Análise por FDFD de Ressoadores de Microfita Compactos com *Stubs* nas Bordas do *Patch*

Karlo Q. da Costa e V. Dmitriev

***Resumo*—Neste trabalho, é apresentada uma análise teórica, utilizando o método das diferenças finitas no domínio da freqüência (FDFD), de ressoadores de microfita compactos que utilizam *stubs* periódicos e retangulares nas bordas do *patch*. Resultados numéricos obtidos são apresentados e comparados com dados existentes na literatura.**

***Palavras-Chave*—Ressoadores de microfita compactos, *stubs*, diferenças finitas no domínio da freqüência (FDFD).**

***Abstract*—In this work, is presented a theoretical analysis, using the finite difference frequency domain (FDFD) method, of compact microstrip resonators with periodic and rectangular stubs. Numerical results obtained are presented and compared with data existent in the literature.**

***Index Terms*—Compact microstrip resonators, stubs, finite difference frequency domain (FDFD).**

I. INTRODUÇÃO

A redução nas dimensões do *patch* de ressoadores ou radiadores de microfita, tem sido a finalidade de vários estudos na área de dispositivos de microondas [1]-[10]. Estas pesquisas se devem à importância de se utilizar elementos compactos para aplicações em dispositivos portáteis para comunicação e em arranjos de antenas eficientes. Várias técnicas de miniaturização destes elementos já são conhecidas, como por exemplo: geometrias fractais [1], fendas estreitas no *patch* e no plano de terra [2], uso de maiores constantes dielétricas do substrato e a utilização de resistores-chip e capacitores-chip embebidos [3].

A utilização de *stubs* periódicos retangulares nas bordas do *patch* de ressoadores de microfita, já tem sido utilizada [4]-[10] como uma técnica para se obter redução nas dimensões ocupada por este, suas principais vantagens são: facilidade de utilização dos *stubs* em diferentes geometrias do ressoador (retangular, circular, etc), possibilidade de redução nas dimensões de até 50%, facilidade de casamento com a alimentação e, no caso de operação como radiador, a não alteração significativa nos diagramas de radiação, como visto em [4]. Estes tipos especiais de ressoadores já foram analisados por três modelos diferentes, estes são: o de condições de contorno de impedância [5], o de linhas de transmissão com carregamento indutivo [8] e o de linhas de transmissão com carregamento capacitivo [10]. O primeiro limita-se a análise de ressoadores que possuem o número de *stubs* grande. O segundo é aplicado quando $w_2 << \lambda$ (Figura 1) onde w_2 é a distância entre dois *stubs* e λ é o comprimento de onda ao longo do ressoador. Já o terceiro modelo, somente é aplicado quando $w_1 << \lambda$, sendo que w_1 é a largura de um *stub* (veja Figura 1).

Karlo Q. da Costa e V. Dmitriev, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - DEEC, Universidade Federal do Pará, Belém/PA, Brasil, E-mails: karlocosta@yahoo.com.br, victor@ufpa.br. Este trabalho foi financiado pelo CNPq.

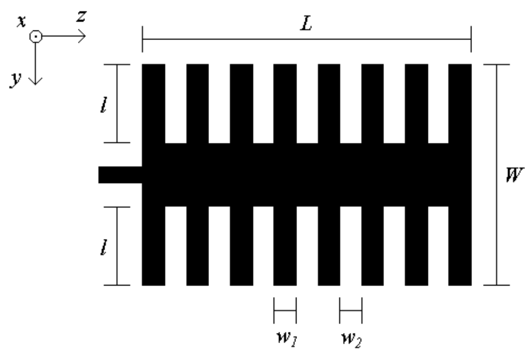


Fig. 1. Geometria do *patch* de um ressoador retangular com oito pares (N_S=8) de *stubs* periódicos, retangulares e iguais nas bordas laterais.

O objetivo do presente trabalho, é mostrar algumas características importantes dos ressoadores de microfita retangulares com *stubs* periódicos nas bordas do *patch*, utilizando o método numérico das diferenças finitas no domínio da freqüência [13] bidimensional (FDFD - *Finite Difference Frequency Domain*). A principal vantagem deste método, é que sua aplicação não se limita a alguns casos, como naqueles modelos comentados anteriormente, isto é, pode-se analisar ressoadores com quaisquer valores de N_S (N_S é o número de pares de *stubs* laterais), w_1, w_2, l, L e W, onde essas últimas dimensões são mostradas na Figura 1. Por meio deste método, é apresentada a análise do ressoador mostrado na Figura 1. Os seguintes resultados numéricos, para o modo fundamental, foram obtidos: a freqüência ressonante do modo fundamental, os campos eletromagnéticos dentro do ressoador e a distribuição de corrente sobre o *patch*. Foi calculada também a variação da freqüência deste ressoador em função de l e N_S.

