Compressão de Imagem sem Perda usando Recorrência de Padrões

Marcelo S. Pinho

***Resumo*— A técnica de recorrência de padrões tem sido aplicada com sucesso na compressão de dados sem perda. De fato, vários codificadores usados na prática são baseados nesta técnica. No entanto, na compressão de imagens em tons de cinza, sem perda de informação, tal técnica é pouco utilizada. Este trabalho analisa o problema da compressão de imagens sem perda através de recorrência de padrões. Resultados práticos obtidos na compressão de imagens são apresentados. Com base nestes resultados e em resultados teóricos dos codificadores utilizados, o trabalho mostra que a técnica de recorrência de padrões é pouco útil na compressão de imagens em tons de cinza, sem perda de informação.**

***Palavras-Chave*— Compressão de imagens, codificação de fonte, codificação universal, recorrência de padrões.**

***Abstract*— The string matching technique has been successfully used in lossless data compression. In fact, there are many practical encoders that are based on this technique. However, in the problem of lossless grayscale image compression the string matching is not much used. This work studies the problem of lossless image compression using string matching. Practical results on image compression are presented. Based on these results and analyzing theoretical results of string matching encoders, this work shows that the string matching is not efficient to lossless image compression.**

***Keywords*— Lossless image compression, source coding, universal source coding, string matching.**

I. INTRODUÇÃO

A técnica de recorrência de padrões é uma ferramenta muito útil na solução do problema da compressão de dados sem perda, onde a forma original pode ser recuperada sem distorção a partir da forma comprimida. De fato, esta técnica é a base de alguns compressores muito utilizados na prática, tais como o *compress*, o *gzip* e o *winzip*. A idéia de utilizar a recorrência de padrões na compressão de dados teve sua origem no famoso trabalho de Lempel e Ziv [1], onde o problema da complexidade de seqüências finitas foi analisado. Seguindo este trabalho, em [2], [3], foram propostos dois codificadores universais, atualmente conhecidos como $LZ77$ e $LZ78$ respectivamente. Devido a simplicidade e ao bom desempenho na prática, tais codificadores se tornaram populares e deram origem a diferentes versões de compressores sem perda [4].

A importância da técnica de recorrência de padrões está relacionada diretamente com o problema da codificação universal, onde outras técnicas de compressão possuem limitações. De fato, quando o objeto que se deseja comprimir pode ser modelado por um objeto aleatório com medida de probabilidade conhecida, existem técnicas eficientes para projetar bons compressores, vide o código de Huffman e o código aritmético em [5]. No entanto, em várias aplicações não se conhece a priori um bom modelo probabilístico para o objeto que se deseja comprimir. Neste caso, é necessário utilizar um codificador universal, i.e., um codificador eficiente para diferentes medidas de probabilidade. Na verdade, um codificador universal simplesmente estima a medida de probabilidade a partir do objeto a ser comprimido e projeta um codificador adequado para esta medida estimada. Dependendo do modelo probabilístico, estimar a medida de probabilidade pode ser um problema de alta complexidade. A técnica de recorrência de padrões é capaz de resolver este problema através de algoritmos de baixa complexidade.

No problema da compressão de imagens sem perda, em geral, não se conhece uma medida de probabilidade a priori. Sendo assim, este problema pode ser estudado dentro do contexto da codificação universal. Por esta razão e também pelo fato da técnica de recorrência de padrões apresentar bons resultados na compressão de dados, a utilização desta técnica na compressão de imagens sem perda motivou diversos trabalhos [6], [7], [8]. No entanto, para imagens em tons de cinza, em geral, os resultados obtidos são modestos.

