

# Sistemas hiperbólicos de localização móvel celular

Herbert de Vasconcelos Zampier e Marco Antonio Grivet Mattoso Maia  
 Centro de Estudos em Telecomunicações - CETUC  
 Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-Rio  
 Brasil

**Resumo**—Por anos, o tema da localização de terminais móveis tem sido estudado. Inicialmente de caráter militar, tais estudos já são de grande interesse da sociedade civil. Com o crescimento explosivo do tráfego gerado pelo uso da telefonia móvel, os sistemas de localização tornam-se um forte chamariz de renda para as empresas de telefonia móvel. Vários podem ser os serviços baseados em localização, entretanto, dentre eles, os chamados serviços de emergência tem sido fonte de grande debate internacional. Isto porque, na década passada, os Estados Unidos, através de seu órgão regulador, fixou prazos para que operadoras de telefonia móvel naquele país fossem capazes de obter, com uma certa precisão, a localização de chamadas de emergência, o chamado E911. Contudo, existem vários modos e técnicas de obtenção da localização, das quais destacam-se as técnicas baseadas em diferença de tempos de chegada, do inglês *Time Difference of Arrival* (TDoA). Essas técnicas são baseadas na solução de equações hiperbólicas requeridas para a localização de uma dada estação móvel. Por estas razões, este estudo explora este tema e apresenta um novo método para a solução de sistemas hiperbólicos de localização. Tal método é caracterizado por um problema de otimização que estima a localização da estação móvel com precisão comparável aos melhores métodos existentes.

**Palavras-chaves**—Sistemas móveis celulares, localização móvel, TDOA, TOA, E911, LBS.

**Abstract**—Mobile Location Systems have been studied for a long time. At first, it was circumscribed to the military area, but nowadays it has been spread along the civilian society. Due to the boom of the cellular mobile technology, location systems may become needed by cellular operating companies. Location based services have a strong appealing and can be provided in different forms. However, the emergency calls service has been discussed by international companies for a long time because, last decade, the United States obliged the wireless carriers to accurately locate emergency calls, in a service called E911. There are several ways and techniques to get accurate location, among which we can highlight *time difference of arrival* (TDOA). This technique is based on hyperbolic equations solutions that estimate the mobiles's location. This is why systems based on TDOA are called Hyperbolic Systems. This paper presents a new method for the solution of hyperbolic location systems that is based on the time difference data instead of the location data. The results have shown that this method is comparable in performance to those who give the best location estimates.

**Index Terms**—Cellular mobile systems, mobile location, TDOA, TOA, E911, LBS.

## I. INTRODUÇÃO

Com o objetivo de determinar a posição relativa de uma dada estação móvel, o método TDoA (*Time difference of arrival*) atua sobre a diferença dos tempos em que os sinais chegam a múltiplas estações rádio-base, ao invés de atuar sobre o tempo absoluto de chegada. Portanto, cada medida TDoA indica a presença da estação móvel sobre uma hipérbole,

cuja diferença de distância entre os seus focos é a distância entre as duas estações rádio-bases envolvidas. A equação dessa hipérbole é dada por

$$R_{i,j} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} - \sqrt{(X_j - x)^2 + (Y_j - y)^2 + (Z_j - z)^2}, \quad (1)$$

onde as coordenadas  $(X_i, Y_i, Z_i)$  e  $(X_j, Y_j, Z_j)$  representam as coordenadas das estações rádio-base  $i$  e  $j$ , e  $R_{i,j}$  é a diferença de distâncias. A localização da estação móvel pode ser estimada pela intersecção de duas ou mais hipérboles geradas por três ou mais medidas de TDoA. Devido a este fato, a técnica TDoA é também conhecida como sistema hiperbólico de localização.

Contudo, antes de estimar a localização da estação rádio-base pela equação (1), é necessário ter o conhecimento da medida TDoA  $(t_i - t_j)$  ou ainda da diferença de distâncias  $R_{i,j}$ . Modos de como estimar tal medidas serão discutidos a seguir.

### A. Métodos para estimação de medidas TDoA

Existem dois modos de obtenção de uma medida TDoA  $(t_i - t_j)$ , ou mesmo da diferença de distâncias  $R_{i,j}$  [12]:

- 1) Fazer-se uso de medidas ToA por meio de subtração entre duas medidas ToA's obtidas por duas estações rádio-base.
- 2) Por intermédio de algoritmos. Efetua-se a correlação entre dois sinais obtidos por duas estações rádio-base distintas e estima-se a diferença dos seus tempos de chegada.

