

Códigos Convolucionais Espaciotemporais sobre $GF(p)$ Atingindo Ganho de Diversidade Máximo para Qualquer Número de Antenas Transmissoras

Mário de Noronha-Neto e Bartolomeu F. Uchôa-Filho

Resumo— Neste trabalho consideramos um sistema codificado espaciotemporal composto por um codificador convolucional de taxa $R = 1/n$ sobre $GF(p)$, p primo, e n antenas transmissoras. Utilizando esta estrutura, apresentamos um resultado através do qual pode-se obter diversidade completa para os códigos convolucionais espaciotemporais garantindo apenas o posto completo da matriz geradora escalar G , cujos elementos são os coeficientes do codificador convolucional. Este método é válido para constelações p -PSK, p primo, e para qualquer número de antenas transmissoras. Baseado neste resultado, novos códigos convolucionais espaciotemporais com ganho de diversidade máximo utilizando as constelações 5-PSK, 7-PSK e 11-PSK são apresentados.

Palavras-Chave— Diversidade, canais com desvanecimento, múltiplas antenas transmissoras, códigos convolucionais espaciotemporais, comunicações sem fio.

Abstract— In this work we consider a space-time coded system consisting of a rate $R = 1/n$ convolutional encoder over $GF(p)$, p a prime, and n transmit antennas. Utilizing this structure, we present a result which provides full diversity for space-time convolutional codes based solely on the full rank condition of the scalar generator matrix G , whose entries are the coefficients of the convolutional encoder. This method is valid for p -PSK constellations, p a prime, and for any number of transmit antennas. Based on this result, we present new full diversity space-time convolutional codes utilizing 5-PSK, 7-PSK, and 11-PSK.

Keywords— Diversity, fading channels, multiple transmit antennas, space-time convolutional codes, wireless communications.

I. INTRODUÇÃO

Em publicações recentes na área de teoria da informação, Telatar [1] e Foschini e Gans [2] demonstraram que a capacidade de canal para sistemas de comunicações sem fio que empregam múltiplas antenas transmissoras e receptoras é significativamente maior do que a de sistemas que utilizam apenas uma antena transmissora e uma receptora. Motivados por este importante resultado, Tarokh *et al.* [3] introduziram os chamados códigos espaciotemporais (STCs, do inglês: *Space-Time Codes*) os quais combinam as vantagens da diversidade espacial e da redundância temporal para obterem, a altas eficiências espectrais, um excelente desempenho nestes sistemas.

Em [3], Tarokh *et al.* propuseram critérios de projeto para se construir STCs para canais com desvanecimento. Para o canal

com desvanecimento do tipo Rayleigh plano quasi-estático, a probabilidade de erro com relação ao par (do inglês: *pairwise error probability*) é obtida quando os STCs são projetados de acordo com o critério do posto (do inglês: *The Rank Criterion*) e do determinante (do inglês: *The Determinant Criterion*). O primeiro critério representa o ganho de diversidade e descreve a inclinação da curva de probabilidade de erro, enquanto que o critério do determinante está relacionado com o ganho de codificação, e determina o deslocamento vertical da mesma curva. A principal dificuldade para o projeto dos STCs é que os dois critérios mencionados acima são baseados em operações no domínio complexo das modulações em banda básica, e não numa estrutura algébrica finita como, por exemplo, o corpo de Galois. Tentando simplificar o projeto dos STCs, Tarokh *et al.* [3] propuseram duas regras simples que garantem ganho de diversidade máximo para sistemas com duas antenas transmissoras. Grimm *et al.* [4], aplicando o conceito de “simetria de zeros” em um matriz geradora de um código convolucional, generalizou as regras de projeto de Tarokh permitindo o projeto de STCs com ganho de diversidade máximo para múltiplas antenas transmissoras. Em [5], [6], Hammons e El Gamal desenvolveram critérios do posto binário (substituindo o critério do posto baseado nos complexos) para as modulações BPSK e QPSK, com o intuito de facilitar a busca e garantir que o STC associado tenha ganho de diversidade máximo. Eles também mostraram que o STC relacionado com um código convolucional C de taxa $R = 1/n$ satisfaz o critério do posto binário se, e somente se, a matriz geradora escalar de C , vista como uma matriz de coeficientes sobre o corpo binário, tiver posto completo. Blum [7], [8], utilizando a estrutura dos códigos convolucionais, sistematizou a busca de STCs dando condições suficientes e necessárias para que os STCs tivessem ganho de diversidade máximo e, além disso, construiu métodos para calcular e limitar o ganho de codificação. Os autores, em [9], introduziram um procedimento de projeto para alcançar diversidade completa em sistemas com duas antenas transmissoras para códigos convolucionais espaciotemporais (STCCs, do inglês: *Space-Time Convolutional Codes*) sobre $GF(p)$, p primo. Em [9], os símbolos de informação, os coeficientes do codificador convolucional e os símbolos de saída estão sobre $GF(p)$, permitindo uma eficiência espectral de $\log_2(p)$ b/s/Hz.