O fraco desempenho de codificadores baseados em recorrência de padrões muitas vezes é creditado a dificuldade de aplicar esta técnica em dados com formato bidimensional. Este trabalho analisa o problema da compressão de imagens (em tons de cinza) sem perda através de técnicas de recorrência de padrões. Através de resultados práticos e de uma análise teórica, este trabalho mostra que esta técnica é pouco eficiente na compressão de imagens em tons de cinza, sem perda de informação, e que o fraco desempenho dos codificadores não é devido apenas ao fato da imagem ser um sinal bidimensional. Este artigo está dividido da seguinte forma. A técnica de recorrência de padrões aplicada na codificação universal é o assunto da seção 2. Na seção 3, o problema da compressão de imagens sem perda é estudado. A compressão de imagens através da técnica de recorrência de padrões é o assunto da seção 4, onde são apresentados os resultados desse trabalho. A conclusão é apresentada na seção 5.

II. RECORRÊNCIA DE PADRÕES

Conforme apontado na seção 1, a importância da técnica de recorrência de padrões está relacionada com o problema da codificação universal. Seja $\mathcal{S}$ uma fonte de informação com alfabeto finito $\mathcal{A}$ e cuja saída é uma seqüência de variáveis aleatórias, $U_1^\infty = U_1, U_2, \ldots$, que podem assumir valores em $\mathcal{A}$ segundo uma medida de probabilidade p. Seja

Marcelo S. Pinho, Divisão de Engenharia Eletrônica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Brasil, E-mail: mpinho@ele.ita.br. Este trabalho foi desenvolvido com o apoio da FAPESP, processo no. 00/12.016-9

$H(U_1^n)$ a entropia de U_1^n e seja $H(\mathcal{S}) = \lim_{n\to\infty} \frac{H(U_1^n)}{n}$, a entropia da fonte $\mathcal{S}$. O objetivo da codificação universal é encontrar códigos eficientes para todas as fontes pertencentes a uma determinada classe. Resultados da teoria da informação mostram que qualquer código sem perda possui uma taxa, em bits por símbolo da fonte, que é maior ou igual a razão $\frac{H(U_1^n)}{n}$, que por sua vez é tal que $\frac{H(U_1^n)}{n} \geqslant H(\mathcal{S})$. Um codificador sem perda é dito universal para uma determinada classe de fontes se sua taxa converge para $H(\mathcal{S})$.

Seja u_1^n uma realização de U_1^n, que é a saída de uma fonte cuja medida de probabilidade não é conhecida. A solução mais natural para o problema da codificação universal seria estimar a medida de probabilidade a partir de u_1^n e projetar um código através de alguma técnica eficiente (p.ex. o codificador aritmético). Um código para u_1^n poderia ser composto por um cabeçalho indicando a medida de probabilidade estimada, seguido da palavra código de u_1^n gerada pelo codificador projetado a partir desta medida. Na decodificação, bastaria ler o cabeçalho, identificar a medida de probabilidade estimada e projetar o decodificador correspondente. No entanto, se U_1^∞ for uma seqüência com memória, este problema se torna complexo. Dependendo do alfabeto $\mathcal{A}$ e da memória, a solução deste problema pode se tornar praticamente inviável. Por exemplo, supondo $\mathcal{A}$ um alfabeto com 256 elementos e uma fonte markoviana de ordem 5, seria necessário estimar 256^5 diferentes medidas de probabilidade e projetar 256^5 códigos diferentes, o que obviamente é inviável.

A técnica de recorrência de padrões busca identificar partes da seqüência u_1^n que se repetem e codifica esta parte através de ponteiros para sua primeira ocorrência na seqüência. Por exemplo, se

$$u_1^n = \underbrace{0110010101}_{u_1^{10}}\,100101\,\overbrace{0110010101}^{u_{17}^{26}}\,01\ldots,$$

a parcela u_{17}^{26} pode ser codificada através de um ponteiro para u_1^{10}. É possível mostrar que existem codificadores com baixa complexidade, baseados em recorrência de padrões, que resolvem o problema da codificação universal para diferentes classes de fonte [3], [9], [10]. Na verdade, a recorrência de padrões pode ser vista como uma forma indireta, mas eficiente, de se estimar a medida de probabilidade da fonte $\mathcal{S}$ que gerou a seqüência u_1^n.

