

# Uma Nova Abordagem para Estimação de Probabilidades de Bloqueio em Redes de Roteamento de Comprimento de Onda Lineares

Helio Waldman, Divanilson R. Campelo e Raul C. Almeida Jr  
*Optical Networking Laboratory* - DECOM/FEEC/UNICAMP  
 Caixa Postal 6101, 13083-970, Campinas, SP  
 URL: <http://www.optinet.fee.unicamp.br>  
 Email: {waldman, dcampelo, rcamelo}@decom.fee.unicamp.br

**Resumo**—Este trabalho introduz uma nova aproximação analítica para a estimação de probabilidades de bloqueio em redes totalmente óticas lineares. Discutimos a aproximação clássica de Lee e analisamos os seus resultados. O nosso trabalho propõe um melhor substituto para a suposição de independência de enlaces. A nova suposição toma todos os caminhos ativos, assim como todos os enlaces livres, como objetos independentes na topologia da rede. O novo modelo gera estimativas que correspondem exatamente às probabilidades de bloqueio obtidas através de simulação em topologias lineares usando tráfego espacialmente homogêneo e Poissoniano. Finalmente, a suposição de independência de comprimentos de onda é também analisada para dois algoritmos de alocação de comprimento de onda.

**Palavras-Chave**—Probabilidade de bloqueio, WDM, redes de roteamento de comprimento de onda.

**Abstract**—The paper introduces a new analytical approach for estimating blocking probabilities in linear all-optical networks. The assumptions of the classical Lee approximation are discussed and their effects are evaluated. The paper proposes a better substitute for the independent link assumption. The new assumption takes all active paths, as well as all free links, as independent objects on the network topology. The new model is shown to generate estimates that fit exactly the blocking probabilities obtained through simulations on linear topologies using Poissonian, single-wavelength spatially homogeneous traffic. Finally, the independent wavelength assumption is also evaluated for two wavelength assignment algorithms.

**Keywords**—Blocking probability, WDM, wavelength-routed networks.

## I. INTRODUÇÃO

Em redes WDM sem conversores de comprimento de onda, uma rota e um comprimento de onda de uma grade formam um caminho. No modelo *overlay* de rede, caminhos com múltiplos enlaces são estabelecidos e desativados de acordo com a demanda oriunda de camadas superiores na hierarquia de rede.

A limitação de recursos na camada física, que pode ser invisível para as camadas superiores, irá causar bloqueio de requisições por caminhos na camada ótica. É importante estimar a probabilidade de bloqueio de chamadas baseada na demanda esperada de tráfego na rede. Em [2], este problema foi extensivamente discutido para redes com e sem conversores de comprimento de onda, com o intuito de estimar o ganho de capacidade oferecido pela disponibilidade de conversores de

comprimento de onda em todos os nós da rede. A discussão foi baseada na aproximação de Lee, que foi proposta já há algum tempo para facilitar o cálculo de probabilidades de bloqueio em redes de telefonia comutadas por circuito [1].

Com a atual tecnologia, os graus dos nós das redes de roteamento de comprimento de onda são pequenos, tornando a aproximação de Lee bastante imprecisa. Esta é a motivação para a procura por melhorias, especialmente para graus nodais bastante reduzidos. A situação limite a esse respeito acontece nas topologias lineares, como longas cadeias de nós, que têm se tornado bastante atraentes devido à utilização de sistemas de transmissão em ultra longa distância (ULH) e OADMs reconfiguráveis [6].

A Seção II discute as suposições da aproximação de Lee, focando o impacto relativo das suposições de independência de enlaces e de independência de comprimentos de onda em redes WDM. Uma melhor alternativa é proposta para a suposição de independência de enlaces na Seção III, assumindo topologias lineares. A suposição de independência de comprimentos de onda é discutida na Seção IV para os algoritmos aleatório e *first-fit*. Finalmente a Seção V contém as conclusões do nosso trabalho.

## II. A APROXIMAÇÃO DE LEE

Em [1], a hipótese de Lee é apresentada como composta de duas suposições:

- 1) a suposição de independência de caminhos; e
- 2) a suposição de independência de enlaces.

