Abordagens teóricas para fixação de preços de serviços pela Internet

Lúcio Fábio de C. Guerra e José Ewerton P. de Farias

***Resumo*— Este artigo apresenta um estudo sobre as abordagens teóricas aplicáveis à fixação de preços de serviços pela Internet. Partindo de um modelo simplificado para a qualidade do serviço, resultados analíticos são desenvolvidos e discutidos. Um estudo de caso incluindo resultados numéricos é incluído.**

***Palavras-Chave*— Internet, Preços de serviços pela Internet, Qualidade de serviço.**

***Abstract*— This paper presents a study on the theoretical approaches suitable for pricing of Internet services. Adopting a simplified model for the quality of service, analytical results are developed and discussed. A case study, including numerical results is included.**

***Keywords*— Internet, Internet pricing, quality of service.**

I. INTRODUÇÃO

A questão central entre os aspectos econômicos relacionados à Internet é a fixação dos preços para os serviços fornecidos pelos provedores. O preço pode ser usado como um instrumento para a recuperação dos custos, para aumentar a competição entre os diversos provedores de serviços, e para controlar a intensidade do tráfego. Um aspecto particular relacionado à fixação de preços de serviços pela Internet é que os usuários pagam pela qualidade do serviço que, para uma largura de faixa compartilhada, se deteriora com o aumento da demanda. Existem várias abordagens para a determinação de uma estratégia de fixação de preços, entre elas: o método baseado nos custos e o método baseado na otimização [1]. A determinação dos preços de serviços depende da abordagem econômica utilizada. Uma das abordagens é a da estrutura de *otimização*, baseada no processo de *maximização* ou *minimização*(ou seja, determinar um máximo ou um mínimo dentro de um conjunto de resultados). A estratégia ótima a ser adotada pode ser encontrada aplicando-se a teoria dos jogos ao problema [3],[4]. Em geral, quando os participantes são o provedor e o usuário, aplica-se o jogo *líder-seguidor*(não-cooperativo), no qual o provedor arbitra e ajusta um preço de modo a maximizar a demanda dentro de um nível desejado. Todavia, a solução deste jogo pode não ser "justa" ou mesmo não estar sobre a *fronteira de Pareto*.

A proposta aqui para este jogo é adotar o jogo *cooperativo*, no qual é possível se garantir uma solução "justa", bem como uma situação final melhor para todos os jogadores. Em termos práticos, a estratégia de jogo cooperativo necessita de arbitragem e regulamentação externa(por exemplo, da parte do governo).

Lúcio Fábio de C. Guerra e José Ewerton P. de Farias¸ Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Cammpina Grande, Campina Grande, PB, Brasil, E-mails: Lucio.Guerra@grad.dee.ufcg.edu.br, ewerton@dee.ufcg.edu.br.

A maioria das abordagens que aplicam teoria dos jogos à fixação de preços de serviços pela Internet (aplicando otimização) adotam um modelo de jogo tipo líder-seguidor envolvendo provedores e usuários, respectivamente. Os provedores estabelecem preços na condição de líderes, e os usuários respondem com demanda. Os provedores precisam estabelecer os preços certos com a finalidade de induzirem demandas adequadas pelos usuários e, assim, alcançarem os maiores lucros possíveis. Isto resulta em um jogo onde não há cooperação entre os participantes. Em [2] propõe-se o estudo do problema da fixação de preços de serviços na Internet usando-se uma abordagem de jogo cooperativo. Com esta abordagem, são estudados todos os possíveis resultados em um espaço de utilidades, e os jogadores (provedores e usuários) determinam, através de negociação ou arbitragem, qual resultado em particular constitui uma solução justa. Esta solução depende da definição do que se entende por *justo*. Tal definição pode ser expressa através de um conjunto de axiomas.

II. CONCEITOS TEÓRICOS APLICADOS

Adotamos a Qualidade de Serviço (QoS) como o parâmetro de interesse para a fixação de preços de serviços pela Internet. Um modelo simples, que viabilize a aplicação de métodos numéricos para resolução do problema, é utilizado.

A. Teoria dos jogos

Um jogo é uma situação na qual dois ou mais participantes, os *jogadores*, confrontam-se em busca de certos objetivos conflitantes. Começando de um dado ponto, existe uma seqüência de *movimentos pessoais*, em que cada um dos jogadores escolhe entre várias possibilidades. Ainda podem existir também *movimentos ao acaso*, ou *aleatórios*, tais como jogar um dado ou embaralhar um maço de cartas.

Assim, podemos definir, para a primeira categoria de movimentos acima, os *jogos de estratégia*, enquanto que para a segunda categoria definimos os *jogos de azar*. O nosso interesse aqui está nos jogos de estratégia, dos quais aplicaremos alguns resultados, dentro da abordagem de otimização, ao problema da fixação de preços de serviços pela Internet.

Outro elemento importante de um jogo é o *conhecimento* sobre os movimentos exatos feitos até certo momento. Em muitos casos práticos, o jogador executa um movimento prevendo que existem várias posições possíveis de jogo.

No fim de um jogo, existe algum tipo de *pagamento*(resultado) aos jogadores. No caso de ganho, o jogador obtém um *pagamento positivo*. Se houver perda, ocorre *pagamento negativo*. Chamaremos a qualquer resultado, a partir de agora, de *utilidade* de cada jogador.

Dentre os aspectos da teoria dos jogos, utilizaremos aqui os jogos *líder-seguidor*(não-cooperativo) e o *problema de barganha* (cooperativo) ao problema onde provedor e usuário participam.

A terminologia e as definições necessárias para cada jogo são resumidas a seguir:

1) Jogo líder-seguidor:
Seja c o preço que o provedor de serviços pela Internet(PSI) anuncia. Uma vez fixado o preço, seja r a demanda determinada pelo usuário. Denotemos também as utilidades para o usuário e o PSI como $U(c,r)$ e $V(c,r)$.
2) Jogo cooperativo(problema de barganha):
Chamemos os jogadores de barganhistas. Associemos a eles um par (u,v) de utilidades, onde u corresponde ao usuário e v ao PSI. Daí, podemos determinar uma função que leva um par (c,r) em $(u = U(c,r), v = V(c,r))$, onde $c, r, U(c,r), V(c,r)$ são as mesmas quantidades definidas para o jogo líder-seguidor. O conjunto S de todos os pontos (u,v) é chamado de *conjunto de barganha*.
Definamos o *ponto inicial* $s_0 = (u_0, v_0) \in S$ como sendo o resultado do jogo caso nenhum acordo seja possível entre os barganhistas. Então o conjunto S poderá conter somente pontos para os quais $u \geq u_0, v \geq v_0$, e o *problema de barganha* será representado pelo par (S, s_0). A *solução* deste problema é o ponto "justo" ou "igualitário" escolhido pelos dois jogadores.

Entendemos por *justiça* ou *eqüidade* a característica de jogo garantida pelos axiomas a seguir(que também permitem a unicidade da solução):

Axioma 2.1: Simetria:Se S é simétrico com relação ao eixo $u = v$ e o ponto inicial está sobre o eixo, então a solução está também sobre o eixo.

Interpretação: os jogadores são tratados igualmente.

Axioma 2.2: Otimização de Pareto: A solução está sobre a fronteira de Pareto.

Interpretação: nenhum resultado pode ser melhor para ambos os jogadores.

Axioma 2.3: Invariância com respeito a transformações sobre as utilidades: A solução ao problema de barganha $(f(S), f(s_0))$ é $f(s^*)$, onde s^* é a solução do problema (S, s_0) e f é uma transformação afim.

Interpretação: a solução é a mesma se moedas diferentes forem utilizadas.

Axioma 2.4: Independência de alternativas irrelevantes: Se a solução para o problema (S, s_0) é s^* e $S' \subseteq S, s^* \in S'$, então a solução para (S', s_0) é também s^*.