Neste trabalho, consideraremos um sistema codificado espaciotemporal composto por um codificador convolucional de taxa $R = 1/n$ sobre $GF(p)$, onde p pode ser qualquer número primo, seguido por um conversor serial/paralelo, n

Mário de Noronha Neto e Bartolomeu F. Uchôa Filho, Grupo de Pesquisa em Comunicações - GPqCom, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, Brasil. E-mails: mnoronha@eel.ufsc.br, uchoa@eel.ufsc.br. Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) sob os números de processo: 141955/2002-3 e 302568/2002-6.

mapeadores de $GF(p)$ em constelações p -árias e $n \geq 2$ antenas transmissoras. Utilizando esta estrutura, apresentaremos um resultado, similar ao apresentado em [5], [6] para os códigos convolucionais, através do qual podemos garantir diversidade completa para os STCCs a partir do posto da matriz geradora escalar \mathbf{G} do codificador convolucional. Para se obter a condição de diversidade completa, basta que a matriz \mathbf{G} tenha posto completo sobre $GF(p)$. Uma vez caracterizada a condição de ganho de diversidade máximo, resumida a um simples teste do posto de \mathbf{G} , o esforço computacional pode ser concentrado no cálculo do determinante (ganho de codificação). Comparado com o método proposto em [4], o procedimento adotado neste trabalho proporciona um universo maior de STCCs com diversidade completa, muito embora devamos ressaltar que o método proposto em [4] se aplica a qualquer constelação do tipo QAM. Novos STCCs com ganho de diversidade máximo utilizando as constelações 5-PSK, 7-PSK e 11-PSK, para $n = 2, 3$ e 4 antenas transmissoras e para codificadores com ordem de memória $K = 1, 2$ e 3 são apresentados. As eficiências espectrais são 2.32, 2.81 e 3.46 b/s/Hz, para as respectivas constelações.

O restante deste trabalho é organizado da seguinte maneira. O modelo do sistema espaciotemporal e os dois critérios de projeto para o canal com desvanecimento do tipo Rayleigh plano quase-estático, descritos em [3], são revistos na Seção II. Na Seção III, os códigos convolucionais espaciotemporais e uma conjectura que garante diversidade completa são apresentados. Alguns exemplos de STCCs com diversidade completa são tabelados na Seção IV. Finalmente, na Seção V, faremos alguns comentários finais.