II. ANÁLISE TEÓRICA

A. Formulação do problema

A análise do ressoador mostrado na Figura 1, pode ser realizada resolvendo um problema de onda derivado das equações de Maxwell. Tal problema pode ser aproximado por um bidimensional quando o *patch* estiver bem próximo do plano de terra, em outras palavras, quando $H<<\lambda$ (H é a altura do substrato), pois nesta situação, nas freqüências de interesse mais baixas, os campos não terão variação na direção vertical (eixo x da Figura 1), isto é, as derivadas em x serão nulas ($\partial/\partial x = 0$). Esta condição, junto com $H<<w_1$, torna o efeito de "franjamento" do campo elétrico E_x nas bordas desprezível [11]. Desta forma, os contornos laterais do ressoador podem ser modelados por condições de contorno de paredes magnéticas. Feita estas considerações, o problema de autovalores do ressoador da Figura 1 resultante é dado por:

$$\left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right) = -k_0^2 \varepsilon_R E_x, \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial E_x}{\partial \overline{n}}\right|_C = 0, \tag{2}$$

onde $k_0 = 2\pi f\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ é a constante de propagação do espaço livre, f a freqüência de ressonância de um determinado modo, μ_0 a permeabilidade magnética do espaço livre, ε_0 a permissividade do espaço livre, ε_R a constante dielétrica do substrato, C o contorno no plano yz do *patch* e $\partial/\partial\overline{n}$ a derivada normal ao contorno C. Os modos resultantes da solução de (1) e (2) são TM^x, sendo que E_y=E_z=0. Os campos magnéticos transversais são obtidos de E_x pelas seguintes relações:

$$k_0 Z_0 H_z = -j\frac{\partial E_x}{\partial y}, \tag{3}$$

$$k_0 Z_0 H_y = j\frac{\partial E_x}{\partial z}, \tag{4}$$

sendo que Z_0 é a impedância do espaço livre. A densidade de corrente superficial sobre o *patch* K_s pode ser calculada de H_y e H_z utilizando as condições de contorno de Maxwell [14].

B. Solução por FDFD

Solucionar o problema descrito pelas equações (1) e (2) na região bidimensional mostrada na Figura 1 por diferenças finitas, consiste em dividir a região de interesse em uma malha composta de células quadradas, isto para o caso de uma discretização uniforme em coordenadas retangulares, onde cada vértice de uma célula, o qual é representado por índices, é calculado o valor de E_x.

As equações (1) e (2) em coordenadas retangulares e na forma discreta são respectivamente [13]:

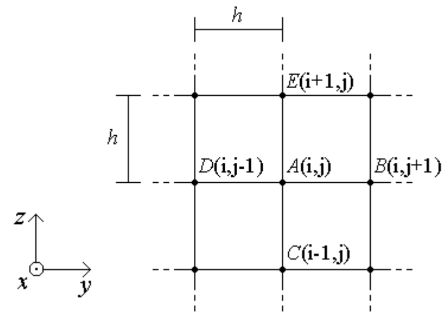


Fig. 2. Seção de uma região bidimensional uniformemente discretizada em coordenadas retangulares.

$$(4-h^2k_0^2\varepsilon_R)E_x(i,j)=E_x(i+1,j)+E_x(i-1,j)+E_x(i,j+1)+E_x(i,j-1), \tag{5}$$

$$E_x(i,j_c)=E_x(i,j_c-1) \text{ ou } E_x(i_c,j)=E_x(i_c-1,j), \tag{6}$$

onde i_c e j_c são os índices referentes aos contornos da região. Dependendo do valor das dimensões do ressoador mostrado na Figura 1 e do valor de h, teremos N pontos internos à malha. Conseqüentemente, existirão N valores de E_x a serem calculados, sendo que para cada ponto da malha as equações (5) e (6) devem ser satisfeitas. Desta forma, obtém-se o seguinte problema de autovalores:

$$[A]\mathbf{e}=\alpha\mathbf{e}, \tag{7}$$

onde $\mathbf{e}=[E_x^1\ E_x^2\ \ldots\ E_x^N]^t$ é o vetor coluna que contém todos os valores de E_x(i,j) a serem determinados, $\alpha=h^2k_0^2\varepsilon_R$ são os autovalores. A matriz [A] de ordem $N\times N$ é conhecida, onde seus elementos dependem da geometria da região do problema e das condições de contorno.

