

Efeito do Sombreamento no Modelo η - μ Complexo para $\mu = 1/2$ (Hoyt)

Alexander Bento Melo, Carlos Rafael Nogueira da Silva e Michel Daoud Yacoub

Resumo— Os parâmetros do canal de desvanecimento variam de acordo com o ambiente de propagação, fato conhecido e reportado na literatura. É evidente que essa variação impacta diretamente o desempenho do sistema. Neste artigo, investigamos o efeito da variação estocástica do parâmetro de desbalançamento η do modelo η - μ complexo Formato 2 para $\mu = 1/2$, i.e., Hoyt. Partindo-se da hipótese que as potências das componentes fase e quadratura variam de forma independente de acordo com uma Exponencial Negativa de média unitária, o parâmetro η correspondente segue uma Uniforme de -1 a 1. Com essas hipóteses, são deduzidas de forma exata as estatísticas de primeira ordem resultantes, quais sejam: (i) a função densidade de probabilidade (FDP) e a função distribuição acumulada (FDA) para a envoltória e fase; (ii) os momentos generalizados da envoltória; e (iii) a Figura de Desvanecimento, ou Amount of Fading (AF). Mostra-se que a variabilidade desse parâmetro, aqui chamada de sombreamento, em média, tende, a amenizar os seus efeitos nas estatísticas resultantes.

Palavras-Chave— Modelo η - μ , Distribuição de Hoyt, quantidade de desvanecimento, distribuição de fase e envoltória.

Abstract— The fading channel parameters vary according to the propagation environment, a fact already known and reported in the literature. It is evident that this variation directly impacts the performance of the system. In this paper, we investigate the effect of the stochastic variation of the unbalance parameter η of the complex model η - μ Format 2 for $\mu = 1/2$, i.e., Hoyt. Starting from the hypothesis that the powers of the phase and quadrature components vary independently according to a Negative Exponential of unitary mean, the corresponding parameter η follows a Uniform from -1 to 1. With these hypotheses, we derive the resulting first-order statistics, namely: (i) the probability density function (PDF) and the cumulative distribution function (FDA) for the envelope and phase; (ii) the generalized moments of the envelope; and (iii) the Figure of Fading, or Amount of Fading. It is shown that the variability of this parameter, here called shadowing, on average, tends to soften its effects on the resulting statistics.

Keywords— η - μ modeling, Hoyt distribution, amount of fading, envelope and phase distribution.

I. INTRODUÇÃO

Os dois fenômenos estocásticos típicos e que predominantemente degradam o sinal em um ambiente de comunicação sem fio são o multipercurso e o sombreamento. Como largamente sabido, o multipercurso resulta das múltiplas cópias do sinal que chegam ao receptor provenientes de reflexões, difrações, e espalhamentos. E o sombreamento, como o nome sugere,

resulta do bloqueio do sinal por grandes obstáculos. O efeito do multipercurso no valor instantâneo da amplitude do sinal é percebido como uma variação rápida deste, da ordem de frações de comprimento de onda. Já na fase, e para os modelos de um único cluster de multipercurso, ocorre uma dispersão em torno da fase da componente dominante (caso Rice) e, na ausência desta, em torno de pontos de fase notáveis como 0 e π ou $\pi/2$ e $3\pi/2$ (casos Rayleigh, Weibull, e Hoyt). Ainda na fase, e na presença de multiclusters e componentes dominantes, há dispersões em torno de todos os citados pontos notáveis e em torno da fase da resultante das dominantes (caso κ - μ). E na ausência desta, as dispersões ocorrem apenas em torno dos pontos notáveis (casos, Nakagami- m , α - μ η - μ). O efeito do sombreamento se dá na média local que oscila aleatoriamente em torno da média global. Relativamente à fase, permanecendo inalterados os atributos do canal ao longo do sombreamento, ela será aquela da de curto prazo. Por outro lado, é largamente sabido que, embora possa-se ter o mesmo processo de desvanecimento de multipercurso localmente, os atributos do canal podem variar ao longo da trajetória. Assim, no longo prazo, em média, a fase poderá variar também. A variabilidade dos parâmetros de desvanecimento, embora pouco explorada, é conhecida e reportada na literatura. Podem-se ver, por exemplo, algumas dessas estatísticas, particularmente relativas aos parâmetros Nakagami m , Rice k , e α e μ da α - μ em [1]–[3].

Enquanto que para o curto prazo um grande número de processos de desvanecