

# Receptores Iterativos Semi-Cegos para Modulação Codificada Espaço-Temporal e Canais Seletivos Quasi-Estáticos

Richard Demo Souza<sup>1</sup> e Javier Garcia-Frias<sup>2</sup>

**Resumo**—Dois receptores iterativos semi-cegos para modulação codificada espaço-temporal e canais MIMO seletivos em frequência são analisados. Comparações, em termos de taxa de erro de bit e de esforço computacional, mostram que o receptor que faz uso de uma supertreliça para detecção e decodificação conjunta é uma alternativa mais atraente do ponto de vista computacional do que o receptor que faz uso de treliças separadas para os processos de detecção e decodificação.

**Palavras-Chave**—Estimação semi-cega, algoritmo EM, codificação espaço-temporal, detecção e decodificação conjunta.

**Abstract**—Two different iterative receivers for space-time coded data transmitted through frequency selective fading channels are analyzed. We compare the two schemes in terms of bit error rate and computational effort. Our results show that, in many cases, the supertrellis approach for combined detection and decoding can be a better compromise solution than the separate approach.

**Keywords**—Semi-blind estimation, EM algorithm, space-time coding, combined data detection and decoding.

## I. INTRODUÇÃO

Métodos iterativos para detecção e decodificação combinada para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) têm sido intensamente investigados desde a proposta dos códigos espaço-temporais por Tarokh *et al* [1]. Exemplos desta investigação são os trabalhos publicados em [2] e [3]. Outro tema de pesquisa em voga é o projeto de receptores cegos ou semi-cegos para canais com desvanecimento plano e desconhecido [4–7], onde o algoritmo da maximização da esperança [8] é utilizado para a estimação do canal.

Em [9] e [10] os autores estendem a proposta em [7] para o caso em que o canal além de desconhecido é seletivo em frequência. Assim o problema passou a ser de estimação, detecção e decodificação combinada, o que também é um avanço em relação a [2].

O objetivo deste trabalho é comparar as duas estruturas, de [9] e [10], em termos de complexidade computacional e taxa de erro de bit. A diferença entre as duas propostas é ora a utilização de uma supertreliça [11] para detecção

e decodificação conjunta [9], ora a utilização de treliças separadas para detecção e decodificação [10].

Este artigo é organizado da seguinte maneira. Na Seção II introduzimos o modelo do sistema. Na Seção III apresentamos os métodos de estimação de canal e da variância do ruído, que são comuns aos dois receptores. Na Seção IV comentamos sobre os dois métodos diferentes de detecção e decodificação. Na Seção V exploramos a combinação dos processos de estimação, detecção e decodificação de forma iterativa. Na Seção VI comparamos os dois receptores propostos e, por fim, na Seção VII apresentamos alguns comentários finais.

## II. MODELO DO SISTEMA

Considere um sistema de comunicação envolvendo  $N$  antenas transmissoras e  $M$  antenas receptoras, em um ambiente seletivo em frequência e com desvanecimento Rayleigh, como mostrado na Figura 1. O sinal recebido pela  $j$ -ésima antena no instante de tempo  $k$ ,  $x^j(k)$ , é dado por

$$x^j(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{d=0}^{D-1} \sqrt{E_S} s^i(k-d) h_{i,j}(d) + \eta^j(k), \quad (1)$$

onde  $s^i(k)$  é um símbolo de uma constelação  $m$ -PSK representando o dado codificado por um codificador espaço-temporal [1] que é transmitido pela antena  $i$  no instante  $k$ ; a entrada do codificador espaço-temporal no instante  $k$  é uma palavra binária de comprimento  $\log_2 m$ , denotada por  $u(k)$ ;  $\sqrt{E_S}$  é a energia média do sinal a ser transmitido;  $\eta^j(k)$  é um ruído Gaussiano complexo, branco, de média nula e variância  $N_0/2$  por dimensão; e

$$\mathbf{h}_{i,j} = [h_{i,j}(0) \ h_{i,j}(1) \ \dots \ h_{i,j}(D-1)]^T$$

é a representação FIR, de energia unitária, do canal seletivo em frequência entre as antenas  $i$  e  $j$ , onde  $h_{i,j}(d)$  são variáveis aleatórias Gaussianas complexas, independentes e identicamente distribuídas, com média nula, e variância  $\sigma_d^2$ , onde  $\sum_{d=0}^{D-1} \sigma_d^2 = 1$ , e o sobrescrito  $T$  denota transposição. Os desvanecimentos  $h_{i,j}(d)$  são constantes durante a duração de um *frame*, e mudam independentemente de um *frame* para outro.