Interpretação: como s^* é mais justo que todos os pontos em S, e se $S' \subseteq S$, então s^* deve ser mais justo que todos os outros pontos em S'.

Com os axiomas 2.1–2.4 pode-se solucionar o problema por meio do esquema de arbitragem de Nash. Outros critérios para "justiça" podem ser encontrados em [1] e [5].

B. Modelo do sistema

Os participantes neste caso são o PSI e o usuário(representando uma classe de usuários com mesmos comportamentos esperados).Suponhamos que o usuário gere solicitações segundo uma distribuição de Poisson com taxa de chegada λ. Suponhamos também, sem perda de generalidade, que cada solicitação necessite de uma unidade de largura de faixa para satisfazê-la durante um intervalo de tempo distribuído exponencialmente e com média unitária. A taxa do serviço é então dada pela largura de faixa μ. Cada solicitação é acompanhada por uma exigência de *tempo máximo de resposta* (critério para QoS)denotado por s, que é uma *variável aleatória* com função densidade de probabilidade $f(s)$. Se o tempo de resposta real for menor do que s, considera-se que o serviço é aceitável; caso contrário considera-se que o serviço falhou. A função $f(s)$ pode ser discretizada usando-se funções delta de Dirac quando o conjunto de exigências de QoS for composto por aplicações com diferentes necessidades — por exemplo, voz sobre IP, fluxo de vídeo MPEG-2, e-mail, etc. Considerando s' como sendo o tempo de resposta realizado, um usuário obtém $g(s,s') \geq 0$ caso submeta a requisição. Ele obtém 0 se descartá-la.

O primeiro caso considerado é aquele onde o PSI fornece apenas um tipo de serviço. Para cada solicitação ele cobra uma remuneração c. (Na realidade, o valor cobrado deveria depender da duração associada à solicitação. No entanto, para o modelo aqui descrito a disciplina do serviço independe da duração associada à solicitação. As solicitações possuem mesmas distribuições de probabilidades para os tempos em fila, não importando as suas durações. Assim pode-se adotar uma remuneração constante e igual à média. Suponhamos também que o usuário utilize somente políticas estáticas, isto é, políticas dependentes somente da estatística, mas não do estado do sistema. Quando surge uma solicitação com tempo máximo de resposta aceitável s, ele a submete à Internet com uma probabilidade $\alpha(s)$ e a descarta com uma probabilidade $1 - \alpha(s)$.

C. Análise do modelo

A taxa de chegada submetida à Internet será $\alpha\lambda$, onde:

$$\alpha = \int_0^\infty \alpha(s)\ f(s)\ ds \tag{1}$$

Com isto a capacidade do enlace pode modelada por uma fila $M/M/1$ [6] com taxa de chegada $\alpha\ \lambda$ e taxa de serviço μ, e a *intensidade de tráfego* será:

$$\rho = \frac{\alpha\lambda}{\mu}. \tag{2}$$

Suponhamos que $P_n,\ n = 0,1,2,\ldots,$ sejam as probabilidades estacionárias de que hajam n solicitações no sistema ([6] p.124). Então:

$$P_n = (1-\rho)\ \rho^n,\ n = 0,1,2,\ldots \tag{3}$$

Usando ([6], Equação (3.25)) e a equação anterior, encontramos a média, T, do tempo de resposta:

$$T = \frac{1}{[(1-\rho)\ \mu]}. \tag{4}$$

Seja r os tempos de resposta na fila. Então para um dado s, a probabilidade de que $r > s$ será:

$$P(r > s) = e^{-(1-\rho)\mu s}. \quad (5)$$

O ganho do usuário se uma requisição é submetida é:

$$G(s) = \int_0^\infty g(s, s')p(s')ds', \quad (6)$$

onde $p(s')$ é a função densidade de probabilidade, para o tempo de serviço s'.