Resolvendo (7), obtém-se N autovalores α_n, os quais estão relacionados com os modos da estrutura, e N autovetores $\mathbf{e}_n$ que representam a distribuição do campo elétrico E_x do seu respectivo modo. Em nossa análise, estamos interessados no modo fundamental, isto é no autovalor α_n mais baixo, assim basta obter uma única solução de (7). Desta forma, o problema (1) e (2) é resolvido. Para o cálculo dos campos magnéticos transversais (3) e (4), usou-se a aproximação de derivada centrada [15].

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para a aplicação do método numérico FDFD na solução do problema do ressoador mostrado na Figura 1, é necessário definir a região de análise. Devido o ressoador possuir simetria em dois planos perpendiculares entre si e paralelos ao eixo x, e que se interceptam bem no centro do *patch*, pode-se calcular os campos eletromagnéticos em apenas ¼ da região total do *patch*, diminuindo assim a ordem da matriz [A]. Em conseqüência disto, o tempo de processamento total gasto pelo computador para a solução de (7) é reduzido. Assim, utilizando este conceito, a região de análise que foi escolhida é aquela mostrada na Figura 3.

Para o *plano 1* (Figura 3), utilizou-se condições de contorno de parede magnética, isto porque no modo fundamental o campo E_x possui simetria par em relação a este plano [4]. No *plano 2*, usou-se condição de contorno de parede elétrica, pois E_x possui simetria ímpar em ralação a este plano. No contorno restante da região de análise, a condição de contorno permanece sendo aquela de paredes magnéticas dada por (6).

As dimensões do *patch* utilizadas foram: W=3,5cm, L=7,5cm, H=1,55mm, l=1,25cm, N_S=8 e w_1=w_2=5mm. A malha mostrada na Figura 3 possui as seguintes características: discretização h=0,833mm, número de células ao longo do comprimento de um *stub* n_l=15, número de células ao longo de $W/2$ n_W=21, número de células ao longo de $L/2$ n_L=45 e número de células ao longo de w_1=w_2 n_{w1}=6. Para esta malha, a ordem da matriz [A] obtida foi N=520. A constante dielétrica utilizada foi ε_R=4,4.

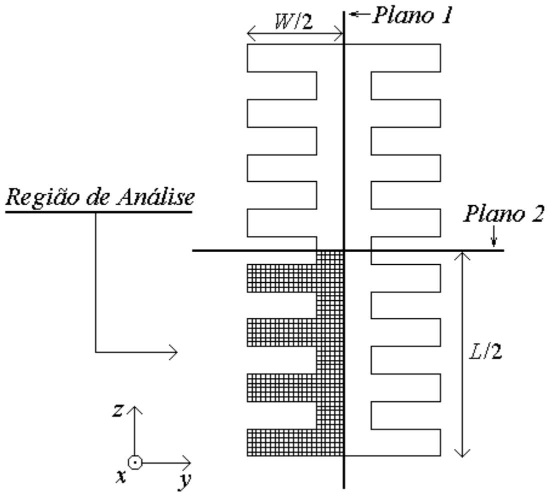


Fig. 3. Região de análise discretizada para o ressoador com N_S=8. Dados da malha: h=0,833mm, n_l=15, n_W=21, n_L=45 e n_{w1}=6.

A. *Freqüência de ressonância*

Resolvendo (7) para o ressoador descrito acima, obteve-se a seguinte freqüência ressonante para o modo fundamental f_r=662,2MHz. Como não existe uma fórmula para o cálculo da constante efetiva deste ressoador, utilizou-se um valor médio das constantes obtidas dos ressoadores retangulares com larguras W e W-2×l e com H=1,55mm, o valor desta constante é ε_{Ref}=3,9. Comparando esta freqüência obtida com aquela do ressoador convencional retangular, o qual possui dimensões W=3,5cm e L=7,5cm e sendo f_{r0}=1,02GHz [8] a sua freqüência ressonante, observa-se uma redução de 35% na freqüência. Isto corresponde a uma redução de 35% em relação às dimensões do ressoador convencional, em particular a dimensão L, se for utilizado um ressoador com *stubs* operando na mesma freqüência f_{r0}=1,02GHz.