A suposição de independência de caminhos assume que caminhos paralelos são bloqueados independentemente. Em redes WDM sem conversores de comprimento de onda, essa suposição pode ser interpretada como a suposição de independência de comprimentos de onda.

No algoritmo aleatório, um comprimento de onda é escolhido aleatoriamente entre aqueles que podem dar suporte ao caminho requisitado. Essa escolha irá levar a uma carga balanceada entre todos os comprimentos de onda, de tal modo que todos eles terão uma probabilidade  $p_b(\rho)$  de não poder dar suporte a algum caminho requisitado, onde  $\rho$  é a taxa de ocupação da rede. Esta última é definida como a razão entre o número de enlaces de caminhos ativos e  $MW$ , onde

$M$  é o número de enlaces da topologia física e  $W$  é o tamanho da grade de comprimentos de onda. Sob a suposição de independência de comprimentos de onda, a probabilidade de bloqueio da rede para uma requisição de caminho seria, então:

$$P_b(\rho) = [p_b(\rho)]^W, \quad (1)$$

onde  $P_b$  é a probabilidade de que uma requisição não possa ser acomodada em nenhum comprimento de onda, sendo, portanto, bloqueada pela rede; enquanto  $p_b$  é a probabilidade de que um caminho requisitado não possa ser acomodado em nenhum comprimento de onda individual. Esta última probabilidade é invariante em relação a comprimentos de onda para algoritmos que tendem a balancear a carga entre comprimentos de onda como o aleatório, mas não é invariante para qualquer algoritmo.

Embora a Equação 1 seja amplamente utilizada, ela se aplica apenas à suposição de independência de comprimentos de onda para o algoritmo aleatório, introduzindo algum erro na estimação de sua probabilidade. É sabido que esta probabilidade, por sua vez, é maior que a produzida por outros algoritmos de alocação de comprimento de onda de melhor desempenho [4], [5]. Por estas razões, a análise da suposição de independência de comprimentos de onda deve estar relacionada ao algoritmo de alocação de comprimento de onda em consideração.

A suposição de independência de enlaces assume que todos os enlaces estão disponíveis independentemente, isto é, a probabilidade de um enlace estar disponível em qualquer comprimento de onda é  $(1 - \rho)$  independentemente dos estados dos seus vizinhos. Portanto, a probabilidade de que um comprimento de onda não acomode uma requisição de um caminho com  $H$  hops é estimada como:

$$p_b(\rho) = 1 - (1 - \rho)^H, \quad (2)$$

onde  $\rho$  é a ocupação da rede no comprimento de onda em consideração.

### III. INDEPENDÊNCIA DE OBJETOS EM TOPOLOGIAS LINERARES

A suposição de independência de enlaces reconhece a existência de apenas dois tipos de objetos na rede: enlaces livres (disponíveis), que dão suporte a requisições de novos caminhos; e enlaces ocupados, que não dão suporte a estas requisições. Na verdade, contudo, enlaces ocupados independentes podem ocorrer apenas em caminhos de um único enlace. Qualquer caminho com  $H > 1$  enlaces irá gerar um conjunto de  $H$  enlaces ocupados espacialmente conectados.

Em redes em malha, um caminho com  $H$  enlaces pode ter diferentes formas. Em redes lineares como anéis, porém, ele terá apenas uma forma (congruência), de tal maneira que pode ser caracterizado como um membro de uma classe diferente de objetos. É então possível, sem crescer em complexidade, substituir a suposição de independência de enlaces por uma suposição de independência de objetos que reconhece os reais conjuntos de enlaces ocupados (caminhos) à medida que

aparecem na rede, e assume que objetos subsequentes - e não necessariamente enlaces - são independentes.

Inicialmente iremos considerar uma rede linear em que todos os caminhos possuem o mesmo tamanho  $H$ , havendo, dessa maneira apenas duas classes de objetos: enlaces livres de tamanho unitário; e caminhos com tamanho  $H$ . Os resultados serão então estendidos para o caso de caminhos com múltiplos tamanhos.