Com as considerações acima, pode-se definir [2] que as expressões para as utilidades (supõe-se que soluções analíticas existam para casos simples) são dadas pelas equações (7) (usuário) e (8) (provedor).

$$U(c, \alpha) = \lambda \int_0^\infty G(s)\alpha(s)f(s)ds - \alpha\lambda c \quad (7)$$

$$V(c, \alpha) = \alpha\lambda c, \quad (8)$$

Determinemos agora $\alpha(s)$ para um α fixo, a fim de maximizarmos $U(c, \alpha)$, obedecida a condição expressa na equação (1) com α sendo uma constante. Para qualquer $\alpha,\ 0 < \alpha < 1$, nós definimos o intervalo:

$$I_\alpha = \begin{cases} I_\alpha \subset [0, \infty) : G(s) \geq G(s') \quad \text{se} \quad s \in I_\alpha \quad \text{e} \\ s' \notin I_\alpha; \int_{I_\alpha} f(s)ds = \alpha \end{cases} \quad (9)$$

Observa-se que para um α fixo, $U(c, \alpha)$ atinge o seu máximo quando escolhemos $\alpha(s)$ como sendo a função indicadora de I_α:

$$\alpha(s) = \begin{cases} 1 & \text{se } s \in I_\alpha \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

Para ser possível uma análise do conjunto de utilidades como um todo, definiremos agora a função bem estar social $S = S(\alpha)$, como:

$$S = U + V = \lambda \int_0^\infty G(s)\alpha(s)f(s)ds$$

III. Estudo de caso

Nesta seção os resultados da seção 2 são aplicados a uma situação de interesse.

A. Aplicação do jogo líder-seguidor

Neste caso o problema é o seguinte:

> Para um dado preço estabelecido pelo PSI, o usuário escolhe um α tal que $U(c, \alpha)$ seja maximizada. O objetivo do PSI é escolher uma remuneração c de forma a maximizar a sua utilidade dada pela equação (8).

Na análise que se segue nós admitimos que o valor do serviço, dado por $g(s, s')$, decresce à medida que o tempo de resposta máximo aceitável aumenta. Além disso, admitimos que $f(s)$ seja distribuída exponencialmente, ou seja, que $f(s) = \eta e^{-\eta s}$. Daí encontramos $\alpha(s)$ através de (9) e (10) e calculamos $G(s)$ pela equação(6).

TABELA I

Função bem estar social.

α	I_α	S
$0,1$	$[0; 0,10536)$	$938,91$
$0,2$	$[0; 0,22314)$	$1787,5$
$0,3$	$[0; 0,35667)$	$2535,7$
$0,4$	$[0; 0,51083)$	$3183,4$
$0,5$	$[0; 0,69315)$	$3730,1$
$0,6$	$[0; 0,91629)$	$4175,1$
$0,7$	$[0; 1,204)$	$4516,9$
$0,8$	$[0; 1,6094)$	$4750,5$
$0,9$	$[0; 2,3026)$	$4852,0$

TABELA II

Espaço de utilidades $(U; V)$.

$c\ \alpha$	$0,1$	$0,2$	$0,3$
1	$838,91; 100$	$1587,5; 200$	$2235,7; 300$
2	$738,91; 200$	$1387,5; 400$	$1935,7; 600$
3	$638,91; 300$	$1187,5; 600$	$1635,7; 900$
4	$538,91; 400$	$987,5; 800$	$1335,7; 1200$
5	$438,91; 500$	$787,5; 1000$	$1035,7; 1500$
6	$338,91; 600$	$587,5; 1200$	$735,7; 1800$
7	$238,91; 700$	$387,5; 1400$	$435,7; 2100$

A solução para o jogo líder-seguidor é o equilíbrio de Nash $(U(c^*, \alpha(c^*)), V(c^*, \alpha(c^*)))$, onde $\alpha(c) = \arg[\max_{\alpha\in R} U(c, \alpha)]$ e $c^* = \arg[\max_{c\in C} V(c, \alpha(c))]$.