O primeiro método parte do princípio que se tem conhecimento das medições dos tempos de chegada do sinal. Assim, a conversão de pares de medidas ToA's em medidas TDoA's, acarreta numa maior robustez a erros comuns. Porém há necessidade de uma extrema precisão entre estas medidas. Para erros da ordem de 1 metro, os tempos tem que ser medidos com erros da ordem de 3 nseg.

Para o segundo método, é empregada a técnica de correlação cruzada entre os dois sinais envolvidos na medição. Um método amplamente aceito que faz uso desta técnica é o chamado Correlação Cruzada Generalizada (GCC-*Generalized Cross-Correlation*), que determina o argumento que maximiza a correlação cruzada entre os sinais recebidos pelo par de estações rádio-base envolvidas [7] [8] [9].

Existe um vasto número de publicações sobre métodos com alto desempenho para estimativas de medidas TDoA. Dentre eles, podem ser citados: *estimador baseado em dados de fase* [11], *mínimos quadrados* [19] [16], *mínimos quadrados médios máxima verossimilhança* [10] e [18]. Fontes com informações adicionais podem ser encontradas em [1] e [3].

### B. Algoritmos de localização baseados em medidas TDoA

Uma vez estimadas as medidas de TDoA, estas podem ser convertidas em medidas de diferença de distância que formarão um sistema de equações hiperbólicas. Vários algoritmos foram propostos para a sua solução, com diferentes graus de complexidade e precisão. Porém a maioria destes algoritmos parte de um modelo básico de localização em duas dimensões (2D) para uma estação móvel e  $M$  estações rádio-base. Nestes, assume-se que a origem do sistema se localiza na posição da estação rádio-base  $i = 1$ . Desta forma, assumindo que os pares  $(X_i, Y_i)$  sejam as coordenadas das estações rádio-base  $i$  e o par  $(x, y)$  seja a coordenada da estação móvel, pode-se verificar que a distância entre a estação móvel e a  $i$ -ésima estação rádio-base é dada por

$$R_i = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2} \\ = \sqrt{K_i - 2X_i x - 2Y_i y + x^2 + y^2}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

onde  $K_i = x_i^2 + y_i^2$ . Logo, a diferença de distância entre a  $i$ -ésima estação rádio base e a estação rádio base  $i = 1$  de referência é dada por

$$R_{i,1} = c t_{i,1} = R_i - R_1$$

$$R_{i,1} = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2} - \sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2} \quad (3)$$

onde  $c$  é a velocidade de propagação do sinal e  $t_{i,1}$  é a medida TDoA estimada entre o estação rádio-base  $i = 1$  de referência e a  $i$ -ésima estação rádio-base.

Uma das técnicas para se obter uma solução para este problema de localização surge da linearização das equações hiperbólicas oriundas da equação (3) através de expansão em séries de Taylor [5] [17]. Este método é conhecido como **Método de linearização por séries de Taylor**. Outras técnicas são também propostas, podendo-se citar dentre elas: **Método de Friedlander** [6], **Método da Interpolação Esférica** [14] [15], **Método da Interseção Esférica** [13], **Método DAC** [2] e **Método de Chan** [4].

## II. MÉTODO PROPOSTO

Considere uma rede móvel celular com estações rádio-base arbitrariamente distribuídas. Para que se tenha pelo menos 3 medidas de TDoA, é necessário que a estação móvel a ser localizada, tenha capacidade de enviar informações para pelo menos 4 estações rádio-base. Assumindo como estação rádio-base de referência a estação rádio base 1 e que esta encontra-se na origem do sistema de localização, as estações rádio-base encontram-se localizadas nos vértices de um polígono dado por

- estação rádio-base 1 localizado no ponto  $O = (0 + i0)$ ;
- estação rádio-base 2 localizado no ponto  $P = (a + i0)$ ;
- estação rádio-base 3 localizado no ponto  $W = (W_r + iW_i)$ ;
- estação rádio-base 4 localizado no ponto  $V = (V_r + iV_i)$ ;
- estação móvel localizado no ponto  $Z = (x + iy)$ .