Para efeito de comparação do método utilizado aqui com aqueles modelos analíticos disponíveis na literatura, a Tabela 1 abaixo mostra os resultados da freqüência ressonante obtidos por diferentes modelos (f_{r0} -freqüência de ressonância para o ressoador convencional, f_r-para o ressoador com *stubs*). Os dados desta tabela foram obtidos para os ressoadores que possuem as mesmas dimensões daqueles utilizados na simulação anterior, sendo a única diferença no número de *stubs*, que no caso foram 28 em vez de 8 e w_1=w_2=1,31mm.

TABELA I
COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Modelo	f_{r0} (GHz)	f_r (GHz)	f_r/f_{r0}
Linha de transmissão com carregamento indutivo [8]	1,01	0,675	0,668
Linha de transmissão com carregamento capacitivo [10]	0,98	0,653	0,666
Diferenças finitas no domínio da freqüência – FDFD	1,03	0,650	0,631
Condições de contorno de impedância [4]	1,02	0,668	0,655
Dados experimentais [8]	1,02	0,660	0,647

A Tabela 2 abaixo mostra a variação da freqüência ressonante f_r, N e n_l em função do comprimento dos *stubs* l. Os dados mantidos constantes para o ressoador foram N_S=8, W=3,5cm, L=7,5cm, H=1,55mm, w_1=w_2=5mm, h=0,833mm e ε_{Ref}=3,9. Nesta tabela, a variação de f_r é significativa.

TABELA II
VARIAÇÃO DA FREQÜÊNCIA EM FUNÇÃO DE l

l(cm)	0,250	0,583	0,916	1,08	1,41
f_r(GHz)	0,992	0,920	0,817	0,748	0,544
N	808	712	616	568	472
n_l	3	7	11	13	17

A Tabela 3 abaixo mostra a variação da freqüência ressonante f_r, N, n_l, n_W e n_L em função dos parâmetros N_S, h, e n_{w1}, sendo que w_1=w_2. Os dados mantidos constantes para o ressoador foram l=1,25cm, n_l=15, W=3,5cm, L=7,5cm, H=1,55mm e ε_{Ref}=3,9. Nesta tabela se observa que f_r não varia significativamente com N_S.

Todas as simulações feitas acima gastaram em média 1 min para a solução de (7), exceto aquela com N_S=28, a qual demorou 9 horas. O método foi implementado no Matlab 6.0.

TABELA III
VARIAÇÃO DA FREQÜÊNCIA EM FUNÇÃO DE N_S

N_S	4	6	8	10	12
f_r(GHz)	0,6621	0,6627	0,6622	0,6645	0,6717
h(mm)	0,765	0,568	0,833	0,987	0,545
n_l	16	22	15	13	23
n_{w1}	14	12	6	4	6
n_W	23	31	21	18	32
n_L	49	66	45	38	69
N	704	1246	520	343	1234

B. *Campos eletromagnéticos dentro do ressoador*

As Figura 4, Figura 5 e Figura 6 mostram respectivamente, as distribuições dos campos E_x, H_y e H_z dentro do ressoador.

Os dados utilizados nestas simulações são os mesmos daqueles da coluna 4 da Tabela 3. O campo E_x (Figura 4), é mostrado em todo o ressoador, já os campos magnéticos H_z e H_y (Figura 5 e Figura 6 respectivamente) são aqueles presentes apenas em ¼ do ressoador (Figura 3).

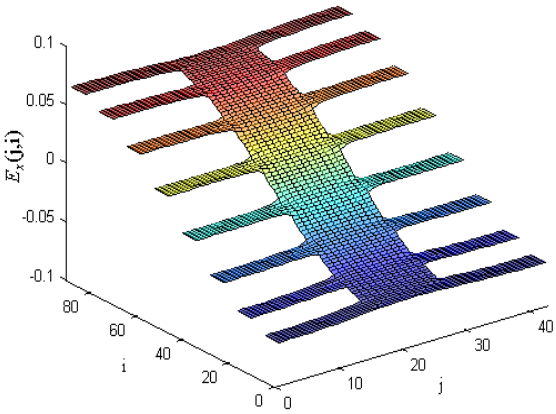


Fig. 4. Campo E_x versus i e j. Dados do ressoador: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8 e ε_{Ref}=3,9. Dados da malha: h=0,833mm, n_l=15, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6 e N=520.

