

# Otimização de um Algoritmo Genético por Meio da Entropia de Shannon no Desenvolvimento de um Filtro Óptico

Alex Lattaro e Marcos Sergio Gonçalves

**Resumo**—Este trabalho tem como objetivo demonstrar a otimização de um algoritmo genético por meio da entropia de Shannon. A aplicação da otimização foi realizada no desenvolvimento de filtros ópticos que atuam em sistemas de Multiplexação Densa por Divisão de Comprimento de Onda. A otimização revelou resultados promissores como um aumento de 17% na convergência no início das gerações em um acoplador de entrada. No acoplador de saída, foi observado um aumento de 18% na conversão durante o início das gerações do algoritmo genético e de 10% ao final do experimento.

**Palavras-Chave**—Otimização, Algoritmo Genético, Entropia de Shannon, Filtros Ópticos

**Abstract**—This work aims to demonstrate the optimization of a genetic algorithm through Shannon entropy. The application of the optimization was carried out in the development of optical filters that work in Dense wavelength-division Multiplexing (DWDM) systems. The optimization revealed promising results such as a 17% increase in convergence at the beginning of generations in an input coupler. In the output coupler, an increase of 18% in the conversion was observed during the beginning of the generations of the genetic algorithm and of 10% at the end of the experiment.

**Keywords**—Optimization, Genetic Algorithm, Shannon Entropy, Optical Filters

## I. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de novos componentes fotônicos para atender a grande demanda por processamento e transmissão de dados tem se tornando um desafio em todo o mundo. A fim de contornar esse problema, a utilização de ferramentas de otimização computacionais baseadas em algoritmos estocásticos/heurísticos, como algoritmos genéticos (AG), estão sendo cada vez mais empregados no auxílio de projetos de dispositivos inovadores. Uma vantagem das técnicas de projetos utilizando algoritmos meta-heurísticos é a grande exploração de parâmetros como dimensões e propriedades elétricas permitindo obter dispositivos com alto desempenho.

Diversos dispositivos estão sendo desenvolvidos utilizando algoritmos meta-heurísticos. Por exemplo, em [1], demonstrou-se a possibilidade do desenvolvimento de dispositivos ópticos a partir de estruturas periódicas. Utilizando-se o método dos elementos finitos (MEF) e de algoritmos meta-heurísticos como o Algoritmo Genético, Estratégia Evolutiva e Imunidade Artificial, micro-acopladores ópticos e divisores

de potência foram desenvolvidos. Outros trabalhos utilizando otimizações exploram estruturas como meta-superfícies [2, 3], guias de ondas feitos a partir de cristais fotônicos [4, 5], micro-acopladores ópticos 3D [6], filtros ópticos [7], multiplexação por divisão de modos (Mode Division Multiplexing - MDM) [8], etc. Com a finalidade de diminuir a recorrência do uso dos métodos numéricos e reduzir o tempo total de otimização, fez-se o uso das redes neurais artificiais (ANN -Artificial Neural Network). Uma vez treinadas, as ANN podem substituir os métodos numéricos como o MEF e o FDTD. Diversos trabalhos abordam o uso das redes neurais no projeto de dispositivos fotônicos [9,10,11]

Embora os algoritmos bioinspirados tenham se tornado uma das metodologias mais utilizadas no desenvolvimento de dispositivos fotônicos, devido à sua fácil implementação e boa convergência, a aplicação na busca por parâmetros ótimos pode se tornar complexa, devido à necessidade do uso de populações iniciais com grande número de indivíduos. O uso desses algoritmos pode resultar em um alto custo computacional para problemas que envolvem simuladores eletromagnéticos e com muitas variáveis de ajuste. Não raro, essas otimizações podem durar dias ou semanas. Desta forma, este artigo propõe o uso da entropia de Shannon como medida de diversidade na formação da população inicial de um Algoritmo Genético, com o objetivo de reduzir o número de indivíduos que a compõem. Com o uso da entropia de Shannon, conforme proposto, a população inicial continua sendo gerada de forma aleatória, porém há controle em sua diversidade. Ainda, é possível estabelecer as melhores concentrações dos parâmetros que formam cada indivíduo da população inicial. Como consequência, é possível reduzir o número de indivíduos da população inicial, acelerando o processo de otimização. A técnica proposta é apresentada na segunda seção desse artigo. Na sequência, será apresentada a arquitetura de um filtro óptico que será utilizado como estudo de caso. Por fim, os resultados serão apresentados.

## II. INTEGRAÇÃO DO ALGORITMO GENÉTICO COM A ENTROPIA DE SHANNON

As otimizações realizadas nos projetos de dispositivos fotônicos geralmente levam em consideração as variações das dimensões e propriedades elétricas dos materiais que formam a estrutura. Devido à complexidade da geometria dos componentes a serem otimizados, as análises eletromagnéticas são realizadas por meio de métodos numéricos, sendo que,

neste trabalho, utilizou-se o método dos elementos finitos no domínio da frequência (MEF).

Assim, o MEF deve ser executado a cada iteração do processo de otimização para determinar quais são as melhores soluções do problema investigado. No entanto, os métodos numéricos podem demandar um alto custo computacional, principalmente quando o número de variáveis a serem determinadas é grande. Este fato pode elevar o tempo total de otimização.

Contribuindo para elevar o tempo total de otimizações, métodos heurísticos como o Algoritmo Genético necessitam de uma população inicial ampla, quando o espaço de busca é grande, para evitar a convergência prematura. Por outro lado, populações iniciais muito grandes podem tornar os métodos computacionalmente complexos [12], o que pode inviabilizar o processo de otimização. Assim, a metodologia proposta nesse trabalho utiliza a entropia de Shannon como medida da diversidade na formação da população inicial do Algoritmo Genético. Neste caso, a entropia de Shannon representa uma forma de controlar a geração da população inicial possibilitando uma distribuição mais eficiente dos cromossomos no espaço de busca.

A aplicação da metodologia proposta foi utilizada no desenvolvimento de dispositivos fotônicos otimizados pela variação de índices de refração. A Figura 1 ilustra a metodologia utilizada no desenvolvimento de um dispositivo fotônico. Pela figura, é possível observar que a estrutura a ser otimizada é composta pelos guias de onda de entrada e saída e por uma região de otimização. No guia de onda de entrada, aplica-se o sinal óptico e uma amostra desse sinal é enviado ao AG. Através deste guia de onda, o sinal óptico é acoplado na região de otimização. É nesse local que o Algoritmo Genético executa as variações aleatórias nos índices de refração das colunas dielétricas pertencentes a esta região. Na sequência, o sinal óptico é acoplado ao guia de saída e uma amostra desse sinal é enviada ao AG e a relação entre os sinais de entrada e saída define a função *fitness*. Após aplicar os operadores evolutivos, o AG gera uma nova população, sendo que cada cromossomo possui a distribuição dos índices de refração de todas as colunas dielétricas.

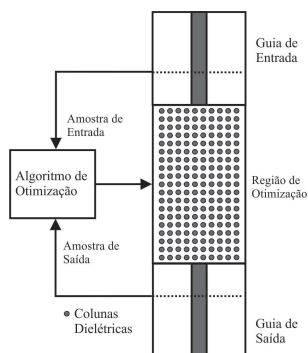


Fig. 1. Metodologia empregada no desenvolvimento de um dispositivo fotônico

O número elevado de colunas dielétricas pode tornar o espaço de busca grande. Como os cromossomos que formam a população inicial são gerados aleatoriamente, torna-

se necessário um grande número destes cromossomos para cobrir o espaço de busca e evitar a convergência precoce. Com a finalidade de cobrir todo o espaço de busca e evitar grandes populações iniciais, este trabalho utilizou a entropia de Shannon como controle da diversidade cromossômica, permitindo uma exploração mais eficiente do espaço de busca. A entropia de Shannon pode ser escrita como [13]:

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_m p(x_i) \quad (1)$$

onde,  $n$  é o número de eventos e  $p$  é probabilidade de ocorrência do evento  $x_i$ . A base do logaritmo  $m$  varia para diferentes aplicações. Como resultado, o valor da entropia  $H$  pode variar de 0, quando não há incertezas, a 1 que representa a incerteza máxima.

No caso da medida de diversidade de um cromossomo composto pelos índices de refração das colunas dielétricas, conforme ilustrado na Figura 1,  $n$  representa a quantidade de genes de cada cromossomo, ou seja, a quantidade de colunas dielétricas da Região de Otimização. A probabilidade  $p(x_i)$  é determinada pela repetição de um gene no cromossomo dividida pelo tamanho total deste cromossomo. Por fim,  $m$  representa a quantidade de valores de índices de refração que cada coluna dielétrica pode assumir. Com a finalidade de ilustrar o cálculo da entropia de Shannon, será considerado um cromossomo composto de  $n = 10$  colunas dielétricas, sendo que as colunas assumem de forma alternada os valores de índices de refração de 1,0 e 3,4. Neste exemplo,  $m = 2$ , e a entropia será 0,971.

A distribuição dos índices de refração das colunas dielétricas na geração dos cromossomos da população inicial é feita de forma aleatória. Em uma situação real, o número de colunas na Região de Otimização pode ser de dezenas ou centenas. Desta forma, espera-se pouca repetição de sequências de índices de refração com mesmo valor, elevando a entropia dos cromossomos. Como consequência, há uma pequena cobertura do espaço de busca, sendo necessárias populações iniciais maiores para evitar a convergência precoce.

Para uma distribuição mais eficiente, a metodologia desenvolvida neste trabalho leva em consideração populações iniciais divididas em diferentes faixas de entropia. Assim, as faixas iniciais são formadas por cromossomos com baixa entropia, o que significa que haverá sequências maiores de colunas dielétricas com mesmo índice de refração. Nas faixas intermediárias, o tamanho das sequências diminui e nas últimas o valor da entropia fica próximo a 1. Ainda, para gerar os cromossomos com entropias mais baixas, consideraram-se diferentes probabilidades de atribuição de cada índice de refração. A Figura 2 ilustra o fluxograma da incorporação da entropia de Shannon no AG.

Observando a Figura 2 é possível compreender o fluxo deste trabalho. Primeiramente o AG gera um cromossomo aleatório que, no caso do filtro óptico adotado como estudo de caso, é composto por 41 colunas dielétricas que podem receber 2 ou 3 índices de refração distintos. Em seguida é calculada a entropia desse cromossomo. Caso a entropia do cromossomo esteja

dentro dos parâmetros estipulados para determinada faixa, o cromossomo passa a fazer parte da população inicial. Do contrário, esse cromossomo é descartado e outro é aleatoriamente gerado em seu lugar. Esse procedimento se repete até que a população inicial esteja completa.

Cada população inicial é enviada ao MEF, o qual é responsável pelo cálculo das potências de entrada e saída do acopladores. Em seguida, o AG emprega o cálculo da função *fitness*, determinando assim a aptidão do indivíduo. Na sequência, são determinados os pais que serão responsáveis pela geração da nova população. Os pais passam por um processo de *crossover* que precede o processo de mutação. Por fim, é aplicada a técnica do elitismo a fim de evitar a deterioração da população.

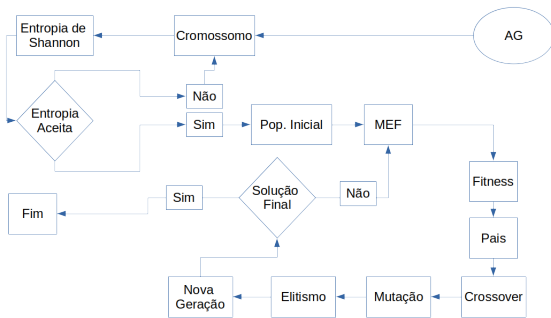


Fig. 2. Fluxograma da integração entre Método dos Elementos Finitos e Algoritmo Genético com otimização da entropia de Shannon.

### III. ESTUDO DE CASO

Para analisar a eficiência do método proposto, será considerado o projeto de um filtro óptico para aplicação em sistemas DWDM. A Figura 3 ilustra a arquitetura utilizada no projeto. O filtro é formado por três microcavidades em série feitas a partir de cristais fotônicos e por dois acopladores que possuem as funções de realizar a integração entre as microcavidades de cristais fotônicos e os guias de onda contínuos. O acoplador de entrada é responsável pela integração do guia contínuo com o guia periódico, e o acoplador de saída é responsável pela integração do guia periódico com o guia contínuo. Na figura, as colunas dielétricas que formam os cristais fotônicos estão representadas pela cor preta e possuem índice de refração de 3,4 e raio de  $0,11044 \mu\text{m}$ . A simetria é retangular com periodicidade de  $0,58 \mu\text{m}$ . As colunas dielétricas que serão otimizadas para formar os acopladores estão na cor vermelha e possuem as mesmas dimensões das colunas que formam os cristais fotônicos. Porém, os índices de refração podem variar de acordo com a evolução das otimizações.