II. MODELO DO SISTEMA

Considere um sistema de comunicação empregando n antenas transmissoras e m antenas receptoras como o mostrado na Figura 1, segundo [3]. No transmissor, a seqüência de informação é codificada por um codificador convolucional de taxa $R = 1/n$ sobre $GF(p)$, p primo. As n seqüências codificadas (sobre $GF(p)$) são então mapeadas em símbolos de uma constelação p -ária e transmitidas simultaneamente pelas n antenas transmissoras. Cada antenna receptora recebe a cada instante discreto de tempo t uma superposição dos n sinais transmitidos naquele instante. Desta maneira, o sinal d_t^j recebido pela j -ésima antenna no instante t é dado por:

$$d_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_t^i \sqrt{E_s} + \eta_t^j \quad (1)$$

onde c_t^i é o sinal transmitido pela i -ésima antenna no instante t , E_s é a energia média do sinal transmitido, η_t^j é o ruído Gaussiano branco complexo de média zero e variância $N_0/2$ por dimensão contido na j -ésima antenna receptora e $\alpha_{i,j}$ denota o desvanecimento presente no caminho da i -ésima antenna transmissora para a j -ésima antenna receptora. Considerando o desvanecimento do tipo Rayleigh, os coeficientes $\alpha_{i,j}$, para $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq m$, são modelados como amostras independentes de um processo aleatório Gaussiano complexo de média zero e variância 0.5 por dimensão. Na prática, para que os desvanecimentos sejam independentes, as antenas

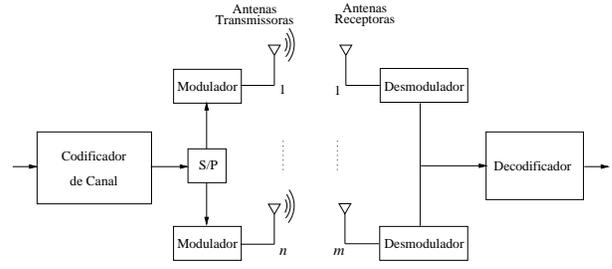


Fig. 1. Modelo do sistema espaciotemporal.

devem estar separadas de pelo menos algumas unidades de comprimento de onda. Para o canal com o desvanecimento plano quase-estático, supõe-se que o desvanecimento contido no caminho entre a i -ésima antenna transmissora e a j -ésima antenna receptora permanece constante durante um *frame* e muda independentemente de um *frame* para o outro. Além disso, vamos supor que o receptor conheça perfeitamente o canal e que o algoritmo de Viterbi com métrica Euclidiana seja usado no decodificador.

A. Critérios de Projeto

Nesta subseção nós faremos uma breve revisão da análise feita por Tarokh *et al.* [3] para se chegar aos critérios de projeto de STC para o canal de comunicação com desvanecimento do tipo Rayleigh plano quase-estático. Para o sistema mostrado na Figura 1 e descrito por (1), a probabilidade de erro com relação ao par, denotada por $P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e})$ e definida como a probabilidade de um decodificador de máxima verossimilhança decidir erroneamente em favor da palavra código

$$\mathbf{e} = e_1^1 e_1^2 \cdots e_1^n e_2^1 e_2^2 \cdots e_2^n \cdots e_l^1 e_l^2 \cdots e_l^n$$

quando a palavra código correta é:

$$\mathbf{c} = c_1^1 c_1^2 \cdots c_1^n c_2^1 c_2^2 \cdots c_2^n \cdots c_l^1 c_l^2 \cdots c_l^n,$$

dado um conjunto fixo de desvanecimentos, pode ser aproximada por:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \alpha_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \leq \exp(-d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) E_s / 4N_0) \quad (2)$$

onde $d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ é a distância Euclidiana quadrática entre as seqüências \mathbf{c} e \mathbf{e} , e é dada por:

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \left| \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} (c_t^i - e_t^i) \right|^2. \quad (3)$$

Após algumas manipulações algébricas, a expressão (3) pode ser escrita na forma matricial:

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^m \Omega_j A(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \Omega_j^H. \quad (4)$$

onde $\Omega_j = (\alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \dots, \alpha_{n,j})$ e $\{A(\mathbf{c}, \mathbf{e})\}_{ab} = \sum_{t=1}^l (c_t^a - e_t^a)(c_t^b - e_t^b)^*$, para $1 \leq a, b \leq n$. Aqui a transposição Hermitiana é denotada por H e o complexo conjugado por