Exemplo: Aplicando-se a abordagem líder-seguidor, suponhamos $\mu = 1000$ pacotes/s; $\lambda = 1000$ pacotes/s; $f(s) = e^{-s}$ e $g(s, s') = 10e^{-s}[u(s') - u(s' - s)]$, onde $u(s')$ é a função degrau unitário. Teremos assim como resultado:

$$G(s) = 10e^{-s}[1 - e^{-(\mu-\lambda\alpha)s}]$$

Como os valores e μ e λ são iguais, teremos $\rho = \alpha$

TABELA III

Espaço de utilidades $(U; V)$.

$c\ \alpha$	$0,4$	$0,5$	$0,6$
1	$2783,4; 400$	$3230,1; 500$	$3575,1; 600$
2	$2383,4; 800$	$2730,1; 1000$	$2975,1; 200$
3	$1983,4; 1200$	$2230,1; 1500$	$2375,1; 1800$
4	$1583,4; 1600$	$1730,1; 2000$	$1775,1; 2400$
5	$1183,4; 2000$	$1230,1; 2500$	$1175,1; 3000$
6	$783,4; 2400$	$730,1; 3000$	$575,1; 3600$
7	$383,4; 2800$	$230,1; 3500$	$-24,9; 4200$

TABELA IV

Espaço de utilidades $(U; V)$.

$c\ \alpha$	$0,7$	$0,8$	$0,9$
1	$3816,9; 700$	$3950,5; 800$	$3952; 900$
2	$3116,9; 1400$	$3150,5; 1600$	$3052; 1800$
3	$2416,9; 2100$	$2350,5; 2400$	$2152; 2700$
4	$1716,9; 2800$	$1550,5; 3200$	$1252; 3600$
5	$1016,9; 3500$	$750,5; 4000$	$352; 4500$
6	$316,9; 4200$	$-49,5; 4800$	$-548; 5400$
7	$-383,1; 4900$	$-849,5; 5600$	$-1448; 6300$

e então faremos α variar no intervalo $(0,1)$. Dado $c = 1, 2, ..., 7$, faremos os valores de α variarem em $0.1, 0.2, ..., 0.9$. A tabela I apresenta, para cada α, o respectivo intervalo I_α calculado, como também o valor da função bem estar social S. Os pares (U, V), determinados para cada (c, α), são mostrados nas tabelas II, III e IV. Após a otimização das utilidades encontramos: $c^* = 5, \alpha(c^*) = 0.5, (U, V) = (1230, 1; 2500)$(ponto A da figura) e $S(\alpha(c^*)) = 3730, 1$.

O resultado acima indica que o jogo líder-seguidor dá margens a resultados melhores para PSI e usuário(a solução não está sobre a fronteira de Pareto, dada pela reta $S = U + V = 4852, 0$). A partir das equações (7) e (8) diferentes curvas(correspondendo a diferentes preços c) podem ser traçadas no espaço de utilidades (U, V).

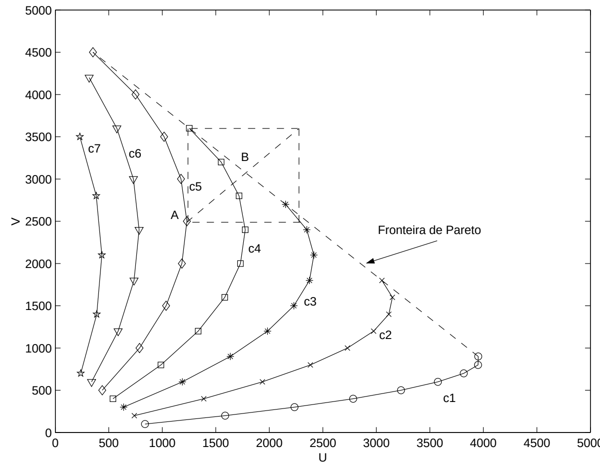

Fig. 1. Solução para o jogo líder-seguidor.

