

# Receptores Multiusuário MMSE com Posto Reduzido para DS-CDMA usando Filtros FIR Interpolados

Rodrigo C. de Lamare e Raimundo Sampaio-Neto

**Resumo**—Este artigo investiga receptores com posto reduzido baseados em filtros interpolados com resposta impulsional finita (FIR) para sistemas de múltiplo acesso com divisão por código e seqüência direta (DS-CDMA). É descrita a solução de mínimo erro médio quadrático (MMSE) para o receptor a fim de reduzir a interferência de múltiplo acesso (MAI) e os efeitos de canais de comunicações com múltiplos percursos em um cenário com o enlace direto. No projeto dos interpoladores e para reduzir ao máximo a complexidade do receptor, são escolhidos filtros com apenas 3 elementos, que são otimizados de acordo com o número de usuários e o canal de comunicações.

**Palavras-Chave**—detecção multiusuário, CDMA, supressão de interferência, filtros interpolados, receptores com posto reduzido.

**Abstract**—We investigate reduced-rank receivers based on interpolated finite impulse response (FIR) filters for direct sequence code division multiple access (DS-CDMA) systems. We describe the minimum mean squared error (MMSE) receiver solution in order to reduce multiple access interference (MAI) and the effects of multipath channels in a downlink scenario. In the design of the interpolators and to reduce the complexity of the proposed receiver, we choose filter with only 3 elements, that are optimised according to the number of users and the communication channel.

**Keywords**—multiuser detection, CDMA, interference suppression, interpolated filters, reduced-rank receivers.

## I. INTRODUÇÃO

Supressão de interferência com posto reduzido em sistemas DS-CDMA foi originalmente motivada por situações onde o ganho de processamento  $N$  é muito maior do que a dimensão do subespaço do sinal. Essa abordagem é relevante para aplicações onde deseja-se operar com  $N$  grande para fins militares ou sistemas com carga de usuários baixa ou moderada. A maior parte dos trabalhos em supressão de interferência com posto reduzido tem se baseado em componentes principais (PC), isto é, técnicas baseadas na decomposição em autovalores e autovetores da matriz covariância da observação, na qual um vetor de observações recebido é projetado em um subespaço do sinal com dimensão reduzida e no qual encontram-se os autovalores e autovetores com mais energia [3],[4]. Um outro método de posto reduzido, chamado neste trabalho de PD, foi proposto por Singh e Milstein [5] e consiste no desespalhamento parcial do vetor recebido antes da

estimação dos parâmetros do receptor. Neste artigo, é proposta a supressão da MAI e da interferência entre símbolos (ISI) com filtros FIR interpolados (IFIR) [6],[7]. O filtro IFIR é uma estrutura de taxa única matematicamente equivalente à decimação de sinais seguida de filtragem à uma taxa mais baixa [6],[7]. A idéia básica é explorar a redundância entre os coeficientes de modo a remover um número de amostras da resposta impulsional, que são recriadas usando-se um esquema de interpolação. Essa técnica exhibe propriedades desejáveis como estabilidade garantida, ausência de ciclos limites e uma baixa complexidade. Este esquema mostra-se capaz de produzir receptores com desempenho muito próximo do receptor com filtro inteiro. Em termos de complexidade computacional, o receptor IFIR é muito mais simples do que o método PC. No que se refere aos requisitos de informação adicionais ao receptor, o receptor proposto não requer o conhecimento da seqüência de assinatura, que é necessária no esquema PD [5].

Esse artigo é organizado da seguinte forma. A Seção II descreve o modelo de sistema DS-CDMA. A Seção III apresenta o receptor linear MMSE interpolado. A Seção IV é dedicada às simulações e à discussão dos resultados, enquanto na Seção V são apresentadas as conclusões deste trabalho.