Nos será útil expandir essas definições para um modelo matricial no qual os sinais  $x^j(k)$  recebidos em cada uma das  $M$  antenas no instante  $k$  podem ser expressos por:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{h} + \boldsymbol{\eta}_k, \quad (2)$$

<sup>1</sup> Grupo de Pesquisa em Comunicações, GPqCom - EEL - CTC - UFSC, Florianópolis - SC, e-mail: richard@eel.ufsc.br. Este trabalho foi financiado em parte pelo CNPq, através da bolsa de Doutorado 141577/2001-0, e pela CAPES através da bolsa de Doutorado Sanduíche BEX2506/02-5.

<sup>2</sup> Department of Electrical and Computer Engineering, University of Delaware, Newark - DE, USA, e-mail: jgarcia@mail.eecis.udel.edu. This work was partially supported by NSF CARRER/PECASE Award CCR-0093215.

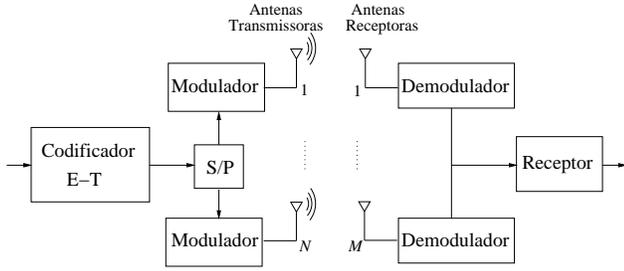


Fig. 1. Modelo do sistema de comunicação com codificação espaço-temporal.

onde  $\mathbf{x}_k$  é um vetor  $M \times 1$ ,  $\mathbf{S}_k = \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{s}_k^T$  é uma matriz  $M \times NMD$ ,

$$\mathbf{s}_k = [s^1(k) \cdots s^1(k-D-1) \ s^2(k) \cdots s^2(k-D-1)]^T$$

é o vetor de dados  $ND \times 1$ ,  $\mathbf{I}_M$  é a matriz identidade  $M \times M$ ,  $\otimes$  é o produto direto,

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_{1,1}^T \ \mathbf{h}_{2,1}^T \ \cdots \ \mathbf{h}_{N,M}^T]^T$$

é o vetor de canal  $NMD \times 1$ , e

$$\boldsymbol{\eta}_k = [\eta^1(k) \ \eta^2(k) \ \cdots \ \eta^M(k)]^T$$

é o vetor de ruído  $M \times 1$ .

Em termos de um *frame* tendo  $L$  símbolos, as equações anteriores podem ser reescritas como:

$$\mathbf{x} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \boldsymbol{\eta}, \quad (3)$$

onde

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T \ \cdots \ \mathbf{x}_L^T]^T$$

é um vetor  $LM \times 1$ ,

$$\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1^T \ \mathbf{S}_2^T \ \cdots \ \mathbf{S}_L^T]^T$$

é uma matriz  $LM \times NMD$ , e

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T \ \boldsymbol{\eta}_2^T \ \cdots \ \boldsymbol{\eta}_L^T]^T$$

é o vetor de ruído  $LM \times 1$ .

### III. ESTIMAÇÃO DO CANAL E DA VARIÂNCIA DO RUÍDO

#### A. Estimação de Canal

Suponha que os coeficientes,  $\mathbf{h}$ , do canal sejam desconhecidos. A solução de máxima-a-posteriori para estimação destes coeficientes é dada por:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \max_{\mathbf{h}} p(\mathbf{h}|\mathbf{x}). \quad (4)$$

Tal maximização pode ser simplificada se considerarmos o algoritmo da Maximização da Esperança (EM) [8], onde  $\mathbf{x}$  são os dados incompletos,  $\mathbf{S}$  são os dados complementares, e  $\mathbf{y} = \{\mathbf{x}, \mathbf{S}\}$  são os dados completos. Assim, de acordo com [8], a seguinte maximização de probabilidade a posteriori:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \max_{\mathbf{h}} p(\mathbf{h}|\mathbf{y}), \quad (5)$$

será realizada mais facilmente do que (4).

Usando a regra de Bayes podemos escrever a função de verossimilhança  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y})$  na forma logarítmica como:

$$\mathcal{L} = \log p(\mathbf{S}|\mathbf{h}) + \log p(\mathbf{x}|\mathbf{S}, \mathbf{h}) + \log p(\mathbf{h}), \quad (6)$$

onde consideramos apenas os termos que dependem de  $\mathbf{h}$ . A substituição de  $p(\mathbf{h}|\mathbf{y})$  por (6) em (5) geralmente simplifica a operação de maximização, sem perda de otimalidade.