A distância entre a estação rádio-base de referência e a estação móvel é dada por

$$\overline{OZ} = |Z| = \rho = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4)$$

Para um sistema de localização hiperbólico, pode-se afirmar que o ponto  $Z$  pertence a uma hipérbole com focos nos pontos  $O$  e  $P$ , sendo o módulo da diferença da distância do ponto  $Z$  aos pontos  $O$  e  $P$  igual à distância entre os vértices da mesma hipérbole, ou seja,

$$|Z| - |Z - P| = \alpha. \quad (5)$$

Para raciocínio similar envolvendo os pontos  $O$  e  $W$ , e ainda os pontos,  $O$  e  $V$ , tem-se,

$$|Z| - |Z - W| = \beta, \quad (6)$$

$$|Z| - |Z - V| = \gamma. \quad (7)$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  representam as distâncias associadas aos TDoAs. Percebe-se que as equações (5), (6) e (7) são equivalentes à equação (3) para  $i = 2, 3, 4$  respectivamente. Estas equações equivalem às medidas estimadas de TDoA pelo sistema relacionadas pela equação (3). Porém, é importante notar, que  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  podem ser positivas ou negativas dependendo da localização do móvel.

Assim, é possível afirmar que para um modelo clássico de ruído aditivo nas medidas de TDoA, ou seja, o caso em que a observação dos respectivos  $R_{i,1}$  para  $i = 2, 3, 4$  é da forma,

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^0 \\ \beta^0 \\ \gamma^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_\alpha \\ n_\beta \\ n_\gamma \end{bmatrix} = \underline{Z}_0 + \underline{n}, \quad (8)$$

onde  $\underline{n}$  é um vetor Gaussiano de média zero e matriz de covariância  $\underline{Q}$ .

Considerando-se agora apenas as duas primeiras medidas de TDoA estimadas pelo sistema como as variáveis livres do problema (variáveis  $\alpha$  e  $\beta$ ) é possível reduzir o cenário aos pontos  $O$ ,  $P$  e  $W$ .

Substituindo-se as expressões decorrentes em (5) e (6) e fazendo algumas manipulações simples, tem-se que:

$$x = A\rho + B. \quad (9)$$

$$y = C\rho + D. \quad (10)$$

, onde

$$A = \left(\frac{\alpha}{a}\right) \quad B = \left(\frac{a^2 - \alpha^2}{2a}\right)$$

$$C = \left(\frac{\beta - W_r A}{W_i}\right) \quad D = \left(\frac{b^2 - 2W_r B - \beta^2}{2W_i}\right)$$

Percebe-se que a posição do móvel  $(x, y)$  é determinada em função das duas medidas de TDoA e de  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Logo, tem-se um problema de duas equações não lineares a duas incógnitas. Porém, duas equações hiperbólicas não são necessariamente suficientes para fornecer uma solução única, pois, dependendo da posição em que se encontra a estação móvel, as hipérbolas podem se interceptar em mais de um ponto. Mesmo assim, como forma de restrição, pode se determinar a região do plano  $\alpha\beta$  em que os pontos contidos no seu interior forneçam soluções não ambíguas para a localização de um determinado móvel no plano  $xy$ . Resolvendo-se este sistema tem-se que  $\rho$  deve satisfazer:

$$[A^2 + C^2 - 1]\rho^2 + 2[AB + CD]\rho + [B^2 + D^2] = 0, \quad (11)$$

cujas as raízes são

$$\rho = \frac{-(AB + CD) \pm \sqrt{(AB + CD)^2 - (A^2 + C^2 - 1)(B^2 + D^2)}}{(A^2 + C^2 - 1)}.$$

Porém, se  $A^2 + C^2 = 1$  e  $AB + CD \neq 0$ , a raiz única de (11) é dada por:

$$\rho = -\frac{(B^2 + D^2)}{2(AB + CD)}, \quad (13)$$

Definindo-se:

$$\begin{aligned} \Delta &= (AB + CD)^2 - (A^2 + C^2 - 1)(B^2 + D^2), \\ q &= (AB + CD), \\ r &= (A^2 + C^2 - 1), \end{aligned}$$

tem-se

$$\begin{aligned} \rho &= -\frac{q \pm \sqrt{\Delta}}{r} \quad \text{para } A^2 + C^2 \neq 1 \quad (14) \\ \rho &= -\frac{B^2 + D^2}{2q} \quad \text{para } A^2 + C^2 = 1 \text{ e } AB + CD \neq 0 \quad (15) \end{aligned}$$

Analisando esta equação, é possível fazer as seguintes observações:

- Para que se obtenha uma solução com raízes reais, se faz necessário a obtenção de  $\Delta \geq 0$ ;
- Se  $r < 0$  então  $\Delta > 0$ , tendo  $\rho$  valores com sinais opostos o que implica na existência de um único valor viável;
- Se  $r = 0$  e  $q < 0$ ,  $\rho$  é único e viável (raiz positiva), porém se  $r = 0$  e  $q > 0$ ,  $\rho$  é único e não viável (raiz negativa);
- Se  $r > 0$  as raízes terão sinais idênticos e contrários a  $q$ . Se  $q > 0$  esta região é não viável (raízes negativas). Se  $q < 0$  a região é de soluções ambíguas (raízes positivas).