## II. MODELO DE SISTEMA DS-CDMA

Considere o enlace direto de um sistema DS-CDMA síncrono com  $K$  usuários,  $N$  chips por símbolo e  $L_p$  percursos de propagação. O sinal transmitido pela estação rádio-base e endereçado ao  $k$ -ésimo usuário tem representação em banda básica dada por:

$$x_k(t) = A_k \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_k(i) s_k(t - iT) \quad (1)$$

onde  $b_k(i) \in \{\pm 1\}$  denota o  $i$ -ésimo símbolo para o usuário  $k$ , a forma de onda real de espalhamento e a amplitude associada ao usuário  $k$  são  $s_k(t)$  e  $A_k$ , respectivamente. As formas de onda de espalhamento são expressas por  $s_k(t) = \sum_{n=1}^N a_k(i) \phi(t - nT_c)$ , onde  $a_k(i) \in \{\pm 1/\sqrt{N}\}$ ,  $\phi(t)$  é a forma de onda do chip,  $T_c$  é a duração do chip e  $N = T/T_c$  é o ganho de processamento. Supondo-se que o receptor é sincronizado com o percurso principal e os usuários que formam o sinal composto experimentam as mesmas condições de canal no enlace direto, o sinal composto recebido demodulado de forma coerente é

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^{L_p-1} h_l(t) x_k(t - \tau_l) + n(t) \quad (2)$$

onde  $h_l(t)$  e  $\tau_l$  são, respectivamente, o coeficiente do canal e o atraso associado ao  $l$ -ésimo percurso. Supondo-se que  $\tau_l = lT_c$  e o canal de comunicações é constante durante cada intervalo de símbolos, o sinal recebido  $r(t)$  depois de filtragem por um filtro casado ao pulso do chip e amostrado à taxa dos chips resulta no vetor recebido

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{SA} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{SA} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{SA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}(i) \\ \mathbf{b}(i-1) \\ \vdots \\ \mathbf{b}(i-L_s+1) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(i) \quad (3)$$

onde  $L_s$  é o alcance em símbolos da interferência entre símbolos, o vetor de ruído gaussiano  $\mathbf{n}(i) = [n_1(i) \dots n_N(i)]^T$  com  $E[\mathbf{n}(k)\mathbf{n}^T(i)] = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ , o vetor de símbolos dos usuários é dado por  $\mathbf{b}(i) = [b_1(i) \dots b_K(i)]^T$ , a matriz das seqüências das assinaturas dos usuários é descrita por  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_K]$ , onde  $\mathbf{s}_k = [a_k(1) \dots a_k(N)]^T$ , a matriz diagonal das amplitudes dos usuários é representada por  $\mathbf{A} = \text{diag}\{A_1 \dots A_K\}$ , e a matriz  $\mathbf{H}$  do canal de dimensão  $N \times (L_s \times N)$  é expressa por

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_0(i) & h_1(i) & \dots & h_{L_p-1}(i) \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & h_0(i) & h_1(i) & \dots & h_{L_p-1}(i) \end{bmatrix} \quad (4)$$

### III. RECEPTORES MMSE LINEARES INTERPOLADOS

Nesta seção vamos descrever receptores lineares interpolados baseados na função custo MSE. A Figura 1 mostra a estrutura de um receptor IFIR, onde o interpolador e um filtro FIR com posto reduzido são empregados. O vetor recebido  $\mathbf{r}(i)$  de dimensão  $N \times 1$  é filtrado pelo interpolador, resultando no vetor recebido interpolado  $\mathbf{r}_I(i)$ , que é projetado em um vetor  $\bar{\mathbf{r}}_I(i)$  de dimensão reduzida  $N/L \times 1$ . Esse procedimento corresponde à remoção de  $L-1$  amostras do vetor de observações interpolado  $\mathbf{r}_I(i)$  de cada conjunto de  $L$  amostras consecutivas, e então calcula-se o produto interno de  $\bar{\mathbf{r}}_I(i)$  com o vetor dos coeficientes do filtro receptor de dimensão  $N/L$ .

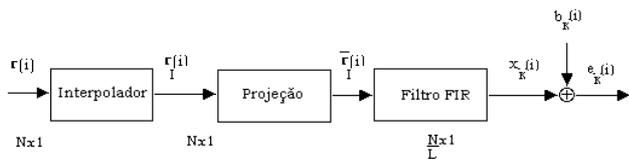


Fig. 1. Estrutura de um receptor IFIR.

Considere o problema de otimização cuja função custo é dada por

$$J_{MSE}(\mathbf{w}_k(i)) = E[(b_k(i) - \mathbf{w}_k^T(i)\mathbf{D}\mathbf{r}_I(i))^2] \quad (5)$$

onde os símbolos  $b_k(i)$  são oriundos de uma seqüência de treinamento, os  $N/L$  coeficientes do filtro receptor FIR  $\mathbf{w}_k(i)$  são supostos reais. Essa função é minimizada com respeito à  $\mathbf{w}_k(i)$  e emprega o vetor de observações interpolado projetado  $\bar{\mathbf{r}}_I(i) = \mathbf{D}\mathbf{r}_I(i)$ , onde a matriz de projeções  $N/L \times N$ ,  $\mathbf{D}$ , é matematicamente equivalente à uma decimação no vetor

de observações interpolado  $N \times 1$ ,  $\mathbf{r}_I(i)$ . Isto corresponde à remoção das amostras de  $\mathbf{r}_I(i)$  que não seriam usadas por um filtro FIR esparsa [8].