Uma vez que  $\mathbf{S}$  é desconhecida, nós consideramos primeiro a esperança de (6) em relação a  $\mathbf{S}$ , e então sua maximização para obter a estimativa  $\hat{\mathbf{h}}$ . Seguindo a notação de [8], a esperança é dada por:

$$Q(\mathbf{h}|\hat{\mathbf{h}}^l) = E_{\mathbf{S}} \left[ \log p(\mathbf{x}|\mathbf{S}, \mathbf{h}) | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^l \right] + \log p(\mathbf{h}), \quad (7)$$

onde  $\hat{\mathbf{h}}^l$  é a estimativa atual do canal. A função densidade de probabilidade dos dados recebidos,  $\mathbf{x}$ , é:

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{S}, \mathbf{h}) = \pi^{-ML} N_0^{-1} \exp \left[ -(\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h})^H N_0^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}) \right], \quad (8)$$

onde o sobrescrito  $H$  significa transposta Hermitiana. A função densidade de probabilidade conjunta do canal MIMO é:

$$p(\mathbf{h}) = \pi^{-NMD} |\mathbf{K}|^{-1} \exp \left[ \mathbf{h}^H \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h} \right], \quad (9)$$

onde  $\mathbf{K}$  é a matriz de covariância  $NMD \times NMD$ :

$$\mathbf{K} = E_{\mathbf{h}} \left[ \mathbf{h}\mathbf{h}^H \right]. \quad (10)$$

Substituindo (8) e (9) em (7), e ignorando algumas constantes, obtemos:

$$Q(\mathbf{h}|\hat{\mathbf{h}}^l) = -E_{\mathbf{S}} \left[ (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h})^H N_0^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{h}) | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^l \right] - \mathbf{h}^H \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}. \quad (11)$$

Seja a nova estimativa de canal definida como

$$\hat{\mathbf{h}}^{l+1} = \arg \max_{\mathbf{h}} Q(\mathbf{h}|\hat{\mathbf{h}}^l), \quad (12)$$

a qual pode ser encontrada derivando-se (11) em relação a  $\mathbf{h}^H$  e igualando-se a zero, o que resulta em:

$$\hat{\mathbf{h}}^{l+1} = (N_0^{-1} E_{\mathbf{S}} [\mathbf{S}^H \mathbf{S}] + \mathbf{K}^{-1})^{-1} \cdot N_0^{-1} \cdot E_{\mathbf{S}} [\mathbf{S}^H] \cdot \mathbf{x}. \quad (13)$$

Supondo disponível uma estimativa da variância do ruído, é necessário obter uma primeira estimativa de  $E_{\mathbf{S}} [\mathbf{S}^H \mathbf{S}]$  e  $E_{\mathbf{S}} [\mathbf{S}^H]$ , para garantir que o algoritmo EM possa fornecer uma estimativa do canal. As probabilidades necessárias para o cálculo dos valores esperados são obtidas considerando-se que os primeiros  $T_r$  símbolos do *frame* de comprimento  $L$  são conhecidos. Com esta suposição, na iteração  $l = 1$  os primeiros  $T_r$  símbolos têm probabilidades conhecidas e os outros  $L - T_r$  símbolos são igualmente prováveis. Entretanto, com esta estratégia semi-cega de estimação, a relação sinal ruído efetiva é reduzida. Se nós levarmos em conta a perda relativa à seqüência de treinamento, então:

$$\text{SNR}_{\text{eff}} = \text{SNR} \times \frac{L - T_r}{L}. \quad (14)$$

### B. Estimação da Variância do Ruído

Supondo que no final da iteração  $l$  uma nova estimativa do canal,  $\hat{\mathbf{h}}^{l+1}$ , e um conjunto de probabilidades a posteriori dos símbolos transmitidos em cada antena,  $P(s^n(k) = s^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^{l+1})$ ,  $i = 0 \dots 2^m$ , estejam disponíveis, a variância do ruído pode ser estimada como sendo:

$$\hat{N}_0^{l+1} = \frac{1}{LM} \left| \left( \mathbf{x} - \mathbb{E}_S \left[ \mathbf{S} | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^{l+1}, \hat{N}_0^l \right] \hat{\mathbf{h}}^{l+1} \right) \right|^2, \quad (15)$$

onde  $\hat{N}_0^l$  é a estimativa anterior. A fim de prover uma estimativa inicial para ser usada na primeira iteração, consideramos  $\hat{N}_0^1$  como o valor médio quadrático do sinal recebido dividido por 2, o que, como em [7], sempre superestima a variância.

### IV. DETECÇÃO E DECODIFICAÇÃO

A estimação de canal e da variância requer o conhecimento de  $\mathbb{E}_S [\mathbf{S}^H \mathbf{S}]$  e  $\mathbb{E}_S [\mathbf{S}^H]$ . A fim de se obter as probabilidades necessárias para o cálculo das esperanças, nós consideramos o uso de dois procedimentos diferentes de detecção e decodificação com saída suave, baseado num algoritmo BCJR [12] modificado para codificação espaço-temporal apresentado em [13].