O fato da taxa de um codificador convergir para a entropia da fonte não garante um bom resultado na prática. De fato, no mundo real, as seqüências são finitas e se a convergência for lenta, o codificador pode ser ineficiente. Uma forma de avaliar a convergência de um codificador, $\mathcal{C}$, é através da sua redundância para seqüências de comprimento finito, n, geradas a partir de uma fonte $\mathcal{S}$. Esta redundância é definida por $R_{\mathcal{C}}^n = \frac{E[|\mathcal{C}(U_1^n)|]-H(U_1^n)}{n}$, onde $E[|\mathcal{C}(U_1^n)|]$ indica o valor esperado do comprimento $|\mathcal{C}(U_1^n)|$ da palavra código $\mathcal{C}(U_1^n)$. Quando a medida de probabilidade p é conhecida, os métodos utilizados no código de Huffman e no código aritmético garantem que $R_{\mathcal{C}}^n = O(\frac{1}{n})$ [5]. No entanto, no problema da codificação universal não basta analisar a redundância para uma única fonte. Em [11] é apresentado um codificador $\mathcal{C}$ cuja redundância para qualquer fonte com número de estados finito é tal que $R_{\mathcal{C}}^n = O(\frac{log n}{n})$. Além disso, ainda em [11], é provado que não existe codificador capaz de atingir uma redundância melhor que esta, para muitas fontes com número de estados finito.

O codificador apresentado em [11] é baseado na estimativa da medida de probabilidade e na transmissão da medida estimada em um cabeçalho. Sendo assim, dependendo da fonte este codificador pode não ser muito útil na prática. Uma alternativa a este método é a utilização da técnica de recorrência de padrões. No entanto, conforme apresentado em trabalhos recentes, os codificadores baseados nesta técnica, que apresentam os melhores resultados, possuem uma redundância $R_{\mathcal{C}}^n = O(\frac{1}{log n})$ para as seguintes classes de fonte: (a) sem memória [12]; (b) markoviana [13]; (c) com número de estados finito [10], [14]. Estes resultados mostram que tais codificadores não são ótimos para estas classes de fontes. Sendo assim, se o objeto que se deseja comprimir possuir uma medida de probabilidade que permita uma solução baseada em uma estimativa direta da medida de probabilidade, a técnica de recorrência de padrões não será útil. No entanto, quando a fonte não permite este tipo de abordagem, a técnica de recorrência de padrões talvez seja a única possível, e conseqüentemente a melhor.

III. COMPRESSÃO DE IMAGENS SEM PERDA

A compressão de imagens sem perda é um problema de grande interesse em diferentes áreas do conhecimento. De fato, existem várias aplicações, tais como imagens médicas e imagens de sensoriamento remoto, onde a compressão sem perda é desejável (ou até mesmo necessária). Por esta razão, esta área de pesquisa tem recebido muita atenção nos últimos anos.

Conforme ressaltado na introdução, a compressão de imagens sem perda pode ser estudada dentro do contexto da codificação universal. Sendo assim, os codificadores mais indicados para resolver este problema deveriam ser os codificadores universais: ou baseados na estimativa direta da medida de probabilidade, ou baseados em alguma técnica capaz de estimar a medida de probabilidade indiretamente, tal como a recorrência de padrões. No entanto a aplicação direta destes codificadores na compressão de imagens esbarra em um problema prático existente no caso de imagens em tons de cinza. Em geral, um bom modelo para estas imagens deve ser baseado em um processo estocástico com memória. No entanto, estas imagens não possuem um número de pixels suficiente para se estimar uma medida de probabilidade com esta característica [15].