De maneira similar à abordagem do filtro esparsa [8], esta estrutura utiliza um filtro interpolador  $\mathbf{v} = [v_0 \dots v_{N_I-1}]$  que é responsável pela reconstrução das amostras removidas. É possível projetar-se um filtro de Wiener interpolado com fator de interpolação  $L$  escolhendo-se a estrutura de  $\mathbf{D}$  como dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underbrace{0 \dots 0}_{(m-1)L \text{ zeros}} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underbrace{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \dots 0}_{(N/L-1)L \text{ zeros}} & 1 & \underbrace{0 \dots 0}_{(L-1) \text{ zeros}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, N/L$ ) denota a  $m$ -ésima linha. Os parâmetros ótimos para o filtro receptor de Wiener interpolado podem ser diretamente obtidos ao calcularmos os termos do gradiente com relação à  $\mathbf{w}_k(i)$  e fazê-los iguais a zero, resultando em

$$\mathbf{w}_k(i) = \bar{\mathbf{R}}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i) \quad (7)$$

onde  $\bar{\mathbf{R}}(i) = E[\bar{\mathbf{r}}_I(i)\bar{\mathbf{r}}_I^T(i)]$ ,  $\bar{\mathbf{p}}_k = E[b_k(i)\bar{\mathbf{r}}_I(i)]$ ,  $\bar{\mathbf{r}}_I(i) = \mathbf{D}\mathbf{r}_I(i)$  e  $\mathbf{r}_I(i) = \mathbf{V}\mathbf{r}(i)$  é o vetor de observação interpolado, onde a matriz de convolução  $\mathbf{V}$  com os coeficientes do interpolador é dada por

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_0 & \dots & v_{N_I-1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_0 & \dots & v_{N_I-1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & v_0 & \dots & v_{N_I-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

O erro médio quadrático mínimo (MMSE) associado ao filtro receptor de dimensão  $N/L$  é

$$J_{MMSE} = 1 - \bar{\mathbf{p}}_k^T(i)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i) \quad (9)$$

A razão sinal-interferência-mais-ruído (SINR) [1],[3] máxima é relacionada ao MMSE e dada por

$$\text{SINR}_{max} = \frac{1}{\text{MMSE}} - 1 = \frac{\bar{\mathbf{p}}_k^T(i)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i)}{1 - \bar{\mathbf{p}}_k^T(i)\bar{\mathbf{R}}^{-1}(i)\bar{\mathbf{p}}_k(i)} \quad (10)$$

Note que o MMSE associado e a  $\text{SINR}_{max}$  para esta estrutura dependem da interpolação do vetor recebido  $\mathbf{r}(i)$ . A complexidade computacional requerida pelo receptor interpolado é  $O((N/L)^3)$ , ou seja a inversão de uma matriz covariância com posto reduzido, em comparação com a complexidade do receptor convencional  $O(N^3)$ . Evidentemente, pode-se adotar um critério de mínimos quadrados (*Least Squares-LS*) para as expressões (7), (9) e (10), trocando-se o operador  $E[\ ]$  por médias temporais e acrescentando-se ainda um fator de esquecimento  $\lambda$ , para o caso da solução LS com ponderação exponencial.

### IV. SIMULAÇÕES

Nesta seção o desempenho dos receptores propostos será avaliado na presença de canais de comunicações dinâmicos, diferentes situações e carregamentos baixos e moderados em