Sendo assim, os seguintes conjuntos podem ser definidos:

- Região Viável não Ambígua  $\implies \Omega_1 = (\Delta > 0, r \leq 0)$ ;
- Região Viável Ambígua  $\implies \Omega_2 = (\Delta > 0, r > 0, q < 0)$ ;
- Região não Viável  $\implies \Omega_3 = (\Delta < 0 \text{ ou } \Delta \geq 0, r > 0, q > 0)$ .

A região inicial de interesse é limitada por

$$\alpha \in [-a, a] \implies A \in [-1, 1] \quad \text{e} \quad \beta \in [-b, b]$$

Porém, analisando o discriminante  $\Delta$ , e este sendo convenientemente fatorado, é possível afirmar que  $\Delta > 0$  se somente se  $c > |\beta - aA|$ .

Assim a região  $\Omega_1$  é limitada por uma elipse que é a fronteira da região de soluções viáveis como ilustrada na figura (1).

Na figura (1) se for traçada uma grade no plano  $\alpha\beta$ , que representa regiões de igual variação nos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , o seu mapeamento no plano  $xy$  pode ser visualizado na figura (2). É possível perceber que, dependendo da localização do móvel na região de soluções não ambíguas, pequenas incertezas em  $\alpha$  e  $\beta$  podem causar grande dispersão na localização do móvel no plano  $xy$ . Este fato demonstra a dependência do desempenho do sistema em relação a sua geometria.

Em resumo, se apenas 3 estações rádiobase estão envolvidas, é possível afirmar que existe uma região de solução única

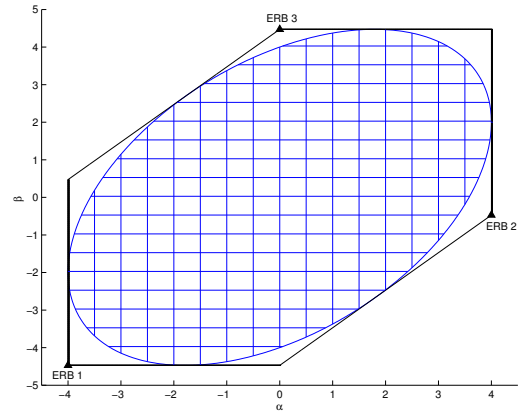


Fig. 1: Região de soluções viáveis não ambíguas no plano  $\alpha\beta$

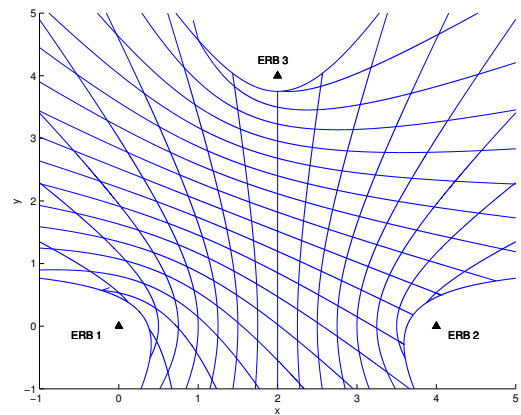


Fig. 2: Região de soluções viáveis não ambíguas no plano  $xy$

não ambígua, e que a área de incerteza da solução cresce à medida que se afasta do centro desta região no plano  $xy$ . Com isto, um sistema de equações hiperbólicas formado pelas equações (9) e (10) produz uma solução não ambígua, desde que o móvel esteja contido na região  $\Omega_1$ .

Voltando-se ao caso da possibilidade de se obter medidas de TDoA oriundas de um sistema com 4 estações rádiobase, torna-se possível expressar a diferença de distância entre o móvel e as estações rádiobase 1 (referência) e 4  $\gamma$  ( $R_{4,1}$ ) em função de  $\alpha$  e  $\beta$ . Os TDoA's observados podem ser expressos por:

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \\ f(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_\alpha \\ n_\beta \\ n_\gamma \end{bmatrix} = \underline{Z}_0 + \underline{n}. \quad (17)$$

Note que se  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$  são os valores exatos dos parâmetros, então são também conhecidos a posição do móvel ( $x, y$ ) assim como sua distância a origem. Por consequência o valor de  $\hat{\gamma}$  fica determinado pela relação  $f(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \rho - |Z - V|$ .

