

Quantização Codificada por Treliças Utilizando o Princípio Turbo

José F. L. de Oliveira, Gelson V. Mendonça e Eduardo A. B. da Silva

Resumo— A modulação codificada por treliças (TCM – *Trellis-Coded Modulation*) aumentou expressivamente o desempenho de sistemas de transmissão de dados. A quantização codificada por treliças (TCQ – *Trellis-Coded Quantisation*), cujo desempenho em termos de taxa de distorção é excelente para diversas fontes, foi proposta com base na TCM. Recentemente, a turbo modulação codificada por treliças (TTCM – *Turbo TCM*) aumentou significativamente o desempenho da TCM. Este artigo investiga um esquema de turbo quantização baseado na TTCM. A principal motivação para tal investigação é o excelente desempenho da TCQ. A turbo quantização é desenvolvida, seu desempenho é analisado e são apresentadas as conclusões.

Palavras-Chave— Modulação Codificada, Quantização Codificada, Códigos Turbo, Turbo Quantização.

Abstract— Trellis-coded modulation (TCM) has expressively improved the performance of data transmission systems. Trellis-coded quantisation (TCQ), whose performance in terms of rate distortion is excellent for several sources, was proposed based on TCM. Recently, turbo trellis-coded modulation (TTCM) has significantly improved the performance of TCM. This paper investigates a turbo quantisation scheme based on TTCM. The main motivation for such investigation is the excellent performance of TCQ. Turbo quantisation is developed, its performance is analysed and the conclusions are presented.

Keywords— Coded Modulation, Coded Quantisation, Turbo Codes, Turbo Quantisation.

I. INTRODUÇÃO

Em 1993, Berrou et al. [1] apresentaram os códigos turbo, um nova e prática técnica de codificação de canal que permitiu, pela primeira vez, obter uma taxa de transmissão num canal ruidoso próxima do limite de Shannon. Logo, esta impressionante característica inspirou o desenvolvimento de outros esquemas que tinham por objetivo aumentar a eficiência espectral dos códigos turbo. Nesta classe de códigos, encontra-se a TTCM, proposta por Robertson et al. [2], [3]. Eles empregaram dois codificadores de Ungerboeck [4], numa estrutura similar àquela dos códigos turbo resultando num código mais eficiente.

Como a TCM [4] foi utilizada na elaboração de um esquema de quantização eficiente como a TCQ [5], seria natural construir um turbo quantizador codificado por treliças, TTCQ (*Turbo TCQ*), a partir da estrutura do turbo modulador proposta por Robertson et al. [2], [3]. Visto que a TTCM produziu resultados notadamente superiores aos da TCM, conjecturou-se que a TTCQ poderia produzir resultados melhores que os da TCQ.

José F. L. de Oliveira, Gelson V. Mendonça e Eduardo A. B. da Silva, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Caixa Postal 68504, CEP: 21945-970, Rio de Janeiro, RJ - Brasil. E-mail: eduardo@lps.ufjf.br.

Neste artigo, será investigado se, de fato, a TTCQ, proposta com base na TTCM, terá um desempenho superior ao da TCQ. Para tanto, na seção 2, são apresentados os conceitos básicos relativos à TTCM e as estruturas do codificador e do decodificador são descritas. Na seção 3, descreve-se o esquema da TTCQ. Na seção 4, são mostrados os resultados obtidos pela TTCQ que são, na sua maioria, de natureza experimental. Finalmente, na seção 5, apresentam-se as conclusões.

II. TURBO TCM

Uma importante característica dos códigos turbo é a utilização simples de códigos convolucionais sistemáticos e recursivos num esquema de concatenação paralela, sendo que a utilização de um permutador pseudo-aleatório assegura uma baixa probabilidade de erro [3]. Porém, o mais importante é o fato de que os códigos turbo podem ser decodificados iterativa e eficientemente. Por outro lado, os códigos de Ungerboeck combinam codificação e modulação maximizando a distância Euclidiana mínima entre as palavras código acarretando uma alta eficiência espectral. A TTCM procura reunir num único esquema de codificação as características dos códigos de Ungerboeck e dos códigos turbo. Basicamente, Robertson et al. [3] substituem os dois codificadores convolucionais dos códigos turbo por dois codificadores de Ungerboeck idênticos.

A. O Codificador

Na figura 1a, tem-se o diagrama de blocos do codificador da TTCM. Ele é composto por dois codificadores convolucionais sistemáticos recursivos seguidos por mapeadores que selecionam o sinal modulado a ser transmitido pelo canal. Cada codificador convolucional produz um *bit* de paridade para cada grupo de m *bits* de entrada, gerando localmente um código de taxa $m/(m+1)$ de forma análoga à TCM. No caso particular, que será de interesse para a TTCQ, em que se emprega um modulador ASK (*Amplitude Shift Keying*), somente um dos m *bits* de cada símbolo do vetor $\mathbf{u} = [u_0 u_1 \dots u_{N-1}]$ será codificado. Ou seja, sendo $u_i = (u_i^{m-1} \dots u_i^1 u_i^0)$ um dos símbolos composto por m *bits* do vetor de entrada \mathbf{u} , somente o *bit* u_i^0 será codificado, da mesma forma como é feito na TCM. Isto é ilustrado na figura 1b, onde o polinômio $g^0(D)$ corresponde à parte recursiva do código convolucional e polinômio $g^1(D)$, à parte não recursiva. Há, porém, algumas diferenças em relação aos codificadores dos códigos turbo, dentre as quais pode-se destacar:

- 1) o emprego da permutação por grupo de *bits*, onde cada grupo contém m *bits*. Os *bits* dentro de cada grupo não

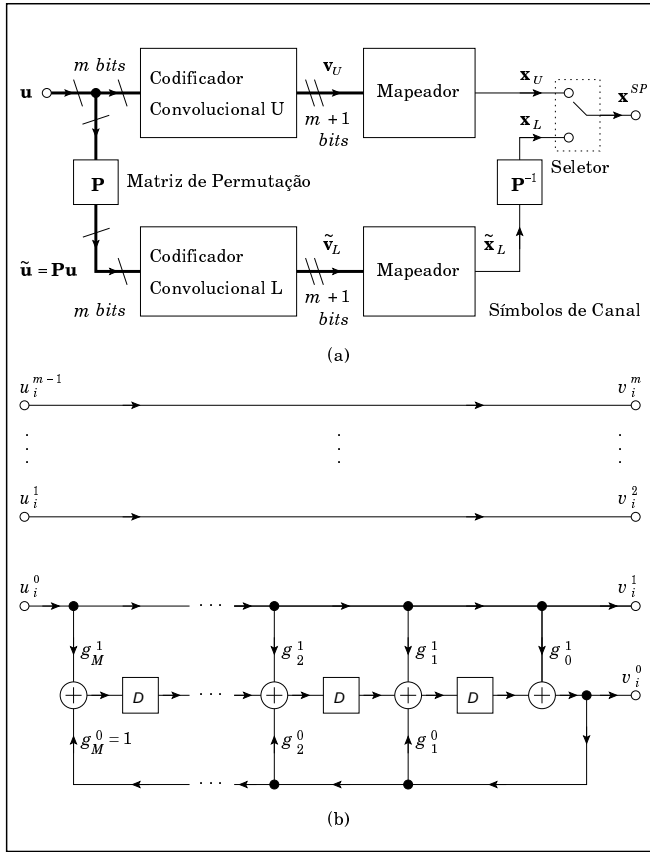


Fig. 1. (a) O codificador da TTCM. (b) Detalhe do codificador convolucional.

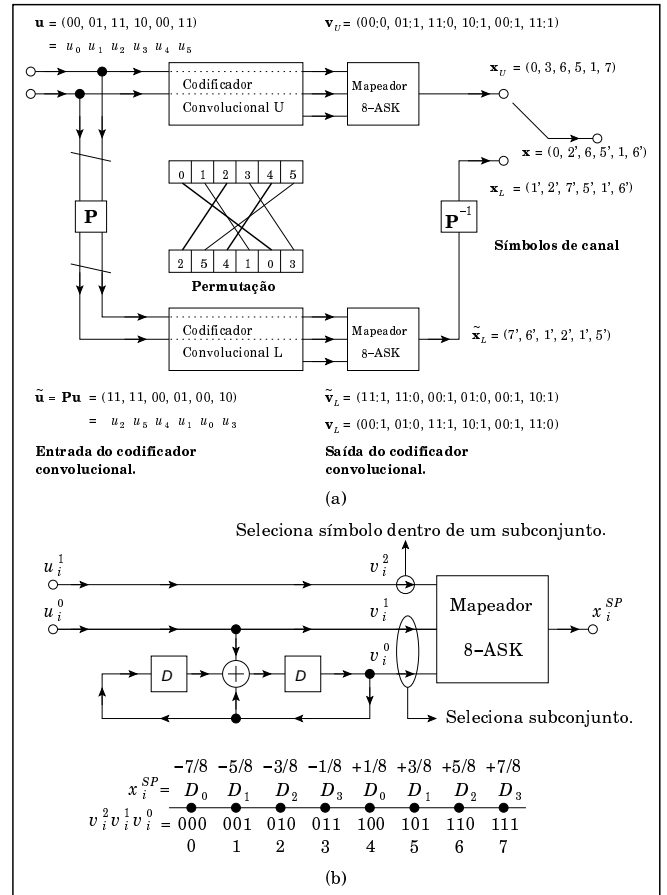


Fig. 2. (a) Exemplo de codificação com TTCM. (b) Detalhe do conjunto codificador-mapeador/modulador.

são permutados, sendo cada um destes grupos chamado de símbolo de canal;

- 2) a maior complexidade da operação de perfuração da informação de paridade para obter a eficiência espectral desejada;
- 3) a necessidade de restrições específicas na estrutura dos permutadores.

Com o auxílio da figura 2, onde é apresentado um exemplo de codificação empregando TTCM, será possível compreender melhor estas diferenças. Na figura 2a, tem-se um codificador com eficiência espectral de 2 bits/s/Hz , ou seja, cada símbolo de canal representa 2 bits da mensagem \mathbf{u} . A figura 2b ilustra como o conjunto de símbolos de canal é particionado nos subconjuntos $\mathcal{D}_0 = \{-7/8, +1/8\}$, $\mathcal{D}_1 = \{-5/8, +3/8\}$, $\mathcal{D}_2 = \{-3/8, +5/8\}$ e $\mathcal{D}_3 = \{-1/8, +7/8\}$. A figura 2b também ilustra como os bits produzidos pelos codificadores convolucionais selecionam o subconjunto e os elementos em cada subconjunto. Na verdade, este é o mesmo mapeamento adotado na TCM-ASK [4]. Assim sendo, a seqüência de entrada $\mathbf{u} = (00, 01, 11, 10, 00, 11)$ é injetada no codificador convolucional superior, produzindo a saída $\mathbf{v}_U = (00:0, 01:1, 11:0, 10:1, 00:1, 11:1)$. A mesma seqüência \mathbf{u} é permutada, obtendo-se $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{P}\mathbf{u} = (11, 11, 00, 01, 00, 10)$. Observe que o permutador do exemplo foi construído de tal forma que somente são permutadas posições pares com pares e ímpares com ímpares. Isto será justificado a seguir. A seqüência $\tilde{\mathbf{u}}$ é injetada no codificador convolucional inferior, produzindo a

saída $\tilde{\mathbf{v}}_L = (11:1, 11:0, 00:1, 01:0, 00:1, 10:1)$. Os símbolos desta seqüência são permutados, por meio da permutação inversa, obtendo-se $\mathbf{v}_L = \mathbf{P}^{-1}\tilde{\mathbf{v}}_L = (00:1, 01:0, 11:1, 10:1, 00:1, 11:0)$. Visto que o permutador mapeia posições pares em pares e ímpares em ímpares e que os codificadores convolucionais atuam em grupos de $m = 2 \text{ bits}$ por vez, a seqüência de bits sistemáticos de \mathbf{v}_U e \mathbf{v}_L são iguais. Desta forma, a perfuração dos bits de paridade é feita selecionando-se alternadamente as componentes dos vetores de símbolos de canal \mathbf{x}_U e \mathbf{x}_L . O sobrescrito SP do vetor \mathbf{x}^{SP} tem por finalidade indicar que cada um de seus símbolos transmite simultaneamente bits sistemáticos e de paridade.

B. O Decodificador

O decodificador da TTCM é muito semelhante àquele utilizado na decodificação dos códigos turbo, como se pode ver na figura 3. Entretanto, há uma diferença em relação ao tipo de informação que os decodificadores trocam entre si e no modo como a primeira iteração deve ser iniciada. Outra característica, que é particular a este processo de decodificação, é o fato de cada um dos decodificadores receber alternadamente o símbolo corrompido por ruído do codificador correspondente e o símbolo corrompido pelo ruído do outro codificador. O símbolo correspondente ao outro codificador é ignorado e o decodificador corrente utiliza somente a informação *a priori*

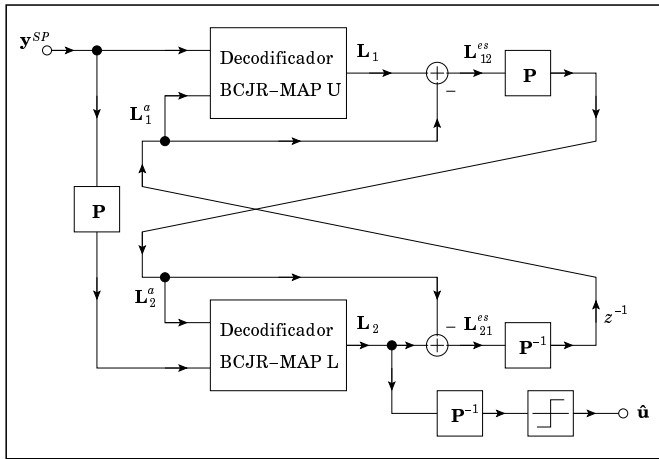


Fig. 3. O decodificador da TTCM.

fornecida pelo outro decodificador que não ignorou este símbolo. E é por isto que a iniciação do processo de decodificação da turbo modulação é um pouco diferente daquele dos códigos turbo. Na primeira parte da primeira iteração, a informação *a priori* do símbolo ignorado deve ser estimada, conforme descrito em [3].