#### A. Supertreliça

O primeiro procedimento a ser considerado faz o que chamamos de detecção e decodificação conjunta, onde o modelo Markoviano representando o canal com IES, com  $m^{D-1}$  estados, é combinado com a treliça que representa o código espaço-temporal. Assim, cada um dos estados da treliça do código dá origem a  $m^{D-1}$  estados na treliça combinada. Esta treliça resultante é chamada de supertreliça, como em [11].

Uma vez determinada a supertreliça, com base nas atuais estimativas do canal e da variância do ruído, podemos determinar as equações iterativas, conforme apresentado em [9], para o cálculo das probabilidades  $P(s^n(k) = s^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}})$  e  $P(u(k) = u^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}})$ , que serão utilizadas, respectivamente, para o cálculo das esperanças e para a decisão final com base no critério de máxima-a-posteriori.

#### B. Treliças Separadas

No segundo método nós consideramos um processo iterativo de detecção e decodificação em dois estágios, como em [2]. Porém, neste caso é importante notar que devemos introduzir um *interleaver* entre a codificação e a transmissão dos dados [2], [3]. Note também que a regra do *interleaver* deve ser a mesma para cada uma das antenas a fim de se manter as propriedades do código espaço-temporal.

Neste processo em duas etapas o primeiro passo consiste na detecção dos símbolos usando-se a treliça do canal, que tem  $(m^N)^{D-1}$  estados [15]. No final do processo de detecção é determinado um novo conjunto de probabilidades a posteriori dos símbolos transmitidos em cada uma das antenas. A seguir, esse novo conjunto de probabilidades é utilizado para gerar a informação extrínseca que será passada para o decodificador.

No segundo passo a decodificação é realizada sobre a treliça do código espaço-temporal. A decodificação faz uso

da informação extrínseca obtida do detector e refina as probabilidades a posteriori dos símbolos transmitidos em cada uma das antenas. As equações iterativas para a detecção e a decodificação sobre treliças separadas podem ser encontradas em [10].

### V. COMBINAÇÃO DA ESTIMAÇÃO, DETECÇÃO E DECODIFICAÇÃO

A combinação dos três processos: estimação do canal, detecção/decodificação, e estimação da variância é feita de forma iterativa. Cada iteração  $l$  consiste em três passos. O primeiro passo produz uma nova estimativa do canal,  $\hat{\mathbf{h}}^{l+1}$ , através do algoritmo de maximização da esperança (EM), baseado nas probabilidades a posteriori dos símbolos transmitidos,  $P(s^n(k) = s^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^l)$ , fornecida pelo detector/decodificador, e da estimativa da variância do ruído,  $\hat{N}_0^l$ , ambas obtidas após a iteração  $l - 1$ .

No segundo passo, o detector/decodificador, que pode ser implementando através da supertreliça ou das treliças separadas, produz um novo conjunto de probabilidades a posteriori,  $P(s^n(k) = s^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^{l+1})$ , baseado na estimativa de canal,  $\hat{\mathbf{h}}^{l+1}$ , produzida no primeiro passo da iteração  $l$ , e na estimativa da variância do ruído,  $\hat{N}_0^l$ , produzida ao final da iteração  $l - 1$ .

Este novo conjunto de probabilidades a posteriori e a nova estimativa de canal serão usadas no terceiro e último passo da iteração  $l$  na obtenção da nova estimativa da variância do ruído,  $\hat{N}_0^{l+1}$ . Na Figura 2 nós apresentamos um diagrama de blocos que resume as interações entre os três estágios do receptor iterativo.

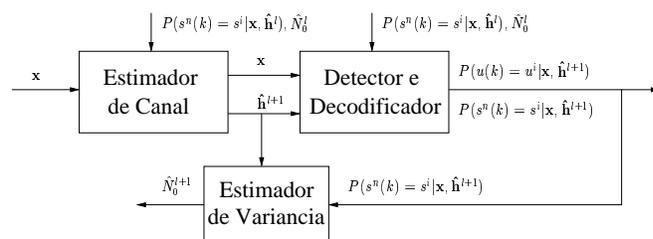


Fig. 2. Diagrama de blocos para os esquemas de recepção.

Ao final do segundo passo da última iteração,  $l_f$ , o detector/decodificador produzirá as probabilidades a posteriori dos dados de entrada do codificador,  $P(u(k) = u^i | \mathbf{x}, \hat{\mathbf{h}}^{l_f})$ , as quais serão utilizadas na decisão final sob o critério de máxima-a-posteriori.