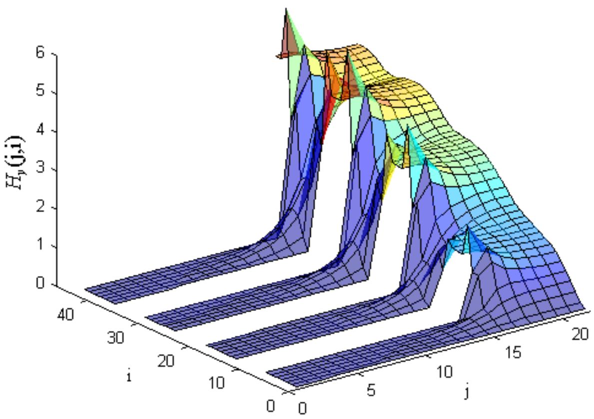


Fig. 5. Campo H_y versus i e j. Dados do ressoador: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm , N_S=8 e ε_{Ref}=3,9. Dados da malha: h=0,833mm, n_l=15, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6 e N=520.

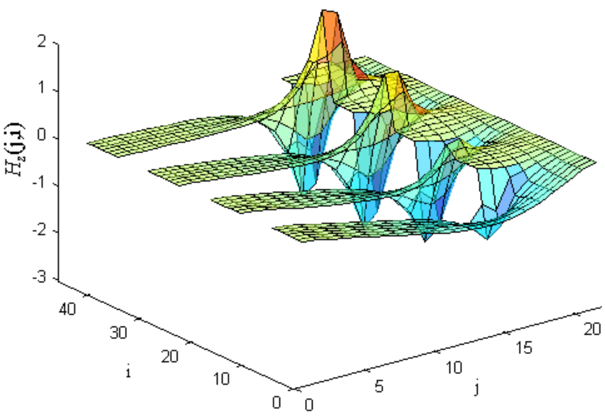


Fig. 6. Campo H_z versus i e j. Dados do ressoador: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8 e ε_{Ref}=3,9. Dados da malha: h=0,833mm, n_l=15, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6 e N=520.

A Figura 7 abaixo, mostra a distribuição espacial do campo E_x dentro de um ressoador com N_S=28, os dados utilizados nesta simulação foram W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, N_S=28, w_1=w_2=1,31mm e ε_{Ref}=3,9. Os dados da malha são: N=2791, h=0,34mm, n_l=37, n_W=51, n_L=110 e n_{w1}=4.

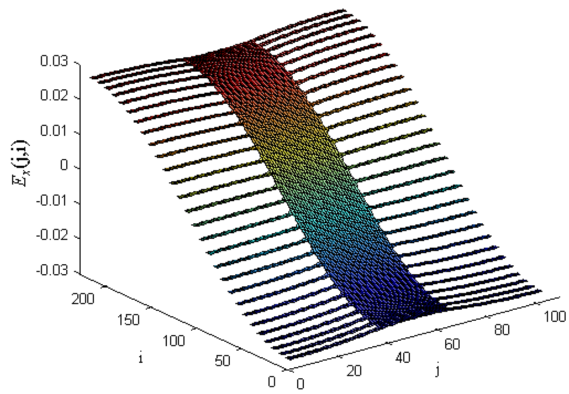
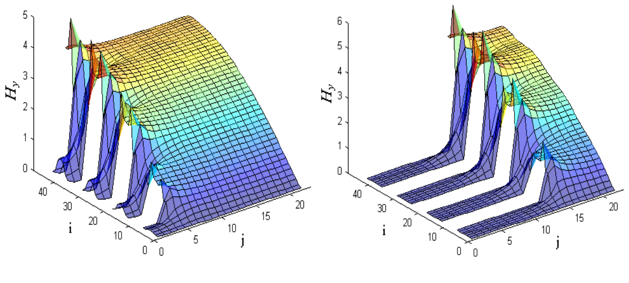


Fig. 7. Campo H_y versus i e j. Dados do ressoador: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=1,31mm, N_S=28 e ε_{Ref}=3,9. Dados da malha: h=0,34mm, n_l=37, n_W=51, n_L=110, n_{w1}=4 e N=2791.