A saída de cada decodificador componente dos códigos turbo pode ser dividida em três partes:

- 1) a informação *a priori*,
- 2) a informação sistemática e
- 3) a informação extrínseca

que são afetadas por ruído independente [6]. Na turbo modulação, ver figura 3, a componente sistemática não pode ser separada da componente extrínseca, pois o mesmo símbolo de canal transporta a informação sistemática e de paridade em contraste com os códigos turbo. Na figura 3, estas componentes de informação mista correspondem às matrizes L_{12}^{es} e L_{21}^{es} , onde o sobrescrito *es* significa informação extrínseca e sistemática não separáveis. Desta forma, no esquema da turbo modulação a saída de cada decodificador pode ser dividida em duas partes:

- 1) a informação *a priori* e
- 2) a informação extrínseca e sistemática.

Como a informação extrínseca e sistemática produzida por um decodificador é utilizada pelo outro como informação *a priori*, correspondendo às matrizes L_1^a e L_2^a na figura 3, cada um dos decodificadores que compõe o esquema de decodificação da TTCM utiliza o algoritmo BCJR-MAP [7] que produz saídas contínuas (*Soft Output*), o que é adequado para um decodificador iterativo como este.

III. TURBO TCQ

A utilização da turbo modulação como código taxa distorção é feita de forma direta como no caso da quantização codificada por treliças de Marcellin [5]. Na figura 4, é mostrado o diagrama de blocos do quantizador proposto. A fonte produz um sinal y que é visto pelo decodificador da turbo modulação como se fosse a saída de um canal ruidoso. Este decodificador, que está atuando como codificador do ponto de vista da

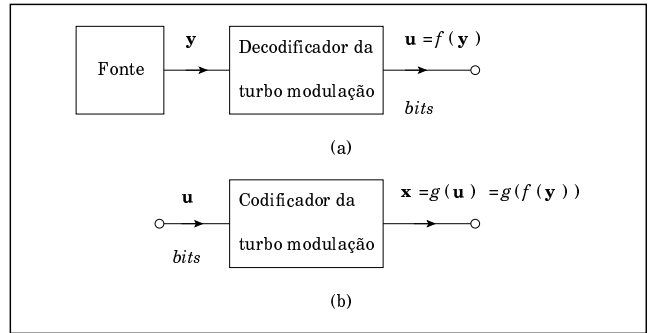


Fig. 4. Turbo TCQ. Em (a), o codificador e em (b), o decodificador.

quantização, procura encontrar a seqüência de *bits* $u = f(y)$ que melhor aproxima a seqüência y . A seqüência de *bits* u aplicada ao codificador da turbo modulação, que atua como decodificador para a quantização, produz uma saída $x = g(f(y))$ que é a representação quantizada de y .

IV. RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos pela TTCQ na quantização de fonte Gaussiana $\mathcal{N}(0, 1)$ sem memória com R bits, para $R = 1, 2, 3, 4$. Na tabela I, são mostrados os resultados obtidos pela TCQ de Marcellin [5] utilizando os níveis de reconstrução do quantizador de Lloyd-Max [8] de taxa $R+1$. Na tabela II, são apresentados os resultados da TCQ de Marcellin utilizando níveis de reconstrução otimizados, ou seja, os níveis de reconstrução são obtidos por procedimento numérico para minimizar o valor esperado do erro médio quadrático, $D = E[\sum_{k=0}^{N-1} (y_k - x_k)^2 / N]$, entre os vetores x e y definidos na seção 3. Estas duas tabelas serão utilizadas para comparação com os resultados obtidos pela TTCQ. Cada valor experimental listado nas tabelas referentes à TCQ e à TTCQ é o resultado do cálculo da média oriunda da simulação de 100 seqüências de comprimento N igual a 1000 de realizações independentes de um gerador de distribuição Gaussiana. Os valores de SNR (*Signal to Noise Ratio*) contidos nestas tabelas estão listados em dB ($10 \log_{10}(1/D)$). Os intervalos de confiança de 95% também foram incluídos. As últimas duas linhas das tabelas I, II, IV e V correspondem aos resultados obtidos pelo quantizador de Lloyd-Max e ao limite superior teórico que pode ser obtido para uma fonte Gaussiana, respectivamente.

A primeira experiência foi feita utilizando o algoritmo BCJR (TTCQ-BCJR), os códigos de Ungerboeck [9], listados na coluna “códigos da TCQ” da tabela III, e os níveis de reconstrução do quantizador de Lloyd-Max de taxa $R+1$. Com esta configuração, o desempenho do quantizador proposto é bastante inferior até mesmo ao de Lloyd-Max em cerca de 3 a 4 dB e, independente do número de iterações utilizado. Verificou-se, posteriormente, que o algoritmo BCJR quando utilizado no quantizador de Marcellin também não produzia resultados satisfatórios. Então, decidiu-se substituir o algoritmo BCJR pelo SOVA (*Soft Output Viterbi Algorithm*). Este algoritmo corresponde a versão SISO (*Soft Input Soft Output*) do algoritmo de Viterbi utilizado tradicionalmente na TCQ e os resultados produzidos pelo esquema TCQ-SOVA são idênticos aos listados nas tabelas I e II. O SOVA pode ser empregado

TABELA I

TCQ COM PONTOS DE RECONSTRUÇÃO DE LLOYD-MAX DE TAXA $R + 1$.
 FONTE GAUSSIANA SEM MEMÓRIA. SNR EM DB.

