser expressa como

$$P_{16\text{-QAM}} = \frac{P(E|11) + P(E|10) + P(E|00) + P(E|01)}{4}, \quad (16)$$

em que $P(E|b_1b_2)$ representa a probabilidade de erro de bit dado que os bits b_1b_2 foram transmitidos. A partir da simetria apresentada na Fig. 3, conclui-se que $P(E|11) = P(E|01)$ e $P(E|10) = P(E|00)$. Desta forma, a Equação (16) ser reduz a

$$P_{16\text{-QAM}} = \frac{P(E|11) + P(E|10)}{2}. \quad (17)$$

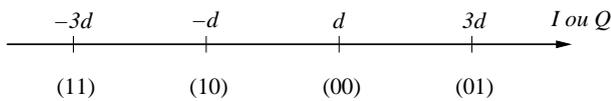


Fig. 3. Componentes da constelação 16-QAM.

A probabilidade de erro de bit $P(E|11)$ pode ser calculada como

$$P(E|11) = \frac{1}{2}P(10|11) + \frac{2}{2}P(00|11) + \frac{1}{2}P(01|11), \quad (18)$$

em que $P(c_1c_2|b_1b_2)$ representa a probabilidade de recepção dos bits c_1c_2 dado que os bits b_1b_2 foram transmitidos.

A partir da Fig. 3 pode-se escrever $P(E|11)$ em termos de probabilidades relacionadas à variável m , ou seja,

$$\begin{aligned} P(E|11) = & \frac{1}{2}P(d \leq m < 3d) + \frac{2}{2}P(3d \leq m < 5d) \\ & + \frac{1}{2}P(m \geq 5d). \end{aligned} \quad (19)$$

Usando a Equação (13), tem-se:

$$\begin{aligned} P(E|11) = & \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 + N_0}} + 1 \right) \Big|_d^{3d} \right] \\ & + \frac{2}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 + N_0}} + 1 \right) \Big|_{3d}^{5d} \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 + N_0}} + 1 \right) \Big|_{5d}^{+\infty} \right] \\ = & \frac{1}{4} \left[1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + N_0}} - \frac{3d}{\sqrt{9d^2 + N_0}} \right. \\ & \left. + \frac{5d}{\sqrt{25d^2 + N_0}} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

De forma análoga,

$$P(E|10) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \frac{d}{\sqrt{d^2 + N_0}} - \frac{1}{4} \frac{3d}{\sqrt{9d^2 + N_0}}. \quad (21)$$

Substituindo as Equações (20) e (21) na Equação (17), a probabilidade de erro de bit para a constelação 16-QAM pode ser expressa como

$$\begin{aligned} P_{16\text{-QAM}} = & \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \frac{d}{\sqrt{d^2 + N_0}} - \frac{1}{4} \frac{3d}{\sqrt{9d^2 + N_0}} \\ & + \frac{1}{8} \frac{5d}{\sqrt{25d^2 + N_0}}. \end{aligned} \quad (22)$$

A partir da Fig. 2, observa-se que a energia média por símbolo da constelação, E_S , é dada por

$$E_S = 10d^2. \quad (23)$$

Como no esquema 16-QAM cada conjunto de 4 bits é mapeado em um símbolo da constelação, a energia por bit E_b é dada por

$$E_b = 2,5d^2. \quad (24)$$

Substituindo a Equação (24) na Equação (22), obtém-se a expressão final para a BEP do sistema de modulação 16-QAM em função da relação sinal-ruído E_b/N_0 , dada por

$$\begin{aligned} P_{16\text{-QAM}} = & \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \sqrt{\frac{0,4E_b/N_0}{0,4E_b/N_0 + 1}} \\ & - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3,6E_b/N_0}{3,6E_b/N_0 + 1}} + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{10E_b/N_0}{10E_b/N_0 + 1}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Convém ressaltar que a abordagem apresentada neste trabalho para a obtenção da BEP para 16-QAM difere da abordagem apresentada em [3] na qual o canal com desvanecimento também é visto com um canal sujeito a um tipo ruído aditivo que incorpora os efeitos do desvanecimento Rayleigh e do ruído aditivo original. A expressão obtida por Shayesteh e

Aghamohammadi [3] é dada por

$$\begin{aligned}
 P_{16\text{-QAM}} = & \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{0,4E_b/N_0}{0,4E_b/N_0 + 1}} \\
 & \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(3 \sqrt{\frac{0,4E_b/N_0}{0,4E_b/N_0 + 1}} \right) \right\} \\
 & - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3,6E_b/N_0}{3,6E_b/N_0 + 1}} \\
 & \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{3,6E_b/N_0}{3,6E_b/N_0 + 1}} \right) \right\} \\
 & + \frac{1}{8} \sqrt{\frac{10E_b/N_0}{10E_b/N_0 + 1}}.
 \end{aligned} \quad (26)$$

Observa-se que a expressão obtida no presente trabalho é mais compacta que a apresentada em [3]. Além disso, a Expressão (25) não contém funções transcendentais (como \tan^{-1}), que ocorrem na Expressão (26).