Para resolver este problema, os compressores de imagens mais populares utilizam ou a predição, ou algum tipo de transformação da imagem. Seja $\{\mathcal{I}\}_{n\times m}$ uma imagem em tons de cinza com n linhas e m colunas. $\mathcal{I}_{i,j}$ representa o pixel da linha i e da coluna j, i.e.

$$\{\mathcal{I}\}_{n\times m} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{1,1} & \ldots & \mathcal{I}_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{I}_{n,1} & \ldots & \mathcal{I}_{n,m} \end{bmatrix}$$

Um codificador baseado em predição utiliza um preditor para gerar uma imagem erro, $\{\mathcal{E}\}_{n\times m}$, contendo a diferença entre o valor do pixel e o valor da sua predição, $\mathcal{E}_{i,j} = \mathcal{I}_{i,j} - \hat{\mathcal{I}}_{i,j}$. Em geral, a imagem erro é tal que a correlação entre os pixels vizinhos é reduzida. Sendo assim, fica mais fácil de ser comprimida. Existem vários codificadores que utilizam esta técnica com bons resultados práticos [15], [16].

A utilização de transformadas, tais como a transformada discreta em cosseno (DCT) e as transformadas *wavelets*, é uma ferramenta utilizada há muito tempo no problema da compressão de imagens com perda. O objetivo inicial da transformada é buscar reduzir a correlação entre os pixels vizinhos para facilitar uma codificação posterior. No problema da compressão com perda, a imagem transformada, $\{\mathcal{T}\}_{n\times m}$, que pode possuir pixels com valores reais, é quantizada e codificada. A quantização é responsável pela distorção introduzida no sistema. Seguindo esta mesma linha, recentemente surgiram vários codificadores para compressão de imagens sem perda. Neste caso, é aplicada uma transformação, dando origem a uma imagem transformada, $\{\mathcal{T}\}_{n\times m}$, com coeficientes inteiros. Em geral, a imagem transformada é mais fácil de ser comprimida através de um codificador que estima sua medida de probabilidade. Um codificador com bom desempenho que utiliza esta técnica pode ser encontrado em [17].

IV. COMPRESSÃO DE IMAGENS USANDO RECORRÊNCIA DE PADRÕES

A utilização de codificadores baseados na técnica de recorrência de padrões para comprimir imagens foi abordada em diferentes trabalhos [6], [7], [8]. No entanto, os resultados obtidos são pouco competitivos [18]. Embora não existam muitas referências sobre o desempenho de tais codificadores aplicados em imagens erro e em transformadas de imagens, os resultados também não são bons. Este trabalho apresenta alguns resultados da utilização do codificador $LZ78i$ (uma versão do $LZ78$ introduzida em [19] e que possui melhor desempenho na prática) aplicado em imagens erro e transformadas de imagens. As imagens utilizadas para teste são as imagens em tons de cinza lena512, barbara512 e peppers512, que podem ser obtidas através da página da internet do *Center for Image Processing Research* do *Rensselaer Polytechnique Institute*, endereço http://www.cipr.rpi.edu.

Para medir o desempenho do $LZ78i$ em imagens erro, este trabalho utiliza a seguinte forma de predição, que é bastante utilizada na prática.

$$\hat{\mathcal{I}}_{i,j} = \begin{cases} \mathcal{I}_{i-1,j} + \mathcal{I}_{i,j-1} - \mathcal{I}_{i-1,j-1}, & \text{se } i>1 \text{ e } j>1\,; \\ \mathcal{I}_{i-1,j}, & \text{se } i>1 \text{ e } j=1\,; \\ \mathcal{I}_{i,j-1}, & \text{se } i=1 \text{ e } j>1\,; \\ 0, & \text{se } i=1 \text{ e } j=1\,; \end{cases}$$

Os resultados da compressão através do $LZ78i$, em bits por pixels, são apresentados na tabela 1, juntamente com as entropias estimadas. A entropia de 2^a ordem é calculada considerando blocos 2×2 da imagem. Ainda na tabela 1 são apresentados resultados relativos ao codificador proposto em [16].