#### A. Caminhos de Único Tamanho

Considere uma rede linear com  $N$  enlaces que ou acomoda, ou bloqueia requisições por caminhos de  $H$  enlaces. Seja  $m$  o número de enlaces livres, e  $n_H$  o número de caminhos ativos, tal que:

$$N = m + Hn_H. \quad (3)$$

A taxa de ocupação será:

$$\rho = \frac{Hn_H}{N}. \quad (4)$$

Ambos  $m$  e  $n_H$  podem ser determinados de (3) e (4) como funções de  $\rho$  e  $N$ :

$$m = (1 - \rho)N \quad (5)$$

$$n_H = \frac{\rho N}{H}. \quad (6)$$

Sem perda de generalidade, podemos dizer que o enlace mais à esquerda no caminho é o primeiro, o seu vizinho no caminho é o segundo, etc. e o enlace mais à direita é o último no caminho. Então, duas condições são necessárias e suficientes para uma requisição de caminho ser atendida pela rede:

- 1) O primeiro enlace do caminho requisitado deve estar livre. Isto irá ocorrer com probabilidade:

$$p_f = \frac{m}{N} = 1 - \rho. \quad (7)$$

- 2) Iniciando a partir do segundo enlace, os próximos  $(H - 1)$  vizinhos devem estar livres. Após encontrar  $k$  enlaces livres, incluindo o primeiro, a probabilidade de que o próximo objeto na seqüência (de objetos, não enlaces) seja um enlace livre não é  $(1 - \rho)$ , mas:

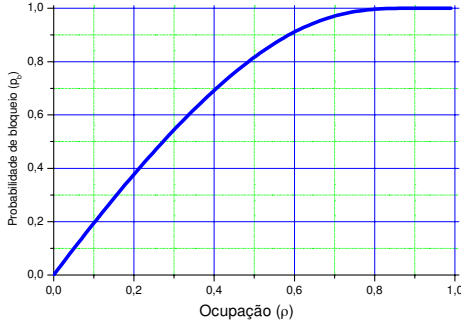
$$\frac{m - k}{m - k + n_H} = \frac{(1 - \rho)N - k}{\left(1 - \rho + \frac{\rho}{H}\right)N - k},$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, H - 1.$$

Para  $N$  muito grande, a probabilidade  $p_{nf}$  de que o próximo objeto seja um enlace livre se torna independente de  $k$ :

$$p_{nf} \approx \frac{1 - \rho}{1 - \rho + \frac{\rho}{H}}. \quad (8)$$

Note que (7) fornece a mesma estimativa de probabilidade da aproximação de Lee, mas (8) fornece uma estimativa diferente. A diferença pode ser entendida considerando duas situações de dois diferentes observadores: o observador A está fora da rede, e toma um enlace aleatório; enquanto o

Fig. 1. Limite assintótico de  $p_b$  para  $H \rightarrow \infty$ .

observador B está num enlace livre, e toma o próximo enlace à sua direita. Para o observador A, o enlace tomado aleatoriamente poderia ser qualquer um dos  $\rho N$  enlaces ocupados, ou qualquer dos  $(1-\rho)N$  enlaces livres. Portanto, a probabilidade de A encontrar um enlace livre é simplesmente dada por (7), como previsto pela aproximação de Lee. Para o observador B, entretanto, a situação é um pouco diferente à medida que o próximo enlace à direita pode ser apenas qualquer um dos  $(1-\rho)N - k$  enlaces livres remanescentes,  $1 \leq k \leq H-1$ , ou o enlace mais à esquerda de qualquer um dos  $\rho N/H$  caminhos ativos. Todos os outros enlaces são inacessíveis (ou “invisíveis”) ao observador B, tornando (8) uma suposição mais razoável do que (7).