*. Note que a matriz $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ é Hermitiana e pode ser fatorada como $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})B(\mathbf{c}, \mathbf{e})^H$, onde

$$B(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \cdots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \cdots & e_l^2 - c_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \cdots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix}$$

é uma raiz quadrada da matriz $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$. De acordo com [10], se uma matriz A com uma raiz quadrada B é Hermitiana então os autovalores de $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ são números reais e não negativos.

Agora, iremos escrever $d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ em termos dos autovalores da matriz $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$. Da álgebra linear [10], para cada matriz Hermitiana A existe uma matriz unitária V e uma matriz diagonal real $D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ tal que $VA V^H = D$, onde $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ são os autovalores de $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$. Definindo $(\beta_{1,j}, \beta_{2,j}, \dots, \beta_{n,j}) = \Omega_j V^*$, podemos chegar, após algumas manipulações algébricas, na seguinte expressão para o limitante superior dado em (2):

$$\prod_{j=1}^m \exp\left(-\frac{E_s}{4N_0} \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{i,j}|^2\right). \quad (5)$$

Como os $\alpha_{i,j}$'s são modelados como amostras independentes de um processo aleatório Gaussiano complexo de média zero e variância 0.5 por dimensão, e V é unitária, então os $\beta_{i,j}$'s também serão variáveis aleatórias Gaussianas complexas independentes de média zero e variância 0.5 por dimensão. Portanto, podemos calcular o valor médio de (5) e obter, após algumas simplificações baseadas no fato de que a relação sinal-ruído é alta, um limitante superior para a probabilidade de erro média com relação ao par, dada por:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left(\prod_{i=1}^r \lambda_i\right)^{-rm} \left(\frac{E_s}{4N_0}\right)^{-rm}, \quad (6)$$

onde r é o posto da matriz $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ e $\lambda_i, i = 1, \dots, r$, são os autovalores não nulos de $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$.

Baseado em (6), Tarokh *et al.*[3] deduziram dois critérios de projeto para o canal com desvanecimento do tipo Rayleigh plano quase-estático, chamados,

- *O Critério do Posto:* Neste critério o parâmetro a ser maximizado é o posto mínimo r da matriz $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ com relação a todos os pares distintos de palavras códigos \mathbf{c} e \mathbf{e} . O ganho de diversidade é $rm \leq nm$, com igualdade se o posto for completo, ou seja, $r = n$.
- *O Critério do Determinante:* Para um dado ganho de diversidade rm , a meta deste critério é maximizar a média geométrica mínima dos autovalores não nulos da matriz $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$, $(\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_r)^{1/r}$, com relação a todos os pares distintos de palavras códigos \mathbf{c} e \mathbf{e} . Isto representa o ganho de codificação.

Na próxima seção apresentaremos uma conjectura a partir da qual podemos facilmente obter condições de diversidade completa para códigos convolucionais espaciotemporais.

III. CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS ESPACIOTEMORAIS SOBRE GF(P)

Seja $U(D) = u_0 + u_1 D + u_2 D^2 + \dots$ o polinômio de informação sobre GF(p) representando uma seqüência de

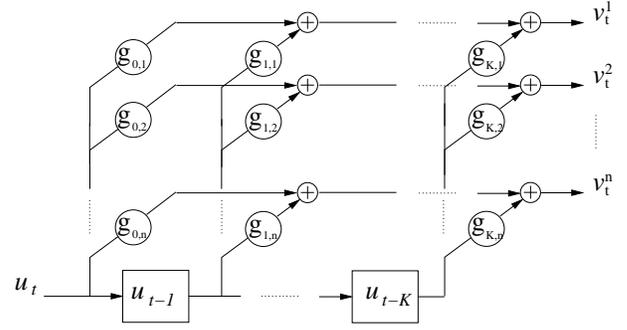


Fig. 2. Codificador convolucional sobre GF(p).