### VI. COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTRUTURAS

Nesta seção nós comparamos as propostas de recepção em [9], que faz uso da supertreliça, e em [10], que considera treliças separadas para detecção e decodificação. Nós utilizaremos duas figuras de mérito. A primeira é a complexidade de treliça [14], que está relacionada com o esforço computacional. E a segunda é a taxa de erro de bit, que para uma determinada qualidade de serviço, está relacionada com a energia a ser dispendida no transmissor. O objetivo é encontrar alguma forma de relação custo-benefício a fim de poder comparar as duas estruturas.

### A. Complexidade de Treliça

McEliece e Lin definiram a complexidade de treliça em [14], a qual está diretamente relacionada com o esforço computacional que um algoritmo do tipo Viterbi ou BCJR requer para decodificar um bit, dado um determinado módulo de treliça [14]. Muito embora a definição de complexidade de treliça tenha sido apresentada para códigos binários, nós extrapolaremos seu uso para os códigos espaço-temporais. Em especial, nos concentraremos na contagem total de ramos de um determinado módulo de treliça [14], desconsiderando o número de bits associados com o rótulo de cada ramo, que será o mesmo para todas as treliças a serem consideradas.

Em geral, se a treliça de um código tem  $\sigma_{code}$  estados e  $e_{code}$  ramos por estado, então a supertreliça, que engloba o modelo Markoviano do canal com IES e a treliça do código, terá um total de

$$(\sigma_{code} \times m^{D-1}) \times e_{code} \quad (16)$$

ramos.

Por outro lado, as treliças separadas terão contagem total de ramos igual a

$$\left( (m^N)^{D-1} \times m^N \right) + (\sigma_{code} \times e_{code}). \quad (17)$$

Como  $\left( (m^N)^{D-1} \times m^N \right)$  será normalmente maior do que  $(\sigma_{code} \times (m^{D-1} - 1)) \times e_{code}$ , nós podemos afirmar que o uso da supertreliça demanda um menor esforço computacional do que o uso de treliças separadas.

Vamos considerar agora um exemplo específico, onde o código espaço-temporal a ser considerado é o 4-PSK 8-estados projetado por Tarokh *et al* [1], e o comprimento da IES é  $D = 2$ . Ao construir a supertreliça que combina o modelo Markoviano do canal com IES e a treliça do código, cada estado da treliça do código é repartido em  $m^{D-1} = 4$  estados. Desta forma a treliça resultante, que pode ser vista na Figura 3, terá contagem total de ramos igual a  $32 \times 4 = 128$ .

No caso das treliças separadas, nós primeiros construímos a treliça para o canal, com  $(m^N)^{D-1} = (4^2)^1 = 16$  estados, e  $m^N = 4^2 = 16$  ramos saindo de cada estado, cujo módulo pode ser visto na Figura 4. O total de ramos é de  $16 \times 16 = 256$ . A seguir temos que considerar a treliça do código, que pode ser vista na Figura 5, e cuja contagem de ramos é de  $8 \times 4 = 32$ . Assim, a contagem total de ramos para os dois módulos é de  $256 + 32 = 288$ , o que é mais do que duas vezes a contagem de ramos da supertreliça. Assim, de acordo com [14], o esforço computacional requerido pela supertreliça é de menos da metade do requerido pelas treliças separadas.

Porém, não se pode chegar a uma conclusão definitiva com base no exposto acima. Como os dois receptores considerados são iterativos, é necessário saber quantas iterações de cada um são necessárias para se obter a convergência. Ou seja, nas condições do exemplo acima, podemos considerar uma contagem de ramos total no caso da supertreliça ( $CT_{super}$ ) como sendo:

$$CT_{super} = l' \times 128, \quad (18)$$

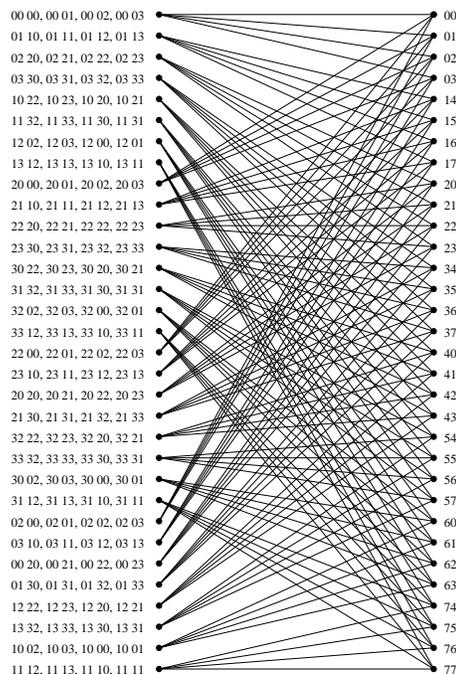


Fig. 3. Supertreliça para o esquema de detecção e decodificação conjunta, usando o 2-código espaço-temporal 4-PSK 8-estados projetado por Tarokh *et al* [1]. Os símbolos no lado esquerdo representam os rótulos dos ramos e os símbolos à direita representam os estados da treliça, seguindo a notação introduzida em [1].