Desta forma a função densidade de probabilidade de  $\underline{z}$  pode ser expressa por

$$p_{\underline{z}}(\underline{Z}) = K \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\underline{Z} - \underline{Z}_0)^T Q^{-1} (\underline{Z} - \underline{Z}_0) \right\}, \quad (18)$$

onde, pelo discutido em [4]:

$$Q = 0.5\sigma_n^2[I + \mathbf{1}\mathbf{1}^T], \quad (19)$$

sendo,  $I$  a matriz identidade de ordem  $M-1$  e  $\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$ .

A localização de uma dada estação móvel situada no ponto  $(x, y)$  pode ser estimada através de um estimador de máxima verossimilhança que maximiza a seguinte função:

$$\underline{Z}_0^{MV} = \arg \min_{\underline{Z}_0} (\underline{Z} - \underline{Z}_0)^T Q^{-1} (\underline{Z} - \underline{Z}_0). \quad (20)$$

Note que o problema em questão apresenta uma restrição da forma  $\hat{\gamma} = f(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ . Para a situação de maior dimensionalidade o vetor  $\underline{Z}_0$  se escreve como:

$$\underline{Z}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \\ f_1(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \\ f_2(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \\ \vdots \\ f_N(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

o que não muda a essência da função objetivo descrita em (20).

### III. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

#### A. Descrição do cenário

Foi constituído um cenário que se aproxime do ambiente de uma rede móvel celular com estações rádio-base posicionadas arbitrariamente. O número de estações rádio-base envolvidas deve ser baixo pois num ambiente celular real dificilmente haverá comunicação da estação móvel com mais de 4 estações rádio-base.

1) *Posicionamento das estações rádio-base:* As estações rádio-base do cenário proposto foram posicionadas em  $x = 0$  e  $y = 0$  para a ERB<sub>1</sub>,  $x = 6$  e  $y = 0$  para a ERB<sub>2</sub>,  $x = 2, 5$  e  $y = 4, 5$  para a ERB<sub>3</sub>, e  $x = 4, 5$  e  $y = 7$  para a ERB<sub>4</sub>. Desta forma, é possível obter 3 estimativas de medidas de TDoA relativas à estação móvel. O vetor de medidas de TDoA é denotado por  $\underline{d} = [d_{2,1}, d_{3,1}, d_{4,1}]^T$ .

2) *Posicionamento das estações móveis:* Para auxiliar a análise do desempenho dos métodos em estudo com relação à distância, definiu-se uma região aqui denotada por  $\mathcal{U}$  que corresponde a um círculo de centro na média das posições das estações rádio-base e de raio é igual à maior distância entre qualquer uma das estações rádio-base e o seu centro. Para esta configuração, foram gerados 75000 posições corrompidas por ruído e distribuídas aleatoriamente dentro de coroas circulares concêntricas ao círculo  $\mathcal{U}$ . A figura (3) apresenta esta distribuição.

3) *Incertezas e restrições envolvidas:* O ruído  $\underline{n}$  foi considerado gaussiano de média nula e matriz de covariância  $Q$  dada por (19), e assim as diferenças de distância podem se escritas como  $\underline{d} = \underline{d}^0 + \underline{n}$ , onde a notação  $\{\text{elemento}\}^0$  expressa os elementos livre de ruído, como previamente visto.

A escolha dos valores para  $\sigma_d$  foram  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  e  $10^{-5}$  [unidades de comprimento]. Os desvios padrões

correspondentes para erros em TDOA's são obtidos diretamente a partir de  $\sigma_d = \sigma/c$ , onde  $c$  é a velocidade de propagação da onda eletromagnética ( $3 \times 10^8$  m/s).

Observe que na figura (3) todos os pontos estão também contidos na região  $\Omega_1$ . Lembre-se que esta região é a região onde o método em estudo provê uma solução não ambígua para equações hiperbólicas envolvidas na estimação da localização.

#### B. Análise dos resultados

Foram realizadas simulações com o intuito de fornecer uma análise comparativa do método proposto com os métodos de Chan e de linearização por séries de Taylor. A escolha deste dois métodos foi definida em virtude dos mesmos gerarem bons resultados e serem de grande aceitação. Torna-se importante a observação que, como forma de se evitar as possíveis ambiguidades decorrentes do método de Chan, a escolheu-se a solução mais próxima do verdadeiro valor da localização do móvel.