Número de Estados	Taxa (bits)			
	1	2	3	4
4	4,65	10,19	15,83	21,61
8	4,79	10,31	15,93	21,72
16	4,87	10,35	15,99	21,79
32	4,94	10,41	16,07	21,86
64	5,00	10,49	16,12	21,91
128	5,05	10,54	16,18	21,96
256	5,09	10,58	16,21	22,00
Confiança de 95%	0,03	0,03	0,04	0,05
Lloyd-Max	4,40	9,30	14,62	20,22
Límite	6,02	12,04	18,06	24,08

TABELA II

TCQ OTIMIZADA. FONTE GAUSSIANA SEM MEMÓRIA. SNR EM DB.

Número de Estados	Taxa (bits)			
	1	2	3	4
4	5,03	10,56	16,18	21,95
8	5,22	10,69	16,33	22,06
16	5,29	10,77	16,39	22,13
32	5,35	10,84	16,46	22,16
64	5,44	10,92	16,53	22,28
128	5,51	10,96	16,58	22,35
256	5,54	11,01	16,63	22,40
Confiança de 95%	0,05	0,05	0,07	0,09
Lloyd-Max	4,40	9,30	14,62	20,22
Límite	6,02	12,04	18,06	24,08

diretamente num esquema que utiliza o princípio turbo [6] como a TTCQ visto que é um algoritmo do tipo SISO. Os resultados, com esta alteração na configuração inicial, foram um pouco melhores, mas ainda inferiores aos do quantizador de Lloyd-Max. Notou-se, também, que a utilização de mais de uma iteração foi prejudicial para esta configuração.

Fazendo experiências com TTCM-SOVA, verificou-se que os códigos de Ungerboeck não produziam os melhores resultados quando utilizados no codificador de canal empregando turbo modulação, e conjecturou-se que isto poderia estar causando os péssimos resultados obtidos com a TTCQ. Através de uma procura exaustiva pelos melhores códigos convolucionais de quatro estados, constatou-se que a transferência¹

$$\mathbf{G}(D) = \left[1 \quad \frac{D}{1+D+D^2} \right] \quad (1)$$

produzia melhores resultados que a transferência de Ungerboeck

$$\mathbf{G}(D) = \left[1 \quad \frac{D}{1+D^2} \right] \quad (2)$$

quando utilizada com o turbo modulador. A diferença de desempenho entre estas duas transferências é mostrada na figura 5. Entretanto, esta mudança produziu resultados tão ruins quanto os anteriores para a TTCQ, independentemente do algoritmo utilizado (BCRJ ou SOVA) e do número de

¹Seria mais adequado utilizar a expressão *matriz geradora na forma polinomial*. Porém, por brevidade, foi utilizado o termo *transferência*.

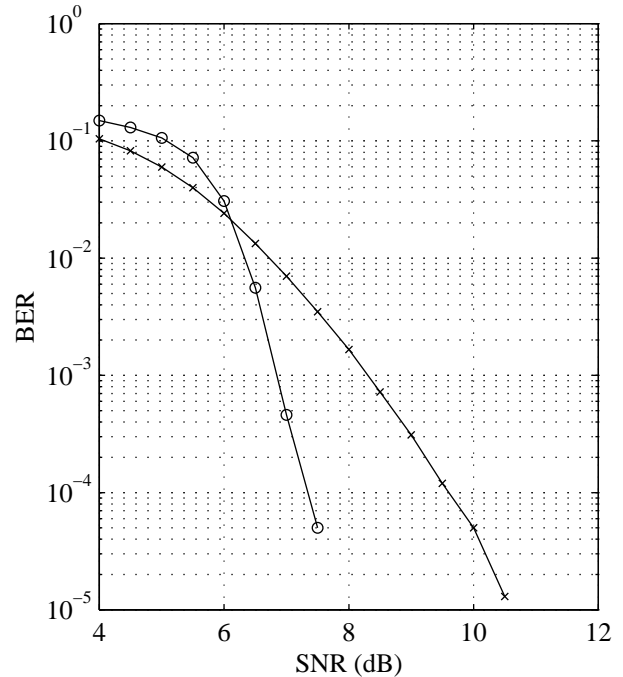


Fig. 5. Comparação entre os códigos convolucionais correspondentes às equações (○) 1 e (×) 2 empregados na TTCM-SOVA.

iterações. Desta forma, a conjectura não se mostrou válida como era esperado.