onde  $l'$  é o número de iterações necessárias para convergência. Para o caso das treliças separadas podemos definir analogamente:

$$CT_{sep} = l'' \times 288. \quad (19)$$

A seguir nós investigamos, por simulação, o número de iterações,  $l'$  e  $l''$ , necessárias para cada receptor, assim como os seus desempenhos em termos de taxa de erro de bit.

### B. Taxa de Erro de Bit

Nesta seção nós consideramos o mesmo código espaço-temporal 4-PSK 8-estados e o comprimento da IES de  $D = 2$ , utilizados na seção anterior. A idéia é determinar o desempenho em termos de taxa de erro de bit para os dois receptores em questão, aquele que faz uso da supertreliça e aquele que considera as treliças separadas.

Uma vez que a introdução dos símbolos de treinamento diminui a relação sinal ruído efetiva, um número maior de símbolos de treinamento não vai necessariamente resultar num melhor desempenho. O comprimento ótimo do treinamento para o caso da supertreliça foi determinado em [9], e é igual a  $T_r' = 12$  símbolos. Para o caso das treliças separadas o comprimento ótimo, determinado em [10], é igual a  $T_r'' = 22$  símbolos. As simulações a seguir fazem uso de  $T_r'$  ou de  $T_r''$ , de acordo com o caso.

A Figura 6 mostra a taxa de erro de bit (BER) versus a relação sinal ruído (SNR) em dB's, para o caso do canal plano (sem interferência entre os símbolos), para o receptor proposto usando uma supertreliça para detecção e decodificação

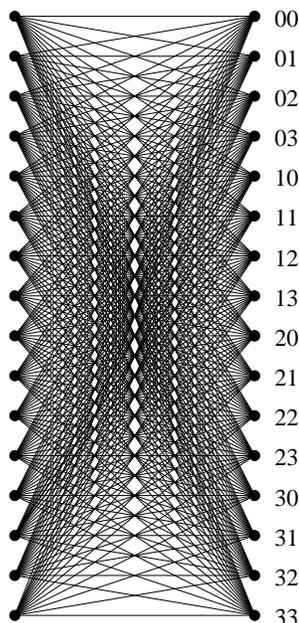


Fig. 4. Treliça para o canal com IES, considerando-se  $N = 2$  antenas transmissoras e comprimento da interferência  $D = 2$ . Os símbolos à direita representam os estados da treliça. Os rótulos dos ramos são complexos e são determinados em função dos coeficientes do canal.

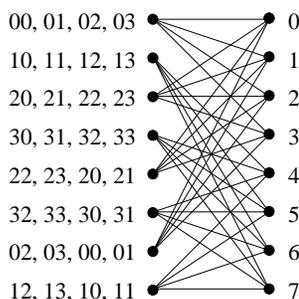


Fig. 5. Treliça para o 2-código espaço temporal, 4-PSK 8-estados, projetado por Tarokh *et al* [1]. Os símbolos no lado esquerdo representam os rótulos dos ramos e os símbolos à direita representam os estados da treliça, seguindo a notação introduzida em [1].

conjunta, e para o receptor proposto usando treliças separadas para detecção e decodificação. Nos três casos, o sistema tem  $N = 2$  antenas transmissoras e  $M = 1$  antena receptora, e para os dois últimos casos o canal é seletivo em frequência e o comprimento da IES é  $D = 2$ . O receptor usando uma supertreliça precisou de  $l' = 3$  iterações para convergir, ao passo que para o receptor que usa treliças separadas precisamos de  $l'' = 8$  iterações. A Figura 7 contém a mesma simulação, mas para o caso de  $M = 2$  antenas receptoras.

Assim, seguindo a definição introduzida na seção anterior:

$$CT_{super} = 3 \times 128 = 384 \quad (20)$$

ramos e

$$CT_{sep} = 8 \times 288 = 2304 \quad (21)$$

ramos, ou seja, a contagem total para o caso da supertreliça é 6 vezes menor do que para as treliças separadas.