informação. Esta seqüência é codificada por um codificador convolucional sobre GF(p) de taxa $R = 1/n$, o qual é uma realização direta de um vetor gerador polinomial:

$$\mathbf{G}(D) = [G_1(D), G_2(D), \dots, G_n(D)],$$

produzindo o vetor codificado

$$\mathbf{V}(D) = U(D)\mathbf{G}(D) = [V^1(D), V^2(D), \dots, V^n(D)],$$

onde $V^i(D) = v_0^i + v_1^i D + v_2^i D^2 + \dots + v_t^i D^t + \dots$, para $i = 1, 2, \dots, n$, são as n seqüências codificadas. Os geradores do código são $G_i(D) = g_{0,i} + g_{1,i} D + g_{2,i} D^2 + \dots + g_{K,i} D^K$, para $i = 1, 2, \dots, n$, onde K é a memória do codificador. Um exemplo genérico de um codificador convolucional sobre GF(p) de taxa $R = 1/n$ pode ser visto na Figura 2.

A cada instante discreto t um símbolo de informação em GF(p) produz um bloco de n símbolos codificados em GF(p) denotado por $(v_t^1, v_t^2, \dots, v_t^n)$. Considerando o sistema mostrado na Figura 1, esses símbolos são mapeados em sinais de uma constelação p -PSK, como, por exemplo, as mostradas na Figura 3 para $p=5$ e $P=7$. Os n símbolos complexos,

$$(c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n) = e^{j\frac{2\pi}{p} v_t^1}, e^{j\frac{2\pi}{p} v_t^2}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{p} v_t^n}$$

são então transmitidos simultaneamente pelas n antenas. Uma seqüência de blocos $(c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n)$, para $t = 1, 2, \dots, l$ forma uma palavra código \mathbf{c} do código espaciotemporal.

De acordo com os critérios do *posto* e do *determinante*, devemos procurar um STCC que tenha, acima de tudo, ganho de diversidade máximo e que, como um critério secundário, maximize o mínimo determinante de $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ com relação a todos os pares de palavras código \mathbf{c} e \mathbf{e} . A seguir, definiremos uma matriz geradora escalar \mathbf{G} sobre GF(p) como sendo a matriz de ordem $[n \times K + 1]$ formada pelos coeficientes do codificador da Fig. 2:

$$\mathbf{G} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} g_{0,1} & g_{1,1} & \cdots & g_{K,1} \\ g_{0,2} & g_{1,2} & \cdots & g_{K,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{0,n} & g_{1,n} & \cdots & g_{K,n} \end{bmatrix}$$

onde $g_{k,i}$, para $k = 0, 1, \dots, K$ e $i = 1, 2, \dots, n$ são os coeficientes do codificador sobre GF(p). Esta matriz será de grande importância para o projeto de STCCs com diversidade completa.

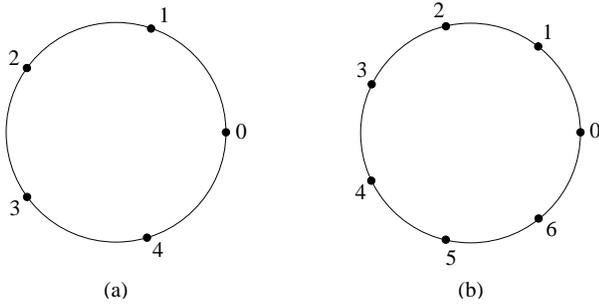


Fig. 3. Constelações 5-PSK (a) e 7-PSK (b).