Efetuada uma análise de convergência, Richardson [10] prova que os códigos turbo sempre possuem pontos fixos, fornecendo condições teóricas suficientes para a unicidade do mesmo. Ele comenta que a unicidade do ponto fixo deve, provavelmente, ocorrer com regularidade. Entretanto, Richardson observa que a baixa relação sinal ruído é um fator limitante no desempenho dos códigos turbo, sendo este um problema ainda não resolvido. A medida que o desempenho do decodificador turbo se degrada nesta região de baixa relação sinal ruído, a estabilidade do ponto fixo diminui. Desta forma, a quebra no desempenho dos códigos turbo é, provavelmente, uma falha na convergência. Embora o decodificador tenha pontos fixos estáveis, o algoritmo pode iniciar fora da região de convergência e não conseguir atingi-la mesmo após várias iterações. Outro fator que também poderia afetar o desempenho do turbo decodificador seria a existência de pontos fixos múltiplos. No caso da multiplicidade de pontos fixos, haveria a possibilidade de poder distingui-los e encontrar aquele que produzisse o melhor desempenho. Então, duas hipóteses foram formuladas para tentar explicar os péssimos resultados da TTCQ:

- 1) o algoritmo da TTCQ está convergindo com uma iteração, mas para um ponto fixo que produz péssimos resultados;
- 2) o algoritmo de decodificação não está convergindo.

Testes experimentais revelaram que o algoritmo não estava convergindo. Quando ocorre a convergência, ver figura 3, $\mathbf{L}_2^{(i+1)} \approx \mathbf{P}\mathbf{L}_1^{(i+1)}$ e $\mathbf{L}_{21}^{es(i+1)} \approx \mathbf{L}_{21}^{es(i)}$, para alguma iteração $i = 0, 1, 2, \dots$, visto que $\mathbf{L}_{21}^{es(i+1)} = \mathbf{L}_{21}^{es(i)} + \mathbf{L}_2^{(i+1)} - \mathbf{P}\mathbf{L}_1^{(i+1)}$, e isto não é verificado, mesmo após centenas de iterações. Observando-se a figura 5, nota-se que a TTCM-SOVA para o código da equação 1 possui uma região re-

lativamente plana, onde a BER (*Bit Error Rate*) se altera pouco com o aumento da SNR, e uma região onde a BER se altera acentuadamente com o aumento da SNR. É nesta última região que o algoritmo iterativo da TTCM-SOVA converge. Infelizmente, esta região está além da SNR teórica máxima que um quantizador para fonte Gaussiana pode atingir. Portanto, por um problema de convergência, que é inerente ao algoritmo de decodificação turbo, o melhor código para TTCM, ou seja, para codificação de canal, não produz resultados satisfatórios como código taxa distorção.

Entretanto, o problema da quantização está relacionado ao problema da cobertura do \mathbb{R}^N com esferas e o problema da codificação de canal está relacionado ao empacotamento de esferas no \mathbb{R}^N [11], [12]. As soluções ótimas para estes dois problemas não são, em geral, iguais para uma dada dimensão N . Como mencionando na seção 1, a TTCM é mais eficiente na codificação de canal que a TCM. Portanto, a TTCM (com os códigos adequados) deve produzir um empacotamento do \mathbb{R}^N bem melhor que o da TCM. Porém, isto não implica que a cobertura produzida pela TTCM para o \mathbb{R}^N seja melhor que a da TCM para uma dada dimensão N . De fato, as experiências descritas anteriormente indicam justamente o oposto. Como consequência, a TCQ tem-se mostrado bem mais eficiente que a TTCQ. Coincidentemente, as soluções que a TCM dá aos problemas de cobertura e empacotamento utilizam os mesmos códigos convolucionais, bastando ajustar os níveis de reconstrução (símbolos de canal) para obter o melhor desempenho. Contudo, dada a, já mencionada, natureza distinta destes dois problemas, pode-se conjecturar que os códigos convolucionais que produzem o melhor desempenho para a TTCM não serão, necessariamente, aqueles que produzirão o melhor desempenho para a TTCQ. Desta forma, uma busca por outros códigos para a TTCQ poderia acarretar uma melhora nos resultados até então obtidos.

TABELA III
CÓDIGOS PARA TCQ E TTCQ-SOVA EM OCTAL.