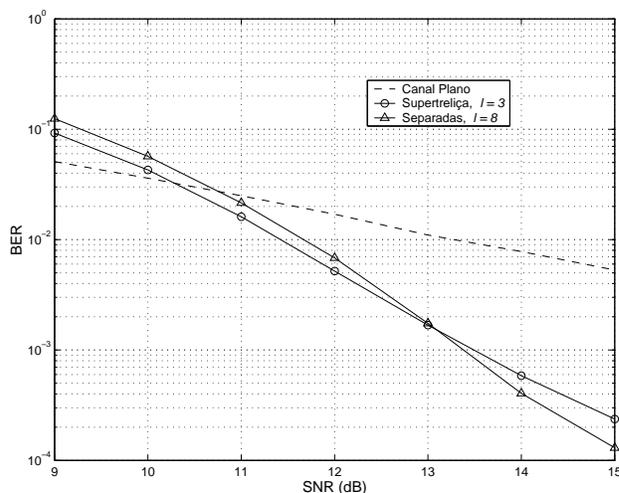


Fig. 6. Taxa de erro de bit (BER) versus relação sinal ruído (SNR) para  $N = 2$  antenas transmissoras,  $M = 1$  antena receptora, e comprimento da IES de  $D = 2$  para o receptor proposto usando uma supertreliça após  $l = 3$  iterações (Supertreliça -  $l = 3$ ), e para o receptor proposto usando treliças separadas após  $l = 8$  iterações (Separadas -  $l = 8$ ). Na figura também é mostrada a BER para o canal plano, onde  $D = 1$ .

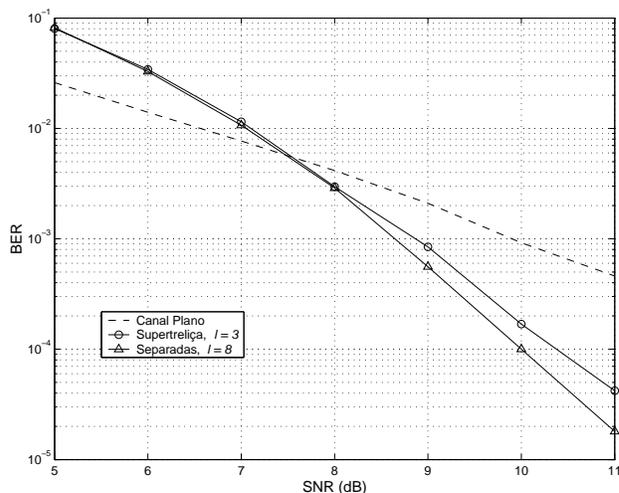


Fig. 7. Taxa de erro de bit (BER) versus relação sinal ruído (SNR) para  $N = 2$  antenas transmissoras,  $M = 2$  antena receptora, e comprimento da IES de  $D = 2$  para o receptor proposto usando uma supertreliça após  $l = 3$  iterações (Supertreliça -  $l = 3$ ), e para o receptor proposto usando treliças separadas após  $l = 8$  iterações (Separadas -  $l = 8$ ). Na figura também é mostrada a BER para o canal plano, onde  $D = 1$ .

A diferença de grau de diversidade entre as curvas para o receptor utilizando a supertreliça e para o receptor utilizando treliças separadas fica evidente nas Figuras 6 e 7. Esse resultado já era esperado e foi antecipado pelos autores de [3], onde ficou demonstrado que o receptor que usa uma supertreliça exige, para atingir o máximo nível de diversidade, um código espaço temporal com um número mínimo de estados maior do que o que exige um receptor usando treliças separadas. Em outras palavras, o exemplo em questão insere uma “punição” em termos de BER no desempenho do receptor usando uma supertreliça.

Assim, em termos de taxa de erro de bit, o receptor usando

treliças separadas, a partir de uma dada relação sinal ruído, obteve um desempenho superior ao do receptor usando uma supertreliça, e essa diferença apresenta a tendência de aumentar com a SNR devido à disparidade de graus de diversidade.

## VII. COMENTÁRIOS FINAIS

Com base nos resultados das seções VI-A e VI-B, e tomando a liberdade de desconsiderar a complexidade relativa à estimação de canal e da variância do ruído, podemos dizer que o receptor que utiliza treliças separadas para detecção e decodificação requer seis vezes mais esforço computacional do que o receptor que usa uma supertreliça.

Os resultados das simulações mostram que, para as faixas de relação sinal ruído consideradas, a diferença em termos de taxa de erro de bit é pouco significativa entre os dois receptores. Assim, numa operação a uma BER de  $10^{-3}$  por exemplo, que é típica para aplicações de voz [16], o receptor com uma supertreliça, além de apresentar o mesmo desempenho, ainda é consideravelmente menos complexo do que o receptor usando treliças separadas.

Como o grau de diversidade que os dois receptores podem alcançar pode ser diferente, como no caso das simulações, a diferença relativa de desempenho aumenta com a relação sinal ruído. Porém, um aumento de complexidade da ordem de seis vezes, como a do exemplo considerado, requer uma diferença de desempenho de alguns dB's para se fazer justificável.