Após algumas buscas por STCCs, notamos que os coeficientes do codificador convolucional para códigos com ganho de diversidade máximo têm a propriedade de compor uma matriz \mathbf{G} de posto completo sobre $\text{GF}(p)$. Para fortalecer este fato, realizamos buscas exaustivas para alguns casos simples, nas quais os coeficientes do codificador variaram sobre todos os possíveis valores em $\text{GF}(p)$. Para esses testes, os resultados também apontaram para a existência da mesma propriedade. Como nesta etapa da nossa investigação ainda não temos uma prova matemática deste resultado, apresentaremos a seguinte conjectura, a partir da qual poderemos facilmente obter diversidade completa para os STCCs.

Conjectura 1: Considere um codificador convolucional sobre $\text{GF}(p)$ de taxa $R = 1/n$ com uma matriz geradora escalar \mathbf{G} . Se a matriz \mathbf{G} tiver posto completo sobre $\text{GF}(p)$, então a matriz $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ terá posto completo sobre os complexos, com relação a todos os possíveis pares distintos de palavras códigos \mathbf{c} e \mathbf{e} . Portanto, o STCC associado a \mathbf{G} atingirá o máximo ganho de diversidade.

Com esse resultado, um simples teste de posto de uma única matriz em $\text{GF}(p)$ nos dá a informação do ganho de diversidade de um STCC, resumindo assim o esforço computacional.

IV. BUSCA DE CÓDIGOS

Nesta seção, apresentaremos alguns exemplos de códigos espaciotemporais com ganho de diversidade máximo gerados por codificadores convolucionais de taxa $R = 1/n$ sobre $\text{GF}(5)$, $\text{GF}(7)$ e $\text{GF}(11)$, para $n = 2, 3$ e 4 antenas transmissoras e para codificadores com ordem de memória $K = 1, 2$ e 3. Neste processo de busca, utilizamos a conjectura proposta na seção anterior para obter STCCs com máximo ganho de diversidade, verificando apenas o posto completo da matriz \mathbf{G} sobre $\text{GF}(p)$. A Tabela I mostra o resultado desta busca.

Para os exemplos mais simples da Tabela I, como o caso dos códigos 5-PSK e 7-PSK gerados por um codificador de memória unitária, fizemos uma busca exaustiva variando os coeficientes do codificador por todos os possíveis elementos de $\text{GF}(5)$ e $\text{GF}(7)$, testando caso a caso o posto de \mathbf{G} sobre $\text{GF}(p)$ e calculando o ganho de codificação para os casos de posto completo. Em seguida, escolhemos os códigos que apresentaram os melhores ganhos de codificação (2.23 e 1.35). Esta busca exaustiva vai se tornando cada vez mais complexa à medida em que o número de símbolos da constelação e a memória do codificador aumentam. Devido a este fato,

TABELA I

BONS STCCs PARA MODULAÇÕES p -PSK COM MÁXIMO GANHO DE DIVERSIDADE PARA $n = 2, 3, 4$ ANTENAS TRANSMISSORAS

p	n	Eficiência Espectral	K	Coefficientes do Codificador ^a	Ganho de Codificação
5	2	2,32	1	$g_{0,1} = g_{1,1} = 2, g_{1,2} = 4$	2,23
	3		$g_{0,1} = g_{1,3} = g_{2,3} = 1, g_{1,2} = 2, g_{2,1} = g_{0,3} = 3$	1,90	
	4		$g_{0,1} = 2, g_{1,2} = 1, g_{2,3} = 4$ e $g_{3,4} = 1$	1,75	
7	2	2,81	1	$g_{0,1} = g_{1,1} = 3, g_{0,2} = 5$	1,35
	3		$g_{0,1} = 2, g_{1,2} = 4$ e $g_{2,3} = 1$	1,91	
	4		$g_{0,1} = 3, g_{1,2} = 1, g_{2,3} = 2$ e $g_{3,4} = 4$	1,51	
11	2	3,46	1	$g_{1,1} = 1, g_{0,2} = 8, g_{1,2} = 3$	0,85
	3		$g_{0,1} = 1, g_{1,2} = 3$ e $g_{2,3} = 7$	0,94	