termos do número de usuários do sistema. O receptor baseado em filtros interpolados é comparado ao filtro receptor inteiro de dimensão  $N$  e às mais populares técnicas de posto reduzido para projeto de receptores, PC [3],[4] e PD [5]. O sistema DS-CDMA emprega seqüências de Gold de comprimento  $N = 31$  e tem uma largura de banda de 3,84 MHz (enquadra-se na categoria *Wideband CDMA* (WCDMA)), que corresponde à taxa de cerca 124 kbps. A frequência da portadora do sistema foi escolhida como 1900 MHz. Como os filtros receptores interpolados usam apenas  $N/L$  elementos, a janela de observações dos receptores foi aumentada para  $N + 1$  de modo que se possa dividi-la por  $L = 2, 4$ . Note que o fator de interpolação não está restrito à esses valores de  $L$ . A seqüência de coeficientes do canal  $h_l(i) = p_l |\alpha_l(i)|$  ( $l = 0, 1, 2$ ), onde  $\alpha_l(i)$ , é uma seqüência de variáveis aleatórias gaussianas complexas obtida a partir da filtragem de ruído complexo gaussiano branco por um filtro com função de transferência aproximada  $\beta / \sqrt{1 - (f/f_d)^2}$  onde  $\beta$  é uma constante de normalização,  $f_d = v/\lambda_{fc}$  é o máximo deslocamento Doppler,  $\lambda_{fc}$  é o comprimento de onda da frequência da portadora e  $v$  é a velocidade do terminal móvel [9]. Esse procedimento corresponde à geração de seqüências independentes de variáveis aleatórias de Rayleigh correlatadas e de potência unitária ( $E[|\alpha_l^2(i)|] = 1$ ). Os parâmetros do canal usados em todos os experimentos são  $p_0 = 1$ ,  $p_1 = 0,5$  and  $p_2 = 0,3$ , e  $v = 80\text{km/h}$ .

Para utilização no filtro interpolador escolhemos apenas 3 elementos para uso em todas as situações. Um bom valor para  $\mathbf{v}$ , usado em [8], é  $\mathbf{v} = [0,5 \ 1,0 \ 0,5]$ . Contudo, essa abordagem não é ótima, uma vez que acreditamos que o interpolador deve-se ajustar às mudanças no cenário do sistema. Por este motivo, decidimos empregar um interpolador com 3 elementos e "otimizá-los", adequando-os aos diferentes cenários e procurando maximizar a SINR. Desta forma, fixamos o valor do elemento central do interpolador em 1 e variamos o valor de parâmetro  $a$  de 0,3 a 1,0 com intervalos de 0,01 em uma estrutura do tipo  $\mathbf{v} = [a \ 1,0 \ a]$ . A Figura 2 mostra o desempenho em termos de máxima SINR variando-se  $a$  em um ambiente com  $K = 8$  usuários.

A Figura 3 mostra o desempenho em termos de máxima SINR, variando-se o número de usuários, considerando o parâmetro  $a$  "otimizado" pelo procedimento descrito para a Figura 2 e um interpolador genérico  $\mathbf{v} = [0,5 \ 1,0 \ 0,5]$  usado em [8]. Os resultados indicam ganhos em termos de SINR de até 0,25 dB para  $L = 2$  e 0,5 para  $L = 4$ , para os interpoladores de 3 elementos otimizados. A Tabela 1 mostra os valores do parâmetro  $a$  otimizado para cada cenário. Para cada valor de  $a$  testado, a SINR foi obtida ao fazermos a média de 10 experimentos independentes com  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB.

A Figura 4 mostra o desempenho em termos de máxima SINR variando-se o número de usuários para diferentes receptores MMSE com posto reduzido e o receptor MMSE convencional, onde é invertida a matriz covariância da observação estimada por  $\mathbf{R}(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \mathbf{r}(j)\mathbf{r}^T(j)$ . Estas curvas são obtidas após a realização de 100 experimentos independentes. Para o método PC, realizamos uma decomposição em valores singulares (SVD) na estimativa da matriz covariância das observações atualizadas através de  $\mathbf{R}(i) = \lambda \mathbf{R}(i-1) +$

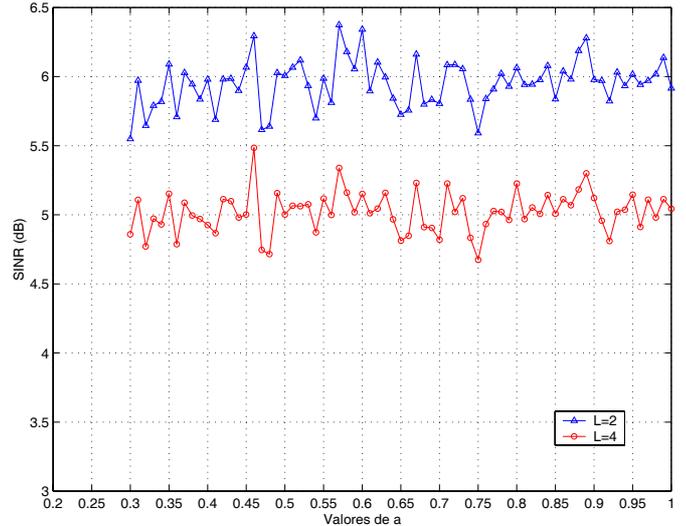


Fig. 2. Desempenho em termos de máxima SINR variando-se o parâmetro  $a$  do interpolador em um cenário com  $K=8$  usuários e  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB.