Uma transformada muito utilizada em compressão de imagens sem perda é a transformada S, que é uma transformada multiresolução, não linear. Em [17] é apresentado um compressor de imagens sem perda que utiliza esta transformada e possui bons resultados na prática.

Imagens	LZ78i	Entropia		[16]
		1^a ordem	2^a ordem	
lena	5.40	4.80	3.81	4.24
babara	6.38	5.67	3.85	4.86
peppers	5.83	5.21	3.92	4.51

TABELA I

RESULTADOS DO LZ78I PARA IMAGENS ERRO

Conforme apontado em [17], existem diferentes definições da transformada S na literatura. Este trabalho utiliza a definição apresentada em [17]. Seja $c[k]$ uma seqüência de números inteiros, $k = 0, \ldots, n-1$, com n par. Então $c[k]$ pode ser representada por duas seqüências com comprimento $n/2$ (metade da resolução) tal que

$$\begin{aligned} l[k] &= \lfloor \frac{c[2k] + c[2k+1]}{2} \rfloor \\ h[k] &= c[2k] - c[2k+1] \end{aligned}$$

A seqüência $c[k]$ pode ser recuperada a partir de $l[k]$ e $h[k]$ da seguinte forma.

$$\begin{aligned} c[2k] &= l[k] + \lfloor \frac{h[k]+1}{2} \rfloor \\ c[2k+1] &= c[2k] - h[k] \end{aligned}$$

É possível notar que através desta transformação, $c[k]$ foi decomposto em duas seqüências: $l[k]$, que possui as componentes passa-baixa de $c[k]$; e $h[k]$, com as componentes passa alta. Esta mesma transformação pode ser aplicada novamente em $l[k]$, gerando duas novas seqüências com resolução $n/4$. Aplicando m vezes este procedimento, se obtém uma representação multiresolução para $c[k]$.

A transformada S para imagens é obtida aplicando (em cada resolução) a transformação acima seqüencialmente, primeiro nas linhas e depois nas colunas da imagem. Pela definição é possível notar que a transformada é composta por valores inteiros e sendo assim, pode ser utilizada em métodos de compressão sem perda. Os resultados da compressão através do $LZ78i$, em bits por símbolo da fonte, são apresentados na tabela 2, juntamente com as entropias estimadas das transformadas S das imagens de teste. A entropia de 2^a ordem é calculada considerando blocos 2×2 da imagem. Nos testes, a transformada S foi obtida fazendo a transformação multiresolução até o nível em que a imagem de menor resolução fosse uma imagem 2×2. Ainda na tabela 2 são apresentados resultados relativos ao codificador proposto em [17].

Através das tabelas 1 e 2 é possível observar que a taxa de compressão do $LZ78i$ não atinge nem mesmo a entropia de 1^a ordem. Esta mesma característica ocorre quando são usados outros codificadores, tais como o $LZ78$ e o winzip. É possível observar também que mesmo os codificadores mais eficientes conseguem atingir taxas abaixo das entropias de 1^a ordem

Imagens	LZ78i	Entropia		[17]
		1^a ordem	2^a ordem	
lena	5.89	5.07	3.84	4.17
babara	6.89	5.88	3.89	4.55
peppers	6.15	5.25	3.93	4.58

TABELA II

RESULTADOS DO LZ78I PARA A TRANSFORMADA S

mas acima das entropias de 2^a ordem. Na verdade, estes codificadores conseguem um resultado significativamente melhor que a entropia de 1^a ordem não por usarem codificadores que exploram de forma eficiente a memória da imagem, mas sim por utilizarem variações das transformadas apresentadas, que reduzem ainda mais a entropia de 1^a ordem. Por exemplo, em [17], o codificador é aplicado não na transformada S e sim na transformada S+P, cuja entropia de 1^a ordem para a imagem lena é 4.31. Sendo assim, é possível concluir que os codificadores possuem desempenhos muito próximos de codificadores universais para fontes sem memória. Conforme visto na seção 2, os codificadores que utilizam recorrência de padrões são úteis quando á fonte possui memória e é tal que a estimativa direta da medida de probabilidade é inviável. Para fontes sem memória, tais codificadores não são os mais eficientes. Sendo assim, os resultados obtidos estão dentro do esperado.