^aOs coeficientes iguais a zero não são mostrados.

o restante dos exemplos foi obtido através de uma busca aleatória, ou seja, escolhia-se os coeficientes do codificador de forma aleatória, testava-se o posto de \mathbf{G} sobre $\text{GF}(p)$ e, em caso de posto completo, calculava-se o ganho de codificação. Ao fazermos esta busca aleatória, naturalmente podemos estar descartando códigos com ganhos de codificação maiores do que os obtidos na Tabela I, mas por enquanto estamos interessados apenas em mostrar alguns exemplos de bons STCCs com diversidade completa obtidos por meio da conjectura apresentada na Seção III.

Mesmo que a busca fosse exaustiva para todos os casos apresentados anteriormente, ainda assim, devido ao fato de restringirmos o universo de busca aos STCCs gerados por um codificador convolucional linear, correríamos o risco de estar descartando códigos (sem estrutura algébrica) com mesmo ganho de diversidade porém com ganhos de codificação maiores. Há portanto um preço a ser pago pela simplificação da busca computacional.

Como ilustração, as Figuras 4 e 5 mostram as treliças as quais descrevem STCCs sobre $\text{GF}(5)$ e $\text{GF}(7)$ para as constelações 5-PSK e 7-PSK, respectivamente, com $n = 3$ antenas transmissoras, codificador com ordem de memória $K = 2$ e com eficiências espectrais de 2.32 e 2.81 b/s/Hz, respectivamente. Nestas treliças, cada conjunto de símbolos do lado esquerdo representa o sinal transmitido através da primeira, da segunda e da terceira antenas transmissoras, respectivamente, e cada rótulo do lado direito indica o estado do codificador.

V. COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho, consideramos códigos convolucionais espaciotemporais sobre $\text{GF}(p)$ para canais com desvanecimento do tipo Rayleigh plano quase-estático. Os códigos foram projetados de acordo com os critérios do posto e do determinante para proporcionar um melhor desempenho em canais com desvanecimento. Através de um simples teste de posto de uma matriz geradora escalar \mathbf{G} sobre $\text{GF}(p)$, conseguimos garantir diversidade completa para os STCCs associados a \mathbf{G} para qualquer número de antenas transmissoras. O fato de o critério do posto se resumir a um simples teste de posto de uma única matriz sobre $\text{GF}(p)$ praticamente reduz o esforço computacional com relação à busca de bons STCCs ao exigido no cálculo do ganho de codificação. Novos códigos convolucionais espaciotemporais com ganho de diversidade máximo utilizando constelações 5-PSK, 7-PSK e 11-PSK

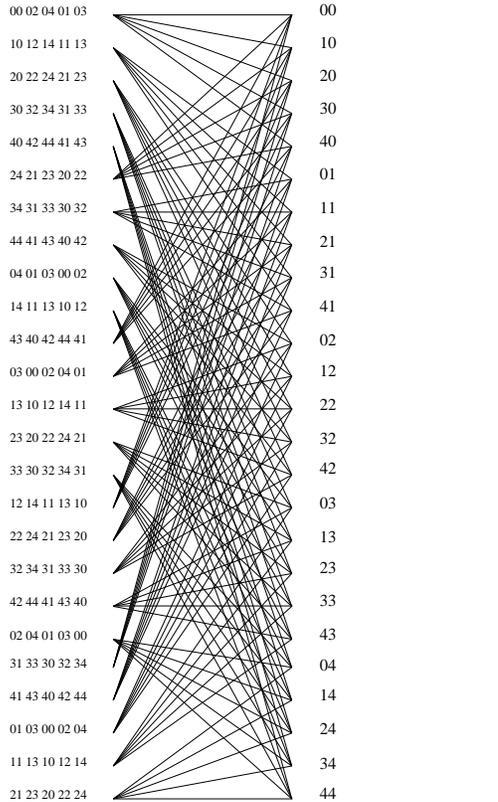


Fig. 4. Treliça do STCC para 5-PSK, 2.32 b/s/Hz, (codificador convolucional: GF(5), $R = 1/3$, $K = 2$).