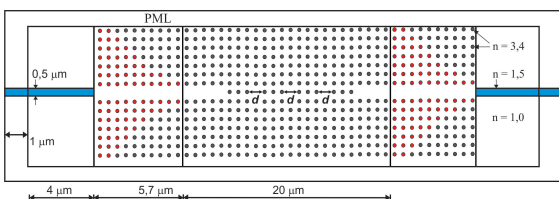


Fig. 3. Arquitetura do Filtro Óptico

O desenvolvimento do projeto filtro óptico é realizado em três etapas. Na primeira, será ajustada a distância  $d$ , representada na Figura 3, para determinar o comprimento de onda ressonante, conforme descrito em [7]. No caso, a distância  $d$  foi de  $1,147 \mu\text{m}$  para a ressonância no comprimento de onda de  $1568,77 \mu\text{m}$ . A parte do projeto consiste em otimizar as colunas dielétricas do acoplador de entrada pela variação do índice de refração. Este procedimento é realizado apenas no comprimento de onda de operação, garantindo que o sinal óptico proveniente do guia de onda contínuo de entrada seja acoplado nas microcavidades com o mínimo de perdas. Na terceira parte, o mesmo procedimento de otimização é repetido para o acoplador de saída. O modo fundamental  $\text{TE}_0$  é aplicado no guia de entrada e determina-se a potência óptica. Após a onda eletromagnética propagar-se pela Região de Otimização, é realizada a medida da potência óptica no guia de onda de saída. A relação entre a potencia de saída e potência de entrada é enviada ao AG que realizará a otimização com o objetivo de maximizar o acoplamento óptico entre os guias de onda no comprimento de onda de operação.

### IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para verificar o desempenho da metodologia desenvolvida neste trabalho, serão analisadas duas versões do filtro óptico. Na primeira versão, cada coluna dielétrica pode assumir um entre três valores de índice de refração, ou seja, 1,0, 1,5 e 3,4. Na segunda, cada coluna dielétrica pode assumir apenas dois índices de refração, 1,0 e 3,4. Como na primeira versão a variação dos índices de refração é maior, o espaço de busca também será maior e haverá a necessidade de populações iniciais com maior número de cromossomos para evitar a convergência prematura. Assim, espera-se que o dispositivo tenha um desempenho superior ao do filtro desenvolvido com dois materiais. Entretanto, para a análise da atuação da metodologia proposta, serão consideradas populações iniciais pequenas e de mesmo tamanho. Para o desenvolvimento dos projetos, utilizou-se uma probabilidade de *crossover* e de mutação de 90%. A probabilidade que cada indivíduo possui para ser a solução é dada por:

$$P_i = \frac{\tau_i}{\sum_{k=1}^n \tau_k} \quad (2)$$

onde  $N$  é o tamanho da população e  $\tau$  é a relação entre as potências ópticas no guia de onda de saída. Com relação ao método dos elementos finitos, utilizou-se para ambos os projetos uma malha com 58522 elementos triangulares quadráticos e 117455 variáveis a serem determinadas. Também, utilizou-se camadas de PML de  $1 \mu\text{m}$  para absorver as reflexões, conforme ilustrado na Figura 3.

Conforme a metodologia proposta e descrita na segunda seção desse artigo, a população inicial de AG é dividida em regiões de acordo com a entropia de Shannon dos cromossomos. Assim, para o primeiro exemplo, considerou-se uma população inicial pequena formada por 60 cromossomos, sendo que cada coluna dielétrica pode assumir os valores de índices de refração de 1,0, 1,5 ou 3,4 durante a otimização. Nesse caso,

a base do logaritmo  $m$  será 3. A primeira região da população inicial é formada por cromossomos que possuem entropia entre 0 a 0,4, sendo que os cromossomos são gerados utilizando a função *rand* do Octave. Para atingir valores baixos de entropia, adotaram-se diferentes probabilidades de atribuição de índices de refração para as colunas dielétricas. Nesta região, o índice de refração de 3,4 terá 70% de chance de ser atribuído a uma coluna dielétrica enquanto que os demais índices de refração possuem probabilidade de 15% cada de serem atribuídos às colunas dielétricas, respectivamente. A segunda região da população inicial é formada por cromossomos com entropia entre 0,4 a 0,8 com as mesmas probabilidades de atribuição de índices de refração da região 1. Por fim, a terceira região da população inicial é formada por cromossomos que possuem entropia acima de 0,8. O índice de refração de 3,4 possui 50% de possibilidade de ser atribuído às colunas dielétricas. Os demais índices de refração possuem 25% de probabilidade de serem atribuídos às colunas dielétricas. Ressalta-se que os valores descritos foram determinados após análises preliminares da população inicial.

A Figura 4 mostra a curva da convergência, que é a relação entre a potência de saída e a potência de entrada, em função do número de gerações para o projeto do acoplador de entrada utilizando-se o controle de entropia na formação dos cromossomos da população inicial, conforme a metodologia proposta, e sem o controle de entropia. No caso, a convergência é a relação entre as potências nos guias de onda de saída e entrada no comprimento de onda de operação. Conforme pode ser visto na figura, utilizando-se a entropia de Shannon, foi possível obter uma população inicial com maior diversidade em relação à população inicial sem nenhum controle. Com a elevação da diversidade, há uma melhora na distribuição das soluções que cada cromossomo da população inicial representa. Desta forma, há a possibilidade de se encontrar soluções mais adequadas às otimizações do filtro óptico. Assim, com o método proposto, a melhor solução encontrada fornece um acoplamento de 70% enquanto que sem o método, a melhor solução é de 53%, o que nos fornece um aumento de 17% na conversão.

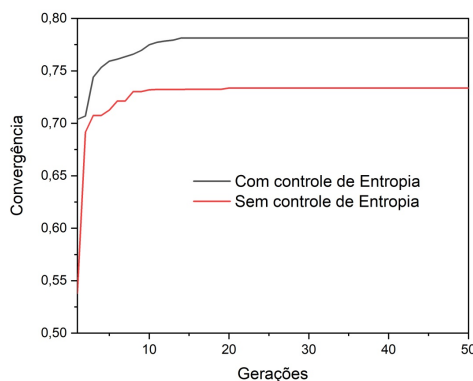


Fig. 4. Comparação da convergência entre a metodologia com controle de entropia e sem controle de entropia no acoplador de entrada

A Figura 5 ilustra a curva da convergência obtida para o acoplador de saída. Para o desenvolvimento desse acoplador, foi utilizada a melhor solução obtida para o acoplador de

entrada. Por meio desta figura, é possível observar que o aumento da diversidade da população inicial ocasionado pela metodologia proposta resultou em uma solução que represente um acoplamento mais eficiente que as soluções obtidas sem o uso do controle de entropia. Assim, a melhor solução da população inicial com o controle de entropia foi de 0,83 enquanto que, sem o controle de entropia, a melhor solução foi de 0,65, nos fornecendo uma melhora de 18%. Após 50 gerações, o acoplamento final no comprimento de onda de operação foi de 0,85 com o uso da entropia de Shannon. Sem o controle, o máximo acoplamento obtido foi de 0,75, indicando uma possível convergência prematura e uma melhora de 10% na conversão. A Figura 6 mostra a composição final do filtro óptico após as duas otimizações, onde é possível verificar a distribuição de índices de refração de cada coluna dielétrica que forma cada acoplador. Por fim, a Figura 7 mostra a curva do ganho em função do comprimento de onda. Pela figura, é possível observar que a perda de inserção do filtro óptico no comprimento de onda de 1,56877 $\mu$ m é 1,4 *d*. O fator *Q* do filtro obtido foi de  $4,3 \times 10^5$ . O tempo de otimização de cada acoplador foi de aproximadamente 16 horas em um notebook i7 de 8 GHz utilizando o sistema operacional Linux.