Sob a suposição de independência de objetos, todos os  $H$  eventos considerados acima são independentes, de forma que a probabilidade de bloqueio por comprimento de onda seja estimada como:

$$p_b(\rho) = 1 - p_f p_{nf}^{H-1} = 1 - \frac{(1-\rho)^H}{\left(1-\rho + \frac{\rho}{H}\right)^{H-1}}. \quad (9)$$

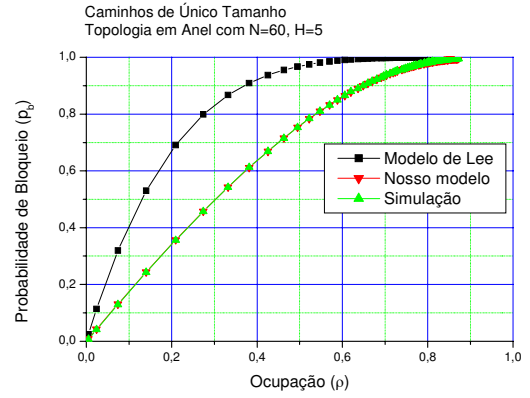
Para  $H = 1$ , as equações (9) e (2) levam a  $p_b = \rho$ , o que é trivial. Para  $H > 1$ , (9) corrige (2) para baixo, como esperado. A Equação (9) possui um limite assintótico interessante para  $H$  grande:

$$\lim_{H \rightarrow \infty} p_b(\rho) = 1 - \left[ (1-\rho) \exp\left(-\frac{\rho}{1-\rho}\right) \right], \quad (10)$$

o qual está plotado na Fig.1.

Note que a aproximação de Lee prevê que a probabilidade tende a 1 quando  $H \rightarrow \infty$  para qualquer  $\rho$  positivo, o que é claramente incorreto para topologias lineares. Se segmentos lineares de um único tamanho forem dispostos aleatoriamente sem sobreposição sobre um eixo linear, o limite assintótico em (10) representa a probabilidade de um novo segmento colocado aleatoriamente colidir com um existente. Em outras palavras, (10) é a probabilidade de bloqueio não-compartmentado (“unslotted”) para caminhos de qualquer tamanho fixo, o que é claramente menor do que 1.

Se as equações (9) ou (10) são exatas ou aproximadas, isto depende da dinâmica de tráfego e da distribuição espacial. Nós comparamos (9) com a estimativa da probabilidade de bloqueio obtida através da simulação de um anel de 60 nós

Fig. 2. Nosso modelo e simulação para caminhos de único tamanho ( $H=5$ ).

com  $H = 2, 5$  and  $10$ . O tráfego simulado é espacialmente uniforme e sem memória no tempo, significando que as chamadas são poissonianas e o tempo de serviço é exponencialmente distribuído. O resultado para  $H = 5$  é mostrado na Fig. 2. Os resultados correspondem exatamente à equação (9).

### B. Caminhos de Múltiplos Tamanhos

Os resultados da seção anterior serão agora estendidos para o caso em que as requisições podem ser feitas de caminhos de qualquer tamanho. Usando os mesmos argumentos usados na obtenção de (9), a probabilidade de bloqueio de uma requisição de caminho com  $i$  enlaces será:

$$p_{bi} = 1 - \frac{(1-\rho)^i}{\left(1-\rho + \sum_k \frac{\rho_k}{k}\right)^{i-1}}, \quad (11)$$

onde  $\rho_i N$  é o número de enlaces que pertencem aos caminhos de tamanho  $i$ .

Desde que o número de caminhos com  $i$  enlaces é  $\rho_i N/i$ , o comprimento médio do caminho ativo é, se e quando ele existir:

$$\bar{H} = \frac{\sum_i i \frac{\rho_i N}{i}}{\sum_i \frac{\rho_i N}{i}} = \frac{\rho}{\sum_i \frac{\rho_i}{i}}. \quad (12)$$

Substituindo em (11), temos:

$$p_{bi} = 1 - \frac{(1-\rho)^i}{\left(1-\rho + \frac{\rho}{\bar{H}}\right)^{i-1}}. \quad (13)$$

Como  $\bar{H}$  é uma função de  $\rho$ , a equação (13), diferentemente de (9), não é suficiente para descrever a probabilidade de bloqueio como uma função da ocupação. O desempenho neste caso depende também do perfil espacial da demanda de tráfego. Seja  $\nu_i$  a intensidade de tráfego do caminho de  $i$  enlaces em Erlangs por nó. Assumiremos que a demanda de tráfego é homogênea, isto é, todos os nós solicitam conexões com os seus vizinhos de acordo com o mesmo padrão com

respeito à sua posição. O tráfego será uniforme se  $\nu_i = \nu_0$  para  $i = 1, 2, \dots, H_{max}$ , onde  $H_{max}$  é o máximo comprimento de caminho permitido.