Número de Estados	Códigos da TCQ ($g^0(D), g^1(D)$)	Códigos da TTCQ ($g^0(D), g^1(D)$)
4	(005, 002)	(005, 004)
8	(013, 004)	(017, 014)
16	(023, 004)	(025, 004)
32	(045, 010)	(077, 014)
64	(103, 024)	(125, 004)
128	(235, 126)	(377, 014)
256	(515, 362)	(405, 124)

Realizando, então, uma busca exaustiva foi constatado que os melhores códigos convolucionais para TTCQ são os mostrados na tabela III. Os coeficientes foram agrupados e expressos em octal, de modo que $(103)_8 = (001\ 000\ 011)_2$ corresponde ao polinômio $g^0(D) = D^6 + D + 1$. Utilizando os novos códigos e os níveis de reconstrução de Lloyd-Max foram obtidos os resultados da tabela IV que superam os de Lloyd-Max, exceto pelos dois primeiros valores da coluna de 1 bit/amostra. Entretanto, a utilização de mais de uma iteração não altera os resultados. De fato, verificou-se que o algoritmo da TTCQ-SOVA se estabiliza após uma iteração

com estes novos códigos. Curiosamente, observa-se que os resultados das linhas de 16, 64 e 256 estados da tabela IV são idênticos aos obtidos para TCQ na tabela I nas linhas de 4, 8 e 16 estados. Ou seja, parece que a TTCQ-SOVA necessita do quadrado do número de estados utilizados na TCQ para produzir um desempenho semelhante ao desta. A utilização dos novos códigos com a TTCQ-BCJR foi testada mas produziu péssimos resultados novamente.

TABELA IV
TTCQ-SOVA COM OS PONTOS DE RECONSTRUÇÃO DE LLOYD-MAX DE TAXA $R + 1$ E COM OS CÓDIGOS TTCQ DA TABELA III. FONTE GAUSSIANA SEM MEMÓRIA. SNR DB.

Número de Estados	Taxa (bits)			
	1	2	3	4
4	4,06	9,51	15,13	20,93
8	4,06	9,51	15,13	20,93
16	4,67	10,18	15,82	21,61
32	4,67	10,18	15,82	21,61
64	4,79	10,30	15,93	21,71
128	4,79	10,30	15,93	21,71
256	4,86	10,36	15,99	21,79
Confiança de 95%	0,03	0,03	0,03	0,05
Lloyd-Max	4,40	9,30	14,62	20,22
Límite	6,02	12,04	18,06	24,08

TABELA V
TTCQ-SOVA OTIMIZADA COM CÓDIGOS TTCQ DA TABELA III. FONTE GAUSSIANA SEM MEMÓRIA. SNR EM DB.

Número de Estados	Taxa (bits)			
	1	2	3	4
4	4,71	9,99	15,63	21,40
8	4,71	9,99	15,63	21,40
16	5,08	10,55	16,18	21,94
32	5,08	10,55	16,18	21,94
64	5,19	10,69	16,31	22,07
128	5,19	10,69	16,31	22,07
256	5,29	10,79	16,41	22,14
Confiança de 95%	0,05	0,05	0,07	0,09
Lloyd-Max	4,40	9,30	14,62	20,22
Límite	6,02	12,04	18,06	24,08

Porém, ainda é possível otimizar os níveis de reconstrução utilizados na TTCQ-SOVA. Efetuando-se mais este passo foi obtida a tabela V. Comparando com a tabela II, onde se encontram os resultados da TCQ com níveis de reconstrução também otimizados, constata-se, novamente, que a TTCQ-SOVA necessita do quadrado do número de estados da TCQ para produzir um desempenho correspondente ao desta última. Quando se tenta otimizar os níveis de reconstrução da TTCQ-BCJR, utilizando os códigos TTCQ da tabela III, observa-se, claramente, que a TTCQ-BCJR se degenera num quantizador de Lloyd-Max. Observando as tabelas IV e V, nota-se que os resultados para 4 e 8, 16 e 32, assim como para 64 e 128 estados são extremamente semelhantes. A explicação para este fato é dada a seguir. Analisando o caso de 4 e 8 estados, verificou-se que o melhor código de 8 estados, (17, 14), contém o melhor código de 4 estados, (5, 4), como é ilustrado na figura 6. Na figura 6a, tem-se a treliça do código (5, 4) e na figura 6b,