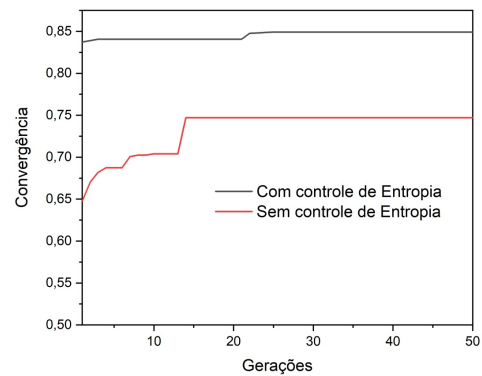


Fig. 5. Comparação da convergência entre a metodologia com controle de entropia e sem controle de entropia no acoplador de saída

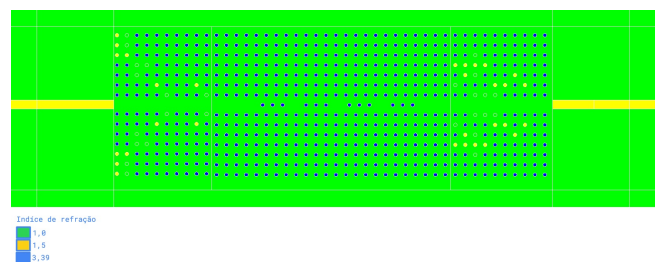


Fig. 6. Composição final do filtro óptico, com três índices de refração, após as duas otimizações

A segunda versão do filtro óptico leva em consideração que cada coluna dielétrica possa assumir dois índices de refração durante o processo de otimização, o que poderá facilitar o processo de fabricação. Nesse caso, a base do logaritmo  $m$  será 2. Para as otimizações, as populações iniciais forma divididas em três regiões de acordo com a entropia dos cromossomos da mesma forma que as divisões adotadas no primeiro exemplo.

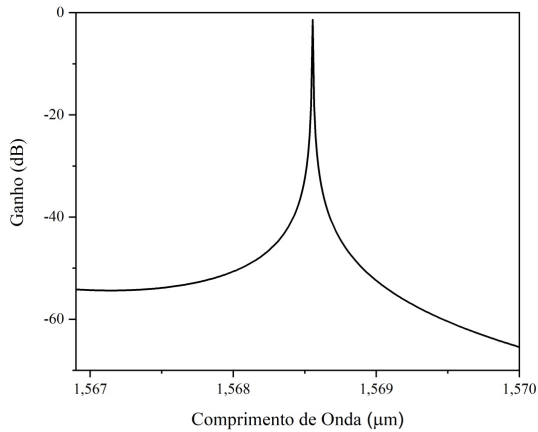


Fig. 7. Curva do ganho em função do comprimento de onda.

Após algumas análises preliminares, foi possível estabelecer as probabilidades de atribuição de cada índice de refração às colunas dielétricas. Assim, para a primeira região da população inicial, o índice de refração de 3,4 terá 85% de possibilidade de ser atribuído a uma coluna dielétrica e o índice de refração de 1,0 terá 15%. Na segunda e terceira região, o índice de refração de 3,4 terá probabilidade de 80% e o índice de refração de 1,0 terá 20%. A Figura 8 mostra as curvas de convergência em função do número de gerações para os acopladores de entrada e saída. Observa-se que com a diversidade da população inicial obtida através do controle de entropia, foi possível formar cromossomos que representam soluções com acoplamento de 0,74 para o acoplador de entrada. O acoplamento total do filtro óptico foi de 0,85, aproximadamente, o que representa o mesmo valor obtido para o filtro otimizado com três índices de refração. A Figura 9 mostra a composição final do filtro óptico após as otimizações.

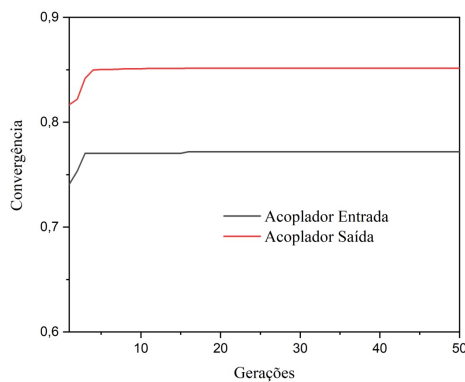


Fig. 8. Curvas de convergência em função do número de gerações para os acopladores de entrada e saída

## V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma nova metodologia baseada na entropia de Shannon para elevar a diversidade das populações iniciais de Algoritmo Genéticos aplicados na otimização de dispositivos fotônicos. Com populações iniciais formadas por cromossomos com diferentes entropia de Shannon, foram