1) *Análise do erro rms:* O erro *rms* é uma função do erro MSE associado a um dado estimador de posição. Seu valor é dado pela expressão

$$rms = \sqrt{E[(x - \hat{x})^2(y - \hat{y})^2]} = \sqrt{MSE}. \quad (22)$$

O erro *rms* foi escolhido no lugar do MSE, por ter dimensão de distância, sendo assim mais apropriado para avaliação de sistemas nos quais uma distância mínima à fonte a ser localizada foi imposta como requisito de desempenho, como é o caso dos sistemas de localização utilizados para chamadas de emergência E-911.

Como forma de obtenção do gráfico de desempenho foram geradas 5000 posições corrompidas por ruído distribuídas aleatoriamente dentro de cada região de coroa acima referenciada, conforme a figura (3).

A figura (4)exibe o erro *rms* dos métodos apresentados para estimativas de posição das estações móveis obtidas pelos 3 métodos em estudo. Verifica-se que o erro *rms* aumenta com a distância, fato já esperado em virtude de considerações já efetuadas. Pela figura (2), é possível perceber que a incerteza

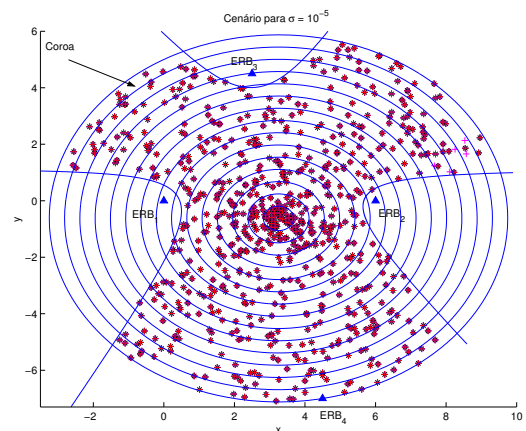


Fig. 3: Região  $\mathcal{U}$  de simulação com  $\sigma = 10^{-5}$

associada a localização da estação móvel aumenta quanto mais próximo da periferia o mesmo se encontrar. Assim, para o caso em estudo, os pontos contidos na coroa mais distante ao centro do cenário são caracterizados como sendo os pontos com maiores incertezas na estimação, comprovando-se então a tendência de piora no desempenho dos métodos em relação à distância. Este comportamento foi também observado por diferentes valores de  $\sigma$ .

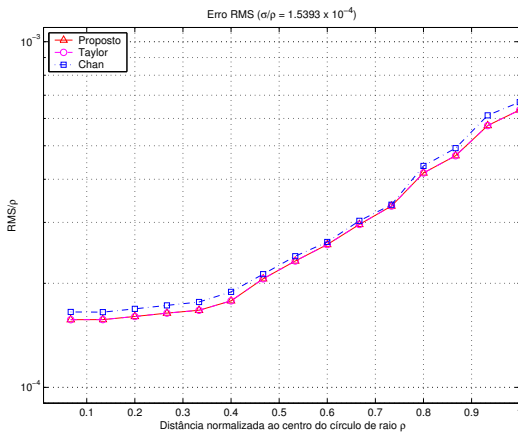


Fig. 4: Erro  $rms$  em relação à distância  $\rho$  para  $\sigma = 10^{-3}$

Note-se que os métodos em estudo apresentam curvas de erro muito próximas entre si. Essa proximidade aumenta conforme diminui o valor do desvio padrão considerado. O método proposto obteve um desempenho equivalente em relação ao método de linearização por séries de Taylor. Observa-se também que os erros associados a estes métodos são ligeiramente menores do que o método de Chan.

É possível afirmar que, o método proposto apresenta desempenho compatível ao dos dois métodos investigados. Porém, o método proposto destaca-se por apresentar soluções não ambíguas.

Como forma de avaliar exclusivamente o tratamento realizado nas medidas de TDoA pelo método proposto, foram elaboradas as curvas para o erro  $rms$  referente as medidas antes e após o seu tratamento. Esta comparação surgiu da necessidade de verificar a atuação do estimador de máxima verossimilhança na otimização das medidas de TDoA produzidas pelo sistema. É possível verificar pela figura (5) que a atuação do estimador de máxima verossimilhança ocasionou uma melhoria considerável no desempenho do método proposto.