Num caso onde os dois receptores podem atingir o mesmo grau de diversidade, como para o código 4-PSK 16-estados projetado em [3], a diferença de desempenho foi de apenas 1 dB<sup>1</sup>. Dada a diferença de velocidade de convergência do processo iterativo como um todo, que magnifica a diferença de complexidade computacional, fica evidente a vantagem em termos de custo benefício dada pela opção da supertreliça.

Considere agora o mínimo número de estados definido em [3],  $\sigma_{code} = 4$ , que o receptor com treliças separadas precisaria para atingir a máxima diversidade no caso do comprimento da IES ser  $D = 2$ . Neste caso,  $CT_{sep} = l'' \times 128$ . Novamente, de acordo com [3], o receptor com uma supertreliça precisaria de no mínimo  $\sigma_{code} = 16$ . Agora  $CT_{super} = l' \times 256$ . Uma vez que para o processo iterativo completo, abrangendo estimação, detecção e decodificação ficou demonstrado, pelos resultados de [9], [10], que  $l'' > 2 \times l'$ , então nem assim o receptor com treliças separadas seria menos complexo do que o receptor com uma supertreliça. E note que neste caso o receptor com a supertreliça teria um desempenho em termos de BER melhor do que o receptor com treliças separadas, devido ao maior número de estados [3].

Finalizando, fica claro pelos resultados obtidos neste trabalho, e em [9], [10], que a opção pela supertreliça é, para a maioria dos casos, mais vantajosa em termos de esforço computacional do que a opção pelas treliças separadas, pagando-se um custo muito pequeno em termos de desempenho.

## REFERÊNCIAS

- [1] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, No. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [2] G. Bauch and A. F. Naguib, "MAP equalization of space-time coded signals over frequency selective channels," *IEEE WCNC'99*, New Orleans, USA, Sep. 1999.
- [3] Y. Liu, M. P. Fitz, and O. Y. Takeshita, "Space-time performance criteria and design for frequency selective fading channels," *IEEE ICC'01*, Helsinki, Finlandia, May 2001.
- [4] C. Cozzo, B. L. Hughes, "An iterative receiver for space-time communications," *34th Annual Conference on Information Sciences and Systems - CISS'00*, Princeton, USA, Mar. 2000.
- [5] Y. Li, C. N. Georghiadis, and G. Huang, "Iterative maximum-likelihood sequence estimation for space-time coded systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, No. 6, pp. 948-951, June 2001.
- [6] Z. Baranski, A. M. Haimovich, and J. Garcia-Frias, "Iterative channel estimation and sequence detection for space-time coded data," *36th Annual Conference on Information Sciences and Systems - CISS'02*, Princeton, USA, Mar. 2002.
- [7] Z. Baranski, A. M. Haimovich, and J. Garcia-Frias, "EM-Based iterative receiver for space-time coded modulation with noise variance estimation," *IEEE Globecom 2002*, Taipei, Taiwan, Nov. 2002.
- [8] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin, "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm," *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. B39, p. 1-38, 1977.
- [9] R. D. Souza, J. Garcia-Frias, and A. M. Haimovich, "An iterative receiver for joint data detection and decoding for space-time coded data over unknown quasi-static ISI channels," *37th Annual Conference on Information Sciences and Systems - CISS'03*, The Johns Hopkins University, Baltimore, USA, Mar. 2003.
- [10] R. D. Souza, J. Garcia-Frias, and A. M. Haimovich, "A semi-blind receiver for iterative data detection and decoding of space-time coded data," em preparação.
- [11] J. Garcia-Frias and J. D. Villasenor, "Combined turbo detection and decoding for unknown channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, No. 1, pp. 79-85, Jan. 2003.
- [12] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. IT-20, pp. 284-287, Mar. 1974.
- [13] D. Cui, A. Haimovich, and H. Chen, "Parallel concatenated turbo multiple antenna coded modulation: principles and performance," *Wiley Journal on Wireless Communications and Mobile Computing. Special Issue: Adaptive Antennas and MIMO Systems*, vol. 2, pp. 735-751, Nov. 2002.
- [14] R. J. McEliece and W. Lin, "The trellis complexity of convolutional codes," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 42, No. 6, pp. 1855-1864, Nov. 1996.
- [15] N. Al-Dhahir, "Overview and comparison of equalization schemes for space-time-coded signals with application to EDGE," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, No. 10, pp. 2477-2488, Oct. 2002.
- [16] J. C. S. Cheung, M. A. Beach, and J. P. McGeehan, "Network planning for the third-generation mobile radio system," *IEEE Commun. Magazine*, pp. 54-59, 1994.

<sup>1</sup>Note que em [3] não é considerada a estimação de canal nem da variância do ruído.