TABELA I  
VALORES DE  $a$  OTIMIZADOS PARA  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB.

Usuários	$a$ (L=2)	$a$ (L=4)
2	0,56	0,68
4	0,98	0,35
6	0,47	0,40
8	0,57	0,46
10	0,93	0,93
12	0,30	0,41
14	0,47	0,75
16	0,86	0,64

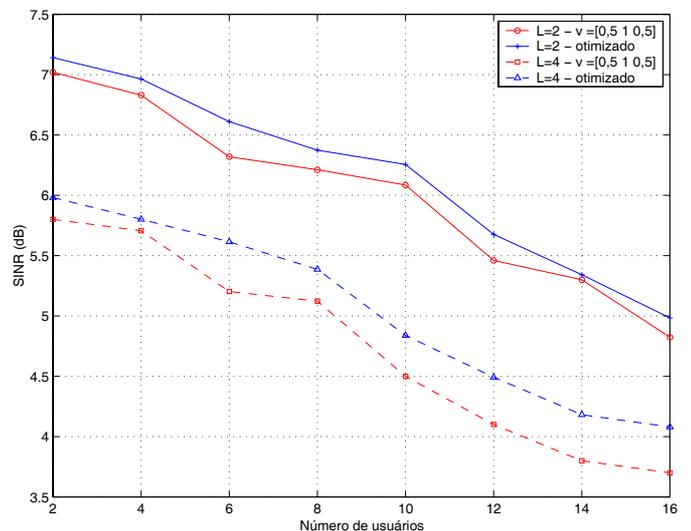


Fig. 3. Desempenho em termos de máxima SINR dos interpoladores otimizados,  $\mathbf{v} = [0,5 \ 1,0 \ 0,5]$  e  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB variando-se o número de usuários.

$\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^T(i)$ , onde  $\lambda = 0,995$  e em seguida projetamos o vetor recebido  $\mathbf{r}(i)$  em um espaço  $M$ -dimensional empregando a matriz de projeções  $\mathbf{S}_M(i)$ , cujas  $M$  colunas são os autovetores de  $\mathbf{R}(i)$  associados aos seus  $M$  maiores autovalores. Em

todas as simulações escolhemos o posto da matriz de projeção igual ao número de usuários ( $M = K$ ). Para a abordagem PD as  $M$  colunas de  $\mathbf{S}_M$  são segmentos não sobrepostos de  $s_k$ , conforme descrito em [5]. Note que para as técnicas de redução de posto propostas aqui a matriz de projeção é  $\mathbf{S}_M = (\mathbf{D}\mathbf{V})^T$  com  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{V}$  dados por (6) and (8), respectivamente, e  $M = (N + 1)/L$ . Os resultados da Figura 4 indicam que o receptor MMSE com filtro inteiro (MUD-MMSE) tem o melhor desempenho, seguido de perto pelo receptor MMSE com filtros interpolados e  $L = 2$  (MUD-MMSE-INT(L=2)), o MUD-MMSE-SUB-PD(M=16), o MUD-MMSE-INT(L=4), o MUD-MMSE-SUB-PD(M=8) e o MUD-MMSE-SUB-PC.