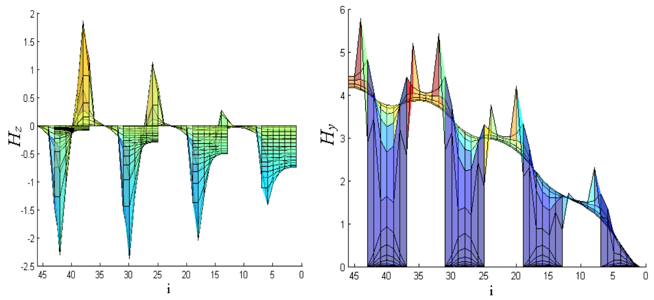
Observa-se das figuras acima que as variações dos campos E_x e H_y na região fora dos *stubs*, isto é, interna ao ressoador, são parecidas com aquelas do ressoador convencional operando no modo fundamental. Estas semelhanças se tornam ainda maior quando se aumenta N_S, como observado na Figura. 7, onde o campo E_x possui uma variação senoidal ao longo da direção z, ou quando se diminui o comprimento dos *stubs* l. Para este último caso, na Figura 8(a) e Figura 8(b) são mostradas, respectivamente, as variações de H_y obtidas das simulações cujos dados de entrada são mostrados nas colunas 2 e 5 da Tabela 2.

As variações dos campos magnéticos nas regiões entre os *stubs* e a parte interna do ressoador, são grandes, como observadas nas Figura 5, Figura 6 e Figura 8. A componente H_y praticamente se anula dentro dos *stubs*. Pelas equações de Maxwell, isto significa que a corrente do *patch* na direção z é praticamente nula, já a componente H_z possui valores maiores nestas regiões, de modo que a corrente na direção y é maior. Na Figura 9, são mostradas as variações (função do índice i) laterais de H_y e H_z.



(a) (b)

Fig. 8. Variação de H_y em função de l. Dados dos ressoadores W=3,5cm, L=7,5cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8 e ε_{Ref}=3,9, e para as malhas h=0,833mm, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6. (a) l=0,25cm e n_l=3. (b) l=1,08cm e n_l=13.



(a) (b)

Fig. 9. Variação dos campos magnéticos em função de i. Dados utilizados: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8, ε_{Ref}=3,9, h=0,833mm, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6, n_l=3 e N=520. (a) H_z. (b) H_y.

C. Densidades de corrente sobre o patch

A Figura 10 mostra a distribuição da densidade de corrente elétrica sobre o *patch*. Os dados utilizados nesta simulação foram: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8, ε_{Ref}=3,9, h=0,833mm, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6, n_l=3 e N=520.

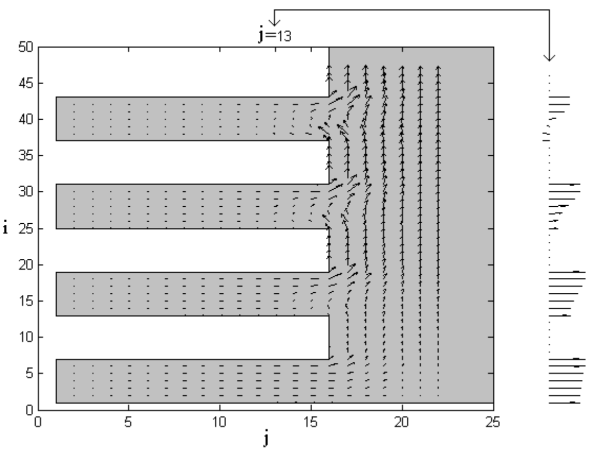


Fig. 10. Distribuição da densidade de corrente sobre o *patch*. Dados utilizados: W=3,5cm, L=7,5cm, l=1,25cm, w_1=w_2=5mm, N_S=8, ε_{Ref}=3,9, h=0,833mm, n_W=21, n_L=45, n_{w1}=6, n_l=3 e N=520.

Nesta figura, se observa que os fluxos de corrente entram e saem dos *stubs*, este comportamento faz com que o caminho total que a corrente percorre, seja maior do que aquele observado para o caso do ressoador convencional retangular, no qual possui apenas a componente da corrente na direção z para o modo fundamental. O resultado deste efeito é um aumento no comprimento de onda deste modo, o que é equivalente a uma redução na freqüência ressonante. É justamente devido a este fenômeno, que esta estrutura proporciona uma redução nas dimensões do *patch*.