2) *Análise da CEP e da GDOP*: A precisão nas estimativas de localização é altamente dependente da geometria do cenário. Estimções mais precisas podem ser obtidas quando existe a possibilidade de obter a localização de uma dada estação móvel através da intersecção entre hipérbolas que entre si formam ângulos 90 graus. Uma degradação no desempenho é constatado quando a intersecção desvia desta condição ideal. Porém, numa rede móvel celular em que o posicionamento das estações rádiobase é fixo e com os frequentes deslocamentos dos terminais, raramente a situação ideal poderá ser atendida. Assim, duas outras medidas de precisão são utilizadas como

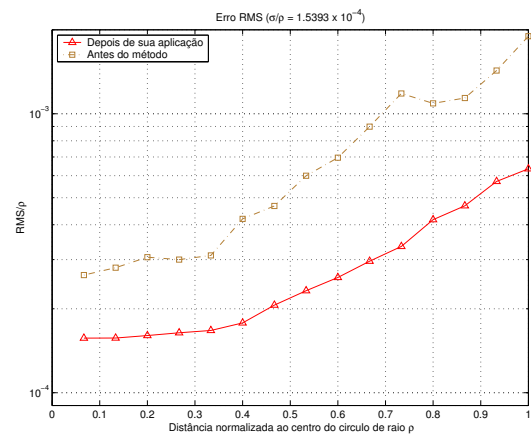


Fig. 5: Erro  $rms$  em relação à distância  $\rho$  para  $\sigma = 10^{-3}$ , como forma de verificação da atuação do estimador de máxima verossimilhança

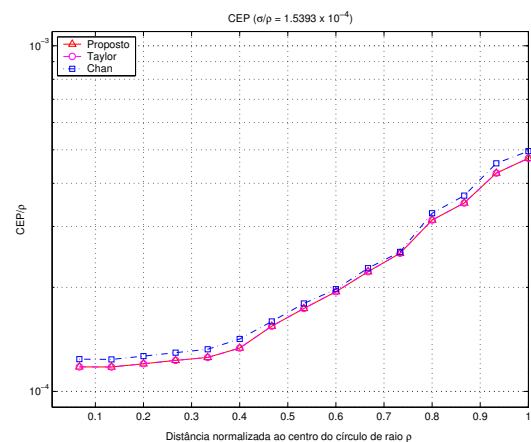


Fig. 6: CEP em relação à distância  $\rho$  para  $\sigma = 10^{-3}$

forma de analisar o desempenho comparativo entre os métodos propostos.

a) *CEP*: A Probabilidade de Erro Circular (CEP) é um parâmetro importante na avaliação de desempenho de sistemas, que mede a dispersão das estimativas em relação a sua média. A CEP é definida como o raio de um círculo que contém aproximadamente metade das realizações das estimativas, com centro na média destas. A CEP está intimamente relacionado à variância do estimador e é calculado por

$$CEP \approx 0.75 \sqrt{E[(\hat{\chi} - \hat{\mu})^T (\hat{\chi} - \hat{\mu})]} = 0.75 \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (23)$$

onde  $\hat{\mu} = E[\hat{\chi}]$  e  $\sigma_x^2$  e  $\sigma_y^2$  são as variâncias das coordenadas  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  da estimada de localização da estação móvel.

A figura (6) exhibe a probabilidade de erro circular, calculado de forma similar ao caso das curvas do erro  $rms$ . De forma análoga ao caso anterior, observa-se degradação na precisão com a distância ao centróide. Além disso, é possível produzir curvas equivalentes para os métodos de linearização por séries de Taylor e o proposto onde se verifica que ambas estão ligeiramente melhores que a do método de Chan.



b) *GDOP*: Uma outra medida de precisão é o GDOP (*Geometric dilution of precision*), que provê uma medida do efeito da configuração geométrica do posicionamento das estações rádio-base sobre a localização estimada da estação móvel. É definida como:

$$GDOP = \frac{\sqrt{E[(\hat{\chi} - \hat{\mu})^T (\hat{\chi} - \hat{\mu})]}}{\sigma_r} \quad (24)$$

onde  $\sigma_r$  denota o valor *rms* das medidas de diferença de distância.