A Fig. 4 apresenta o gráfico da probabilidade de erro do sistema 16-QAM em função da relação sinal-ruído E_b/N_0 em dB. Observa-se que os resultados de simulação corroboram tanto a expressão (25) quanto a expressão obtida por Shayesteh e Aghamohammadi.

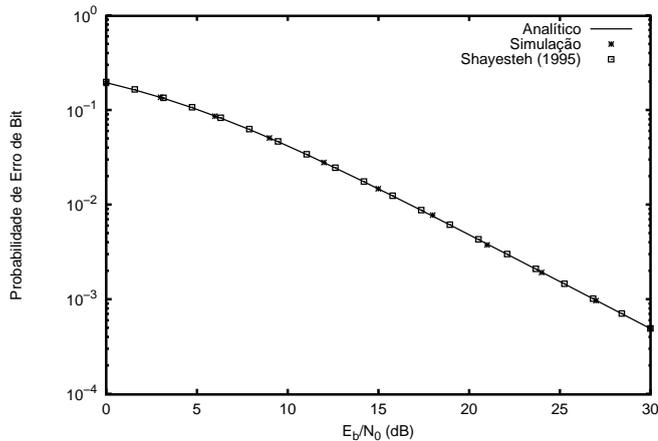


Fig. 4. Probabilidade de erro de bit para a constelação 16-QAM em um canal com desvanecimento Rayleigh em função da relação sinal-ruído por bit (E_b/N_0).

V. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou um método conveniente para obter a probabilidade de erro de bit (BEP) de esquemas de modulação em um canal com desvanecimento Rayleigh, o qual é visto como um canal sujeito a ruído aditivo, que é modelado como a razão entre uma v.a. gaussiana e uma v.a. Rayleigh. O método consiste em usar a função cumulativa de probabilidade (FCP) do ruído aditivo para obter expressões exatas para a BEP. No presente trabalho, esse método foi usado para obter uma expressão nova, fechada, exata, para a BEP do esquema 16-QAM sujeito ao desvanecimento Rayleigh. A expressão obtida foi corroborada por resultados de simulação de Monte Carlo.

Em trabalhos futuros, pretende-se utilizar o método proposto para obter a BEP de outros esquemas de modulação, considerando constelações com outras dimensões.

REFERÊNCIAS

- [1] P.-M. Fortune, L. Hanzo and R. Steele. "On the Computation of 16-QAM and 64-QAM Performance in Rayleigh-Fading Channels". *IEICE Transactions on Communications*, vol. E75-B, no. 6, pp. 466–475, June 1992.
- [2] L. Hanzo, R. Steele and P.-M. Fortune. "A Subband Coding, BCH Coding, and 16-QAM System for Mobile Radio Speech Communications". *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 39, no. 4, pp. 327–339, November 1990.
- [3] M. G. Shayesteh and A. Aghamohammadi. "On the Error Probability of Linearly Modulated Signals on Frequency-Flat Ricean, Rayleigh and AWGN Channels". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 1454–1466, February/March/April 1995.
- [4] P. K. Vitthaladevuni and M.-S. Alouini. "BER Computation of 4/M-QAM Hierarchical Constellations". *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 47, no. 3, pp. 228–239, September 2001.
- [5] K. Cho and D. Yoon. "On the General BER Expression of One- and Two-Dimensional Amplitude Modulations". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 7, pp. 1074–1080, July 2002.
- [6] X. Dong, N. C. Beaulieu and P. H. Wittke. "Error Probabilities of Two-Dimensional M-ary Signaling in Fading". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 3, pp. 352–355, March 1999.
- [7] J. W. Craig. "A New, Simple and Exact Result for Calculating the Probability of Error for Two-Dimensional Signal Constellations". In *Proceedings of Military Communications Conference (MILCOM'91)*, pp. 571–575, 1991.
- [8] W. T. A. Lopes and M. S. Alencar. "QPSK Detection Schemes for Rayleigh Fading Channels". In *Proceedings of the IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'02)*, Natal, RN, Brazil, September 2002.
- [9] J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs. *Principles of Communication Engineering*. John Wiley and Sons, 1965.
- [10] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, third edition, 1995.
- [11] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York, third edition, 1991.
- [12] A. D. Poularikas, editor. *The Transforms and Applications Handbook*. IEEE Press, 1996.
- [13] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, 1979.
- [14] X. Tang, M.-S. Alouini and A. J. Goldsmith. "Effect of Channel Estimation Error on M-QAM BER Performance in Rayleigh Fading". *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 12, pp. 1856–1864, December 1999.