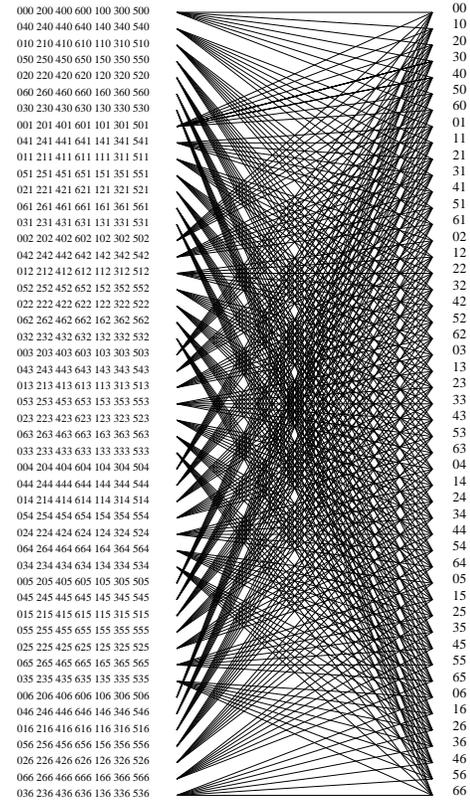


Fig. 5. Treliça do STCC para 7-PSK, 2.81 b/s/Hz, (codificador convolucional: GF(7), $R = 1/3$, $K = 2$).

foram apresentados. Eficiências espectrais fracionárias de 2.32, 2.81 e 3.46 b/s/Hz foram alcançadas, proporcionando mais opções do que as usuais 2 e 3 b/s/Hz. O fato de p não ser uma potência de 2, pode nos trazer perdas na eficiência se a fonte de informação for binária. Uma técnica para minimizar esta perda foi proposta em [9] pelos autores, associando uma palavra diferente de n_p símbolos p -ários a cada palavra de n_2 bits de informação, onde $p^{n_p} > 2^{n_2}$. Esta técnica se aplica da mesma maneira para o caso de múltiplas antenas transmissoras.

REFERÊNCIAS

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *AT&T Bell Labs, Tech. Rep.*, June 1995.
- [2] G. J. Foschini and M. Gans, "On the limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Pers. Commun.*, vol. 6, pp. 311-335, Mar. 1998.
- [3] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-Time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [4] J. Grimm, M. P. Fitz, and J. V. Krogmeier, "Further results in space-time coding for Rayleigh fading," in *Proc. 36th Allerton Conf. on Communications, Control and Computing*, Sept. 1998.
- [5] A. R. Hammons, Jr. and H. El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 524-542, Mar. 2000.
- [6] H. El Gamal and A. R. Hammons, Jr., "On the design and performance of algebraic space-time codes for BPSK and QPSK modulation," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 50, No. 6, pp. 907-913, June 2002.
- [7] R. S. Blum, "New analytical tools for designing space-time convolutional codes," in *Conf. Inform. Sci. System.*, Princeton, NJ, Mar. 2000.
- [8] R. S. Blum, "Analytical tools for the design of space-time convolutional codes," submitted to *IEEE Trans. on Inform. Theory*.
- [9] M. de Noronha-Neto, R. D. Souza, and B. F. Uchôa-Filho, "Space-time convolutional codes over GF(p) for the quasi-static, flat Rayleigh fading channel," a ser publicado na *Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações*, vol. 18, no. 1, June 2003. (Artigo selecionado do ITS 2002.)
- [10] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. New York: Cambridge Univ. Press, 1988.