Nesta Figura 10, é também mostrado o fluxo de corrente ampliado da coluna onde j=13. Desta coluna de corrente, se observa que nas extremidades do *patch*, a corrente nos *stubs* possui apenas um sentido, e na medida em que se afasta das extremidades, começam a existir fluxos nos dois sentidos, sendo que no centro, a quantidade de corrente que entra é a mesma que sai, isto significa que o valor total da corrente na direção dos *stubs* é nulo, e quase zero para aqueles que estão próximos do centro do *patch* (z=L/2). Desta análise, podemos concluir que o efeito capacitivo daqueles *stubs* que estão próximos do centro, é pouco quando comparados com os que estão nas extremidades. Assim, é possível utilizar ressoadores com comprimento de *stubs* variáveis, os quais possuirão praticamente a mesma freqüência ressonante daqueles que utilizam *stubs* com comprimentos iguais.

IV. Conclusões

O método numérico FDFD foi utilizado para analisar ressoadores compactos com *stubs* laterais. Os resultados apresentados na Tabela 1, mostram que a aproximação bidimensional do ressoador da Figura 1, pode ser utilizada para calcular a freqüência ressonante fundamental com boa precisão. Além disso, foram calculados os campos dentro do ressoador, e a respectiva distribuição de corrente sobre *patch*. Observou-se também, que a freqüência ressonante não varia muito com o número de pares de *stubs* laterais de 2 até 28, e que a variação de f_r em função de l é mais significativa.

Referências

[1] J. P. Gianvittorio, Yahya R.-S., "Fractal antennas: a novel antenna miniaturization technique, and applications", IEEE Trans. Antennas and Propagation Magazine, v. 5, N1, pp. 20-35, February 2002.

[2] J.-S. Kuo, K.-L. Wong, "A compact microstrip antenna with meandering slots in the ground plane", Microwave and Optical Technology Letters, v. 29, N2, pp. 95-97, April 2001.

[3] J.-H. Lu, C.-L. Tang, K.-L. Wong, "Slot-coupled compact broadband circular microstrip antenna with chip-resistor and chip-capacitor loadings", Microwave and Optical Technology Letters, v. 18, N5, pp. 345-347, August 1998.

[4] V. Dmitriev, Karlo Q. da Costa, "Antena de microfita retangular com estubes periódicos para redução das dimensões" - X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica - SBMO 2002, Recife-PE, 12 a 16 Agosto de 2002, pp. 277-281.

[5] Karlo Q. da Costa, *Antenas de Microfita Retangular que Utilizam Estubes Periódicos para Redução das Dimensões*, Tese de Mestrado, Universidade Federal do Pará - UFPA, 2002.

[6] V. Dmitriev, J. C. W. A. Costa, "Theoretical investigation of compact microstrip resonators with stubs for patch antennas", IEEE Trans. on MTT, v. 50, N1, pp. 79-81, January 2002.

[7] V. Dmitriev, "Comments on "Periodically Slotted Microstrip Ring" ", Microwave and Optical Technology Letters, v. 31, N3, pp. 241-243, November 2001.

[8] S. Reed, L. Desclos, C. Terret and S. Toutain, "Patch Antenna Size Reduction by Means of Inductive Slots", Microwave and Optical Technology Letters, v. 29, N2, pp. 79-81, April 2001.

[9] Arokiaswami Alphones and Wong Kai Yee, "Periodically Slotted Microstrip Ring", Microwave Opt. Techn. Lett, v. 27, N3, pp. 192-195, November 2000.

[10] Karlo Q. da Costa , V. Dmitriev and Giorgio M. O. Pereira, "A New Theoretical Model for Compact Microstrip Resonators with Stubs", submetido ao IMOC 2003.

[11] C. A. Balanis, "Antenna Theory", 2nd ed., John Wiley & Sons: New York, 1997, pp. 727-752.

[12] Robert A. Sainati, "CAD of microstrip antennas wireless applicatiions", Artech House: Boston, London, 1996, pp. 21-41.

[13] Matthew N. O. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics", 2nd ed., CRC Press: New York, 2001, pp. 134-137.

[14] C. A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", John Wiley & Sons: New York, 1989, pp. 13-20.

[15] Márcia A. G. Rugiero e Vera L. da Rocha Lopes, "Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais", 2nd ed., MAKRON books do Brasil Editora Ltda: São Paulo, 1996, pp. 357-361.