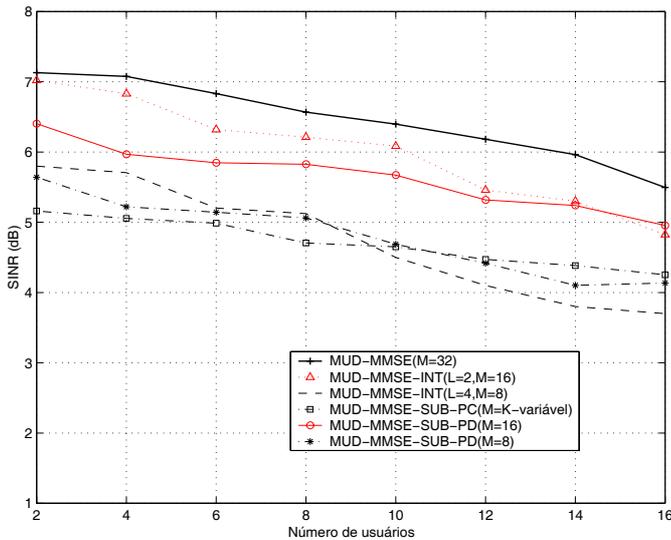


Fig. 4. Desempenho em termos de SINR com os interpoladores "otimizados",  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB e variando-se o número de usuários para diferentes receptores.

A convergência SINR dos receptores através da estimação da matriz covariância da observação, de cada uma das técnicas, ao longo de um dado número de símbolos é mostrada nas Figuras 5 e 6 para  $K = 8$  e  $K = 16$  usuários, respectivamente. Para obter estes resultados, foram realizados 100 experimentos independentes e calculadas as médias a fim de obter a SINR, que é calculada de acordo com  $SINR(i) = \frac{E[\mathbf{w}^T(i)\mathbf{r}(i)]^2}{Var[\mathbf{w}^T(i)\mathbf{r}(i)]}$  [1],[3]. As curvas indicam que as técnicas com posto reduzido são capazes de convergir mais rápido para o estado estacionário. Note que para o receptor MMSE com filtros interpolados e  $L = 2$  a SINR alcançada nos primeiros 50 símbolos é superior ao próprio receptor MMSE com filtro inteiro.

O desempenho dos receptores em termos da taxa de erro de bits (BER) é ilustrado na Figura 7 em uma situação onde varia-se o número de usuários. Para obtenção destas curvas, foram realizados 100 experimentos independentes onde os receptores estimaram as suas respectivas matrizes covariância utilizando 200 símbolos, em seguida o canal foi feito constante e a BER foi calculada com a transmissão de 1000 símbolos. Os resultados mostram que o receptor MUD-MMSE tem o melhor desempenho seguido de perto pelo MUD-MMSE-INT(L=2,M=16), o MUD-MMSE-SUB-PD(M=16), o MUD-MMSE-INT(L=4,M=8), o MUD-MMSE-SUB-PD(M=8) e o

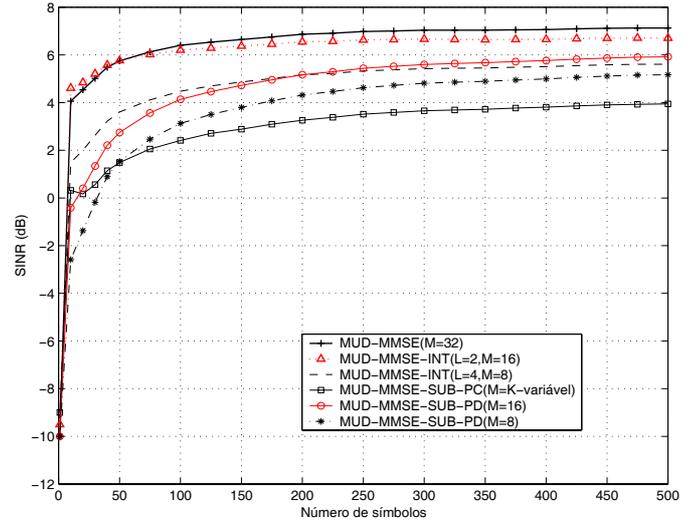


Fig. 5. Desempenho em termos de SINR em um cenário com  $K=8$  usuários e  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB.

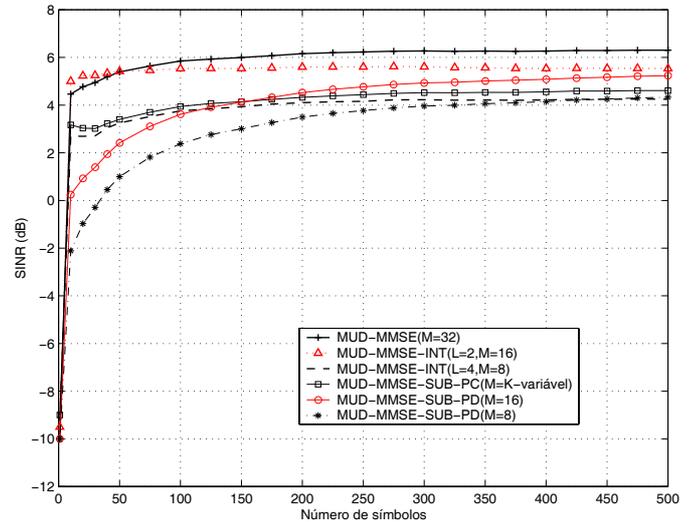


Fig. 6. Desempenho em termos de SINR em um cenário com  $K=16$  usuários e  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB.