B. O jogo cooperativo

Nesta abordagem os dois jogadores, o PSI e o usuário, escolhem um ponto sobre a fronteira de Pareto como solução para o problema comum. Sobre a fronteira de Pareto o bem estar social é maximizado. Digamos que α^* seja o valor de α tal que $S(\alpha^*)$ maximize a função S. Tomaremos aqui a solução do jogo líder-seguidor $S(\alpha(c^*))$ como sendo o ponto de partida. Se $\alpha^* \neq \alpha(c^*)$, deve-se deduzir que $S(\alpha^*) > S(\alpha(c^*))$.

Obedecendo-se ao critério de justiça expresso pelos axiomas 2.1 e 2.2, os jogadores decidirão um valor c_{opt} para o preço, de modo que a solução para o problema de barganha $(U(c_{opt}, \alpha^*), V(c_{opt}, \alpha^*))$ seja encontrada(solução de Nash).

Fazendo um mesmo acréscimo de $\frac{S(\alpha^*)-S(\alpha(c^*))}{2}$ às utilidades no ponto de partida, ou seja, se

$$\begin{aligned} U(c_{opt}, \alpha^*) &= U(c^*, \alpha(c^*)) + \frac{S(\alpha^*) - S(\alpha(c^*))}{2}, \\ V(c_{opt}, \alpha^*) &= V(c^*, \alpha(c^*)) + \frac{S(\alpha^*) - S(\alpha(c^*))}{2}, \end{aligned}$$

então $S(\alpha^*) = U(c_{opt}, \alpha^*) + V(c_{opt}, \alpha^*)$ e ambos os jogadores obterão as utilidades maximizadas, alcançando a solução de Nash.

No exemplo anterior, vemos que a fronteira de Pareto é dada por $S(\alpha^*) = 4852, 0$, para $\alpha^* = 0, 9$. Logo, $\frac{S(\alpha^*)-S(\alpha(c^*))}{2} = 560.95$. Assim, a solução de Nash será $(U, V) = (1791, 05; 3060, 95)$(ponto B na figura 1).

A abordagem acima mostrou-se mais vantajosa para ambos os jogadores, assim como permite ampliar o conhecimento sobre os resultados possíveis no jogo. Todavia, em termos práticos[2], a aplicação do jogo cooperativo entre PSI e usuário necessita de arbitragem e regulamentação externa(por exemplo, da parte do governo)

IV. CONCLUSÃO

Um estudo sobre abordagens teóricas para a modelagem do problema da fixação de preços dos serviços usando a Internet é apresentado. Partindo-se de uma modelo simplificado para a qualidade do serviço (QoS), diferentes abordagens de otimização foram analisadas. O problema de barganha entre o PSI (provedor de serviços pela Internet) e o usuário (incluindo arbitragem e regulamentação externa) mostra-se mais vantajoso, para ambos os jogadores, quando comparado com o jogo líder-seguidor.

REFERÊNCIAS

[1] X-R Cao e H-X Shen, "Internet Pricing: Comparison and Examples",Proceedings of 39^{th} IEEE Conference on Decision and Control, Sidney, Austrália, dezembro 2000, pp. 2284-2289.

[2] X-R Cao, H-X Shen, R. Milito e P. Wirth, "Internet Pricing With a Game Theoretical Approach:Concepts and Examples", IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 10, No. 2, Abril 2002, pp. 208-216.

[3] G. Owen, *Game Theory*, Philadelphia, Pa:W.B. Saunders Company, 1968.

[4] R. J. La and V. Anantharam,"Network pricing using game theoretic approach", em Proc. 38th IEEE Conf. Decision and Control, vol.4,Dezembro 1999, pp. 4008-4013.

[5] X. R. Cao, "Preference functions and bargaining solutions", em Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1982, pp. 164–171.

[6] D. Bertsekas e R. Gallager, *Data Networks*, 1a. ed., Prentice-Hall, 1987.

[7] R. Gibbens, R. Mason, e R. Steinberg, "Internet service classes under competition", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 18, No. 12, Dezembro 2000, pp. 2490–2498.

[8] L.Kleinrock, *Queueing Systems, Volume I: Theory*, John Wiley, Nova Iorque, 1975.