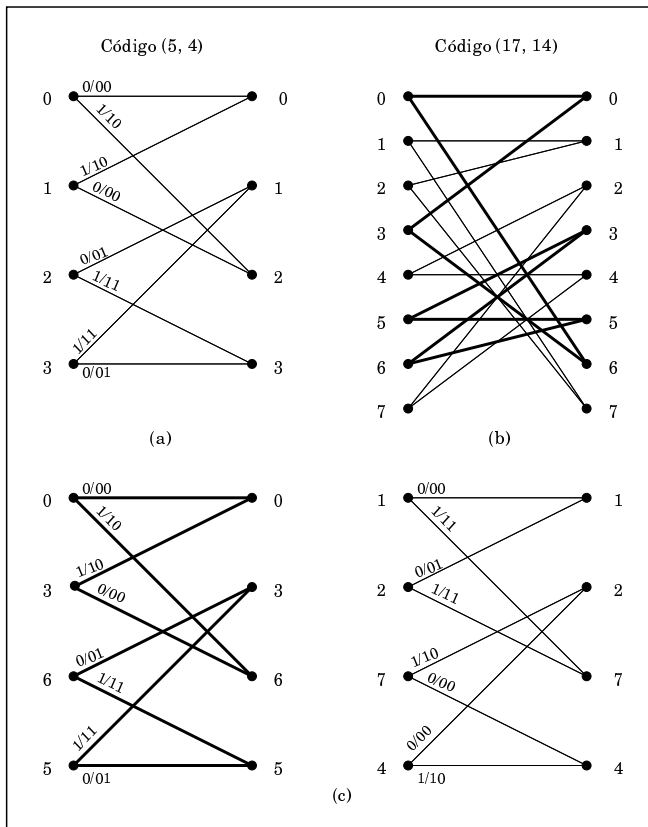


Fig. 6. Os códigos (5, 4) em (a) e (17, 14) em (b) produzem os mesmos resultados quando utilizados na TTCQ porque a treliça do código (17, 14) pode ser dividida como mostrado em (c).

a treliça do código (17, 14). A figura 6c mostra que a treliça do código (17, 14) pode ser separada em duas outras disjuntas. A treliça da esquerda na figura 6c é idêntica à da figura 6a. Como o algoritmo da TTCQ é iniciado no estado zero os resultados obtidos por estes dois códigos devem ser necessariamente iguais. Conjectura-se que os outros dois casos possam ser explicados do mesmo modo. Desta forma, na prática, a TTCQ possui códigos efetivos para 4, 16, 64 e 256 estados. Possivelmente, os melhores códigos de 512 estados produzirão resultados semelhantes aos melhores códigos de 256 estados, seguindo o padrão observado. Outro fato observado é que a TTCQ utilizando o algoritmo BCJR-LogMAP produz os mesmos resultados da TTCQ-SOVA somente quando se faz o parâmetro correspondente a variância do ruído do canal tender a zero. Na verdade, quando isto é feito o algoritmo BCJR-LogMAP se “transforma” no SOVA e, portanto, é natural que os resultados coincidam. Isto indica, experimentalmente, que o melhor algoritmo, entre os utilizados, para a TTCQ seria o SOVA.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo, foi investigado um novo esquema de quantização, a turbo quantização codificada por treliças, TTCQ, derivado do esquema de codificação de canal de Robertson et al. [2], [3], a TTCM. Os algoritmos de codificação BCJR (TTCQ-BCJR) e SOVA (TTCQ-SOVA) foram analisados. A implementação do turbo quantizador (TTCQ-SOVA) foi feita

com sucesso, mas necessita do quadrado do número de estados para produzir resultados semelhantes aos da TCQ de Marcellin [5] e com uma complexidade muito maior. Portanto, apesar de a TTCQ ser um esquema de modulação codificada de alto desempenho, a TTCQ derivada diretamente da TTCM não é uma alternativa viável para quantizadores de alto desempenho.

REFERÊNCIAS

- [1] BERROU, C., GLAVIEUX, A., THITIMAJSHIMA, P., “Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes”. In: *ICC 1993*, pp. 1064–1070, Geneva, Suíça, Maio 1993.
- [2] ROBERTSON, P., WÖRZ, T., “Coded Modulation Scheme Employing Turbo Codes”, *Electronics Letters*, v. 31, n. 18, pp. 1546–1547, Agosto 1995.
- [3] ROBERTSON, P., WÖRZ, T., “Bandwidth-Efficient Turbo Trellis-Coded Modulation Using Punctured Component Codes”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 16, n. 2, pp. 206–218, Fevereiro 1998.
- [4] UNGERBOECK, G., “Channel Coding with Multilevel/Phase Signals”, *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-28, n. 1, pp. 55–67, Janeiro 1982.
- [5] MARCELLIN, M. W., *Trellis Coded Quantization: An Efficient Technique for Data Compression*. Ph.D. dissertation, Texas A&M University, Texas, EUA, 1987.
- [6] VUCETIC, B., YUAN, J., *Turbo Codes: Principles and Applications*. 1 ed. Norwell, MA, EUA, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [7] BAHL, L. R., COCKE, J., JELINEK, F., et al., “Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate”, *IEEE Transactions on Information Theory*, v. IT-20, n. 2, pp. 248–287, Março 1974.
- [8] JAIN, A. K., *Fundamentals of Digital Image Processing*. 1 ed. Englewood Cliffs, NJ, EUA, Prentice-Hall, Inc., 1989.
- [9] UNGERBOECK, G., “Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets: Part II - State of Art”, *IEEE Communications Magazine*, v. 25, n. 2, pp. 12–21, Fevereiro 1987.
- [10] RICHARDSON, T., “The Geometry of Turbo-Decoding Dynamics”, *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 46, n. 1, pp. 9–23, Janeiro 2000.
- [11] COVER, T. M., THOMAS, J. A., *Elements of Information Theory*. 1 ed. New York, EUA, John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [12] CONWAY, J. H., SLOANE, N. J. A., *Sphere Packings, Lattices and Groups*. New York, EUA, Springer Verlag, 1988.