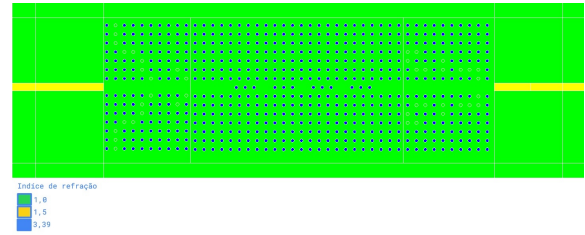


Fig. 9. Composição final do filtro óptico, com dois índices de refração, após as duas otimizações

realizados os projetos, por meio de otimizações, de dois filtros ópticos. Em ambos casos, obteve-se uma boa convergência para populações iniciais pequenas e com poucas gerações, reduzindo o tempo total de otimização.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. H. da Silva Santos, M. S. Gonçalves, and H. E. Hernandez-Figueroa, "Designing novel photonic devices by bioinspired computing," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 22, no. 15, pp. 1177–1179, 2010.
- [2] D. H. Werner, J. A. Bossard, Z. Bayraktar, Z. H. Jiang, M. D. Gregory, and P. L. Werner, *Nature inspired optimization techniques for metamaterial design* in Numerical Methods for Metamaterial Design, K. Diest, ed., Topics in Applied Physics (Springer Netherlands, 2013), pp. 97–146.
- [3] S. Jafar-Zanjani, S. Inampudi, and H. Mosallaei, *Adaptive genetic algorithm for optical metasurfaces design* Sci. Rep. UK, vol. 8, p. 11040, 2018.
- [4] Ryo Shiratori, Masaya Nakata, Kosuke Hayashi, and Toshihiko Baba, *Particle swarm optimization of silicon photonic crystal waveguide transition* Opt. Lett. 46, 1904-1907 (2021).
- [5] M. S. Gonçalves, C.H.S. Santos, W. M. Ferraz-Júnior, F. J. Arnold, *Multi-symmetric level (MSL) optimization technique based on genetic algorithm for photonic devices design* Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, Vol. 20, No. 4, December 2021.
- [6] J. S. Jensen and O. Sigmund, *Topology optimization for nano-photonics*, Laser Photonics Rev. 5, No. 2, 308–321, 2011.
- [7] J. V. Marangoni and M. S. Gonçalves, *Numerical Analysis of a Novel Optical Filter for DWDM Systems* in IEEE Latin America Transactions, vol. 14, no. 4, pp. 1943-1947, April 2016.
- [8] Z. Zeng, L. Lu, P. He, D. Liu, and M. Zhang, *Demonstration of dual-mode photonic integrated circuit based on inverse-designed photonic components*, IEEE photonics technology letters, vol. 33, no. 23, December 1, 2021.
- [9] J. Li, Y. Li, Y. Cen, C. Zhang, T. Luo and D. Yang, *Applications of Neural Networks for Spectrum Prediction and Inverse Design in the Terahertz Band* in IEEE Photonics Journal, vol. 12, no. 5, pp. 1-9, Oct. 2020, Art no. 5900509, doi: 10.1109/JPHOT.2020.3022053.
- [10] K. Kojima, T. K. Akino, Y. Tang, Y. Wang, M. Brand, *Chapter Eleven - Machine learning for design and optimization of photonic devices* in Machine Learning for Future Fiber-Optic Communication Systems, 2022, pp. 337-374, Mar. 2022, doi:https://doi.org/10.1016/B978-0-32-385227-2.00018-8.
- [11] Mao, S.; Cheng, L.; Zhao, C.; Khan, F.N.; Li, Q.; Fu, H.Y. *Inverse Design for Silicon Photonics: From Iterative Optimization Algorithms to Deep Neural Networks*. Appl. Sci. 2021, 11, 3822. https://doi.org/10.3390/app11093822.
- [12] J. Liu, Y. Xia, *A hybrid intelligent genetic algorithm for truss optimization based on deep neural network* in Swarm and Evolutionary Computation, 2022, pp. 101-120. doi:https://doi.org/10.1016/j.swevo.2022.101120.
- [13] SHANNON, C. E. *A mathematical theory of communication*. The Bell System Technical Journal, v. 27, n. 3, p. 379–423, 1948.