Identificando as taxas de nascimento e morte dos caminhos de  $i$  enlaces na rede, para o equilíbrio temos:

$$\nu_i(1 - p_{bi}) = \frac{\rho_i}{i}, \quad (14)$$

e, portanto:

$$\bar{H} = \frac{\sum_i \rho_i}{\sum_i \frac{\rho_i}{i}} = \frac{\sum_i i \nu_i (1 - p_{bi})}{\sum_i \nu_i (1 - p_{bi})}. \quad (15)$$

Substituindo (15) em (13), temos:

$$p_{bi} = 1 - \frac{(1 - \rho)^i}{\left(1 - \rho + \frac{\rho \sum_j \nu_j (1 - p_{bj})}{\sum_j j \nu_j (1 - p_{bj})}\right)^{i-1}}. \quad (16)$$

Dados  $\rho$  e um conjunto de  $p_{bi}$ 's, (16) pode ser usada para fornecer um novo conjunto de  $p_{bi}$ 's, até que a convergência seja observada. Note que os valores absolutos das intensidades das demandas de tráfego  $\nu_i$ 's não são necessários para este propósito, pois (16) é invariante à multiplicação de  $\{\nu_i\}$  por um escalar positivo. Apenas a distribuição espacial de demanda de tráfego precisa ser especificada. Uma vez que a convergência é alcançada, a probabilidade de bloqueio da rede será, então:

$$p_b = \frac{\sum_i \nu_i p_{bi}}{\sum_i \nu_i}. \quad (17)$$

### C. Tráfego Uniforme

A distribuição uniforme é especialmente interessante nos pontos de vista prático e analítico. Esta subseção apresenta expressões úteis para o cálculo iterativo das probabilidades de bloqueio quando o tráfego é espacialmente uniforme. Nossos experimentos numéricos mostraram que a adoção destas expressões conduzem à convergência para qualquer ocupação  $\rho$ .

No tráfego uniforme, todos os  $\nu_i$ 's são iguais a alguma constante  $\nu_0$ , que é a demanda de tráfego em Erlangs por nó por par origem-destino. Temos então de (15):

$$\bar{H} = \frac{\sum_i i(1 - p_{bi})}{\sum_i (1 - p_{bi})}, \quad (18)$$

onde os somatórios são realizados sobre todos os comprimentos de caminho permitidos.

Dois casos são considerados na seqüência: caminhos limitados, para os quais existe algum comprimento máximo  $H_{max}$ ; e caminhos não limitados, para os quais  $H_{max} \rightarrow \infty$ . Se os comprimentos dos caminhos forem limitados,  $\bar{H}$  claramente irá existir e será finito. Se eles forem ilimitados, não está claro

se  $\bar{H}$  existirá ou não. Se e quando isto acontecer, contudo, devemos aplicar (13) em (18) e escrever:

$$\bar{H} = \frac{\sum_i i r^i}{\sum_i r^i}, \quad (19)$$

onde:

$$r = \frac{1 - \rho}{1 - \rho + \frac{\rho}{\bar{H}}}. \quad (20)$$

Resolvendo os somatórios em (19), podemos obter expressões fechadas para  $\bar{H}$  se e quando ele existir.