MUD-MMSE-SUB-PC.

Em termos de complexidade computacional, o receptor MMSE interpolado (MUD-MMSE-INT) apresenta complexidade  $O((N/L)^3) = O(M^3)$ , necessária para inverter a sua matriz covariância das observações, o receptor MMSE convencional (MUD-MMSE) requer  $O(N^3)$ , o MUD-MMSE-PD necessita de  $O(M^3)$  (note que para uso desta técnica é necessário o conhecimento da seqüência de assinatura) e o MUD-MMSE-PC precisa realizar uma decomposição em valores singulares (SVD), resultando em uma complexidade bastante alta para um desempenho relativamente ruim.

## V. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram investigados receptores com posto reduzido baseados em filtros FIR interpolados para sistemas

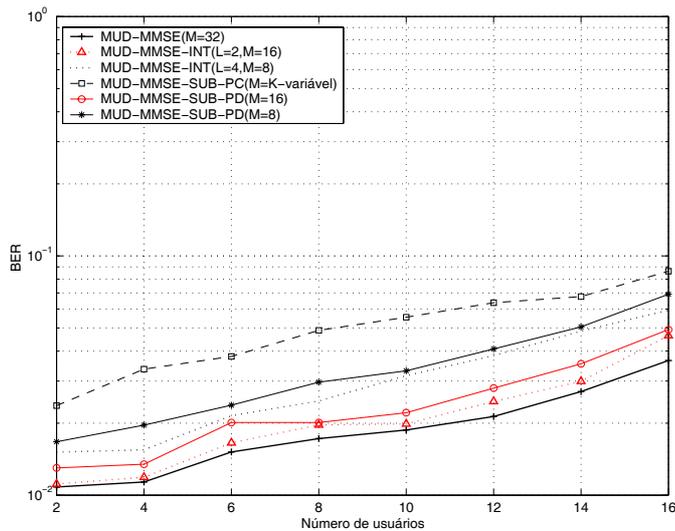


Fig. 7. Desempenho em termos da BER versus o número de usuários.

DS-CDMA. Simulações de computador mostraram que as estruturas propostas, ainda que menos complexas, são superiores em diferentes cenários aos métodos de redução de posto previamente apresentados na literatura. Técnicas para projeto de interpoladores com base no critério MMSE e receptores adaptativos (com interpoladores e receptores adaptativos) estão sendo investigadas.

#### REFERÊNCIAS

- [1] S. Verdu, *Multiuser Detection*, Cambridge, 1998.
- [2] M. Honig and M. K. Tsatsanis, "Adaptive techniques for multiuser CDMA receivers," *IEEE Sig. Proc. Magazine*, pp. 49-61, May 2000.
- [3] M. L. Honig and H. V. Poor, "Adaptive interference suppression," in *Wireless Communications: Signal Processing Perspectives*, H. V. Poor and G. W. Wornell, Eds. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1998, ch. 2, pp. 64-128.
- [4] A. M. Haimovich and Y. Bar-Ness, "An eigenanalysis interference canceler," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp. 76-84, Jan. 1991.
- [5] R. Singh and L. B. Milstein, "Interference suppression for DS/CDMA," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 47, pp. 446-453, March 1999.
- [6] Y. Neuvo, C. Y. Dong and S. K. Mitra, "Interpolated finite impulse response filters," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32, pp. 563-570, June 1984.
- [7] T. Saramäki, Y. Neuvo, and S. K. Mitra, "Design of Computationally Efficient Interpolated FIR Filters," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 35, No. 1, January 1988.
- [8] L. S. Resende, C. A. F. Rocha and M. G. Bellanger, "A Linearly Constrained Approach to the Interpolated FIR Filtering Problem", *IEEE Proc. Int. Conf. Acoust. Speech and Sig. Proc.*, 2000.
- [9] T. S. Rappaport, *Wireless Communications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.