É importante citar que tais resultados não são válidos para imagens com apenas dois níveis (preto e branco), pois neste caso, a dificuldade em estimar a medida de probabilidade a partir da imagem é reduzida. Tais resultados também não são válidos para a compressão com perdas. No entanto, os resultados apresentados aqui podem ser úteis no projeto de codificadores com perda ou no projeto de codificadores para imagens com dois níveis.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho estudou o problema da compressão de imagens em tons de cinza, sem perda de informação, através da técnica de recorrência de padrões. Os resultados obtidos mostram que devido a características específicas destas imagens, esta técnica é pouco eficiente na prática. Os resultados encontrados estão de acordo com os resultados esperados pela teoria, que indica que tal técnica não é eficiente para comprimir fontes sem memória, ou fontes com número de estados finito (reduzido).

REFERÊNCIAS

[1] A. Lempel and J. Ziv, "On the complexity of finite sequences," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 22, pp. 75–81, 1976.

[2] J. Ziv and A. Lempel, "A universal algorithm for data compression," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 23, pp. 337–343, 1977.

[3] ——, "Compression of individual sequences via variable-rate coding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24, pp. 530–536, 1978.

[4] D. Hankerson, G. A. Harris, and P. D. J. Jr., *Introduction to Information Theory and Data compression*. Florida: CRC Press, 1998.

[5] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. New York: Wiley, 1991.

[6] A. Lempel and J. Ziv, "Compression of two-dimentional data," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, pp. 2–7, 1986.

[7] D. Sheinwald, A. Lempel, and J. Ziv, "Two-dimensional encoding by finite-state encoders," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, pp. 341–347, 1990.

[8] W. A. Finamore and P. R. R. L. Nunes, "A modified lempel-ziv and its application to errorless image compaction," *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speach and Signal Proc.*, pp. 14–17, 1991.

[9] A. D. Wyner and J. Ziv, "The sliding-window lempel-ziv algorithm is asymptotically optimal," *Proc. IEEE*, vol. 82, pp. 872–877, 1994.

[10] J. C. Kieffer, E. Yang, G. J. Nelson, and P. Cosman, "Universal lossless compression via multilevel pattern matching," *Transactions on Information Theroy*, vol. 46, pp. 1227–1245, 2000.

[11] J. Rissanen, "Complexity of strings in the class of markov sources," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, pp. 526–532, 1986.

[12] G. Louchard and W. Szpankowski, "On the average redundancy rate of the lempel-ziv code," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 43, pp. 1–8, 1997.

[13] S. A. Savari, "Redundancy of the lempel-ziv incremental parsing rule," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 43, pp. 9–21, 1997.

[14] J. C. Kieffer and E. Yang, "A simple technique for bounding the pointwise redundancy of the 1978 lempel-ziv algorithm," *Proc. of IEEE Data Compress Conference*, pp. 434–442, 1999.

[15] X. Wu and N. D. Memon, "Context-based adaptive lossless image coding," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, pp. 437–444, 1997.

[16] M. J. Weinberger, G. Seroussi, and G. Sapiro, "The loco-i lossless image compression algorithm: principles and standardization into jpeg-ls," *IEEE Transactions on Image Processing*, pp. 1309–1324, 2000.

[17] A. Said and W. A. Pearlman, "An image multiresolution representation for lossless and lossy compression," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, pp. 1303–1310, 1996.

[18] M. S. Pinho, "Compressão de dados via codificadores universais, de estado finito e sem perda de informação," Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 1996.

[19] M. S. Pinho, W. A. Finamore, and W. A. Pearlman, "Fast multi-match lempel-ziv," *Proc. IEEE Data Compress Conference*, p. 545, 1999.