1) *Tamanho de Caminho Ilimitado*: Se os caminhos não forem limitados, os somatórios em (19) terão elementos infinitos, mas ambos irão convergir, fornecendo:

$$\bar{H} = \frac{1}{1 - r} = \frac{\rho}{2\rho - 1}. \quad (21)$$

Note que (21) fornece valores não aceitáveis para  $\bar{H}$  quando  $\rho < \frac{1}{2}$ . Isto pode ser explicado somando (14) sobre todos os  $i$ 's:

$$\rho = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_i = \nu_0(1 - \rho) \sum_{i=1}^{\infty} i r^{i-1}.$$

Realizando o somatório e usando (20) e (21), teremos:

$$\rho = \nu_0(1 - \rho) \left[1 + \left(\frac{\rho}{2\rho - 1}\right) \left(\frac{1 - \rho}{\rho}\right)\right]^2$$

$$\rho = \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{4 + \nu_0}}}{2}. \quad (22)$$

A Equação (22) mostra que mesmo quando a intensidade de tráfego por par origem-destino  $\nu_0$  é muito pequena, será suficiente para fazer  $\rho = \frac{1}{2}$ , isto é, metade de todos os enlaces estará ocupada no equilíbrio. Isto acontece porque a intensidade total de tráfego por nó é infinita para qualquer  $\nu_0$  positivo. Portanto, a Equação (21), assim como toda esta subseção, faz sentido apenas para  $\rho \geq \frac{1}{2}$ . Não faz sentido procurar soluções para  $\rho < \frac{1}{2}$ , desde que elas não irão ocorrer para este tipo de tráfego. Podemos também concluir que o comprimento médio de caminho  $\bar{H}$  sempre existirá para esta topologia.

Aplicando (21) em (13), finalmente temos:

$$p_{bi} = 1 - \frac{(1 - \rho)^i}{\rho^{i-1}}, \quad (23)$$

o que é válido apenas para  $\rho \geq \frac{1}{2}$ .

As Equações (21) e (22) estabelecem limitantes superiores para qualquer distribuição uniforme de tráfego.

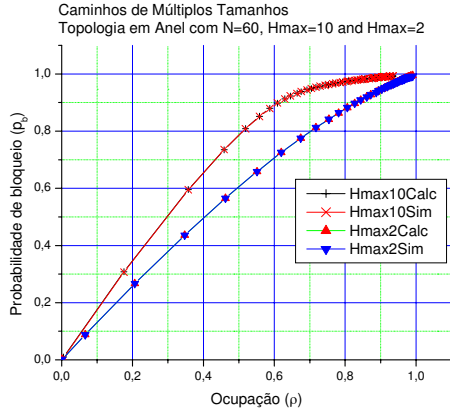


Fig. 3. Nosso modelo e simulação para caminhos limitados;  $H_{max} = 2$  e  $H_{max} = 10$ .

2) *Caminhos Limitados*: Se  $H_{max}$  é finito, os somatórios em (19) são realizados sobre todos os  $i$ 's de 1 a  $H_{max}$ , fornecendo:

$$\bar{H} = \frac{1}{1-r} - \frac{H_{max}}{r^{H_{max}} - 1}. \quad (24)$$

Para qualquer  $\rho$  dado, o comprimento médio de caminho  $\bar{H}$  pode ser então calculado numericamente pela iteração entre (20) e (24). As probabilidades de bloqueio podem ser então calculadas de (13) e (17).

A Fig. 3 mostra os resultados deste cálculo para  $H_{max} = 2$  e 10, comparando-os com as estimativas de probabilidade de bloqueio obtidas através das simulações. Novamente, pode-se verificar que as estimativas calculadas correspondem exatamente aos resultados das simulações, assim como observado para o caso de caminhos de tamanho único na Fig. 2 para  $H_{max} = 5$ .

#### IV. INDEPENDÊNCIA DE COMPRIMENTOS DE ONDA

Esta seção discute a aplicação da suposição de independência de comprimentos de onda em associação com a suposição de independência de objetos (caminhos ativos) discutida para o caso de um único comprimento de onda nas seções anteriores. Esta discussão deve ser realizada separadamente para cada algoritmo de alocação de comprimento de onda.

##### A. Algoritmo Aleatório

Neste algoritmo, o comprimento de onda alocado é escolhido aleatoriamente entre todos os comprimentos nos quais o caminho requisitado pode ser acomodado. Se não existir nenhum comprimento de onda disponível, a requisição é bloqueada. A probabilidade de bloqueio da rede para um caminho com  $i$  enlaces será, então, sob a suposição de independência de comprimentos de onda:

$$P_{bi} = p_{bi}^W, \quad (25)$$

onde  $p_{bi}$  é a probabilidade de bloqueio por comprimento de onda para requisições de caminhos de  $i$  enlaces. Como

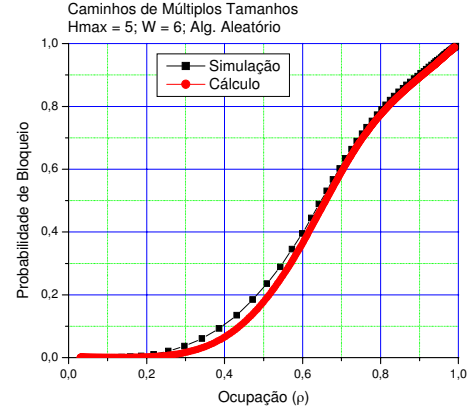


Fig. 4. Efeito da suposição de independência de comprimento de onda para o algoritmo aleatório,  $W = 6$  e  $H_{max} = 5$ .

uma função de  $\rho$  e do comprimento médio de caminho  $\bar{H}$ , a probabilidade de bloqueio por comprimento de onda é ainda dada por (13), mas agora o comprimento médio de caminho resulta das probabilidades de bloqueio globais:

$$\bar{H} = \frac{\sum_i i \nu_i (1 - P_{bi})}{\sum_i \nu_i (1 - P_{bi})} = \frac{\sum_i i \nu_i (1 - p_{bi}^W)}{\sum_i \nu_i (1 - p_{bi}^W)}. \quad (26)$$

Substituindo esta expressão em (13), a expressão seguinte é obtida para as probabilidades de bloqueio, dadas a ocupação e a distribuição espacial de demanda de tráfego:

$$p_{bi} = 1 - \frac{(1-\rho)^i}{1-\rho + \frac{\rho \sum_j \nu_j (1-p_{bj}^W)}{\sum_j j \nu_j (1-p_{bj}^W)}}. \quad (27)$$

Assim como em (16) para o caso de um único comprimento de onda, esta expressão pode agora ser resolvida por iteração e convergência. A probabilidade de bloqueio da rede será, então, dada por:

$$P_b = \frac{\sum_i \nu_i P_{bi}}{\sum_i \nu_i} = \frac{\sum_i \nu_i p_{bi}^W}{\sum_i \nu_i}. \quad (28)$$

Note que apenas para o caso de caminhos de tamanho único, (28) irá levar à comumente usada Equação (1).

Probabilidades de bloqueio foram estimadas para esta aproximação e os resultados foram comparados com simulações em um anel de 60 nós com  $W = 3$  e 6, com tráfego dado por distribuições de tamanho uniforme com  $H_{max} = 2, 5$  e 10. Os resultados para  $W = 6$  e  $H_{max} = 5$  são mostrados na Fig. 4. As estimativas se aproximam bem dos resultados da simulação, especialmente para intensidades de tráfego muito altas e muito baixas, mas uma pequena subestimação da probabilidade de bloqueio é evidente para valores intermediários da ocupação da rede.

### B. Algoritmo First-fit

Na sua forma mais simples, algoritmos do tipo *first-fit* usam uma lista arbitrária de comprimentos de onda como uma lista de prioridades. O primeiro comprimento de onda na lista que pode acomodar o caminho requisitado será alocado. Sejam os comprimentos da lista numerados como 1, 2, 3, ...,  $W$ . O comprimento de onda 1 irá receber todas as requisições, o comprimento de onda 2 irá receber as requisições bloqueadas pelo comprimento de onda 1, o comprimento de onda 3 irá receber o tráfego bloqueado pelo comprimento de onda 2, e assim sucessivamente. A rede irá bloquear apenas requisições que foram bloqueadas por todos os comprimentos de onda de 1 a  $W$ .

Seja  $\nu_i^k$  a intensidade de tráfego de caminhos com  $i$  enlaces submetida ao comprimento de onda  $k$ , e  $p_{bi}^k$  a probabilidade de bloqueio de caminhos com  $i$  enlaces no comprimento de onda  $k$ . Então:

$$\nu_i^1 = \nu_i \quad (29)$$

$$\nu_i^k = \nu_i^1 p_{bi}^1 p_{bi}^2 p_{bi}^3 \dots p_{bi}^{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, W. \quad (30)$$

Iniciando pelo comprimento de onda 1, a probabilidade de bloqueio por comprimento de onda pode ser calculada para cada comprimento de onda a partir da Seção III, assim como a densidade correspondente  $\rho_i^k$  de enlaces pertencentes aos caminhos de  $i$  enlaces no comprimento de onda  $k$ . Após todos os cálculos, obtemos para a rede com múltiplos comprimentos de onda:

$$\rho_i = \frac{1}{W} \sum_{k=1}^W \rho_i^k \quad (31)$$

$$P_{bi} = \prod_{k=1}^W p_{bi}^k. \quad (32)$$

Finalmente, a ocupação e a probabilidade de bloqueio são obtidas para as intensidades de tráfego dadas:

$$\rho = \sum_i \rho_i \quad (33)$$

$$P_b = \frac{\sum_i \nu_i P_{bi}}{\sum_i \nu_i}. \quad (34)$$

Pelo aumento e decréscimo das intensidades de tráfego, pode-se obter a variação da probabilidade de bloqueio com a ocupação para uma dada distribuição espacial de tráfego. A Fig. 5 compara os resultados das simulações e cálculos realizados de acordo com este modelo.

### V. CONCLUSÕES

No modelo de Lee para estimação de probabilidades de bloqueio, a suposição de independência de enlaces superestima a probabilidade de bloqueio, enquanto a suposição de independência de comprimentos de onda a subestima. Em topologias lineares, o primeiro efeito é sensivelmente mais visível, levando a uma grande superestimação da rede.

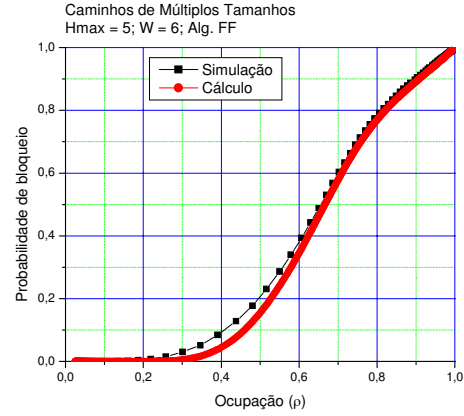


Fig. 5. Efeito da suposição de independência de comprimento de onda para o algoritmo *first-fit*,  $W = 6$  e  $H_{max} = 5$ .

Apresentamos neste trabalho uma nova aproximação que, em topologias lineares com tráfego homogêneo e sem memória, elimina o erro introduzido pela suposição de independência de enlaces.

### AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi apoiado por Ericsson Telecomunicações do Brasil S.A, CAPES e CNPq.

### REFERÊNCIAS

- [1] C. Y. Lee, "Analysis of switching networks," *Bell Syst. Tech. J.*, vol 34 pp. 1287-1315, Nov. 1955.
- [2] R. A. Barry and P. A. Humblet, "Models of blocking probability in all-optical networks with and without wavelength changers" *IEEE J. Select. Areas Comm.*, vol. 14, n. 5, pp. 858-867, Jun. 1996.
- [3] J. Y. Hui, "Switching and Traffic Theory for Integrated Broadband Networks," Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [4] H. Zang, J. P. Jue and B. Mukherjee, "A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks," *SPIE Optical Networks Magazine*, vol. 1, n. 1, pp. 47-60, Jan. 2000.
- [5] H. Waldman, D. R. Campelo and R. Camelo, "Dynamic priority strategies for wavelength assignment in WDM rings," *Proc. IEEE GLOBECOM'00*, San Francisco, CA, EUA, pp. 1288-1292, Nov. 2000.
- [6] N. Geary, A. Antonopoulos and J. Mitchell, "Ultra long haul transmission and reconfigurable OADMs for national-scale optical networks," *Proc. ONDM'03*, vol. 1, pp. 113-126, Budapeste, Hungria, Fev. 2003.