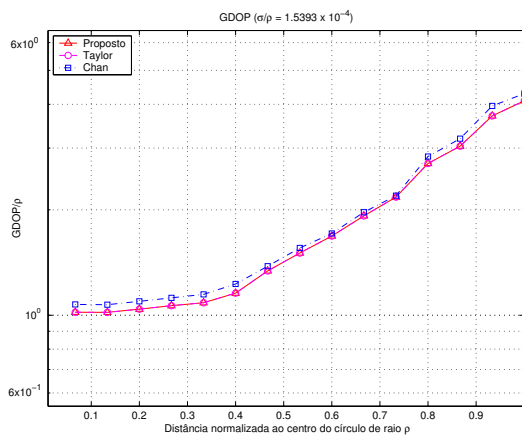


Fig. 7: GDOP em relação à distância  $\rho$  para  $\sigma = 10^{-3}$

O valor ideal de GDOP dependerá dos requisitos de desempenho que se queiram atingir. Porém, GDOP baixo indica a certeza de que a geometria do cenário se aproxima da condição ideal. Logicamente, de forma contrária, um GDOP alto indica que a configuração das estações rádio-base desvia desta condição ideal.

A figura (7) exhibe a medida de precisão GDOP encontrada de forma similar à obtenção das curvas das duas outras medidas de precisão (erro *rms* e CEP). É possível verificar que estas curvas variam relativamente pouco para os diferentes valores de desvio padrão, mantendo-se a tendência no desempenho comparativo entre os métodos nas outras duas medições de precisão anteriores.

#### IV. CONCLUSÕES

Dentre os métodos de solução de sistemas hiperbólicos, destacam-se dois algoritmos: o método de linearização por séries de Taylor e o método de Chan. O primeiro consiste num método iterativo, que através da expansão em séries de Taylor das equações hiperbólicas, estima a localização de uma dada estação móvel. Suas desvantagens são: sensibilidade a escolha do ponto inicial, a não garantia de convergência e o esforço computacional. O segundo, consiste-se num método não iterativo, que apresenta soluções ambíguas para a localização da estação rádio-base envolvida.

O método proposto consiste no ajuste das próprias medidas de diferenças de tempos de chegada, no intuito de reduzir a degradação da conversão das medidas de tempos em medidas

de distância. Além disso, é um método com solução não ambígua, na presença de certas restrições.

É importante acrescentar que trabalhos anteriores apresentaram resultados obtidos através de simulações, que envolviam um pequeno número de posições para a estação móvel. Neste trabalho foram realizadas simulações para um grande número de posições distribuídas em uma região, permitindo assim que se possa ter uma melhor avaliação estatística da distribuição geográfica do desempenho.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Special issue on time-delay estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-29, June 1981.
- [2] J S Abel. A divide and conquer approach to least-squares estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 26:423-427, March 1990.
- [3] G Carter. Coherence and time delay estimation: an applied tutorial for research, development, test, and evaluation engineers. IEEE Press, 1993.
- [4] Y T Chan and K C Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(8):1905-1915, August 1994.
- [5] W H Foy. Position-location solutions by Taylor-series estimation. *IEEE Transactions Aerospace and Electronics Systems*, AES-12:187-194, March 1976.
- [6] B Friedlander. A passive localization algorithm and its accuracy analysis. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, OE-12:234-245, January 1987.
- [7] W Gardner and C Chen. Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments, part i: Theory and method. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40:1168-1184, May 1992.
- [8] W Gardner and C Chen. Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments, part ii: Algorithms and performance. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40:1185-1197, May 1992.
- [9] C Kanapp and G Carter. The generalized correlation method for estimation of time delay. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-24:320-327, August 1976.
- [10] H Messer and Y Bar-Ness. Closed-loop least mean square time-delay estimator. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-35:413-424, April 1987.
- [11] A Piersol. Time delay estimation using phase data. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-29:471-477, June 1981.
- [12] T S Rappaport, J H Reed, and B D Woerner. Position location using wireless communications on highways of the future. *IEEE Communications Magazine*, pages 33-41, October 1996.
- [13] H C Schau and A Z Robinson. Passive source localization employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival differences. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-35:1223-1225, August 1987.
- [14] J O Smith and J S Abel. Closed-form least-squares source location estimation from range-difference measurements. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-35:1661-1669, December 1987.
- [15] J O Smith and J S Abel. The spherical interpolation method for source localization. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, OE-12(1):246-252, January 1987.
- [16] R Vacaro T Manickam and D Tufts. Least-squares algorithm for multipath time-delay estimation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42:3229-3233, November 1994.
- [17] D J Torrieri. Statistical theory of passive location systems. *IEEE Transactions Aerospace and Electronics Systems*, AES-20:183-198, March 1984.
- [18] M Wax. The joint estimation of differential delay, doppler, and phase. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28:817-820, September 1982.
- [19] R Hattin Y Chan and J Plant. The least squares estimation of time delay and its use in signal detection. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, ASSP-26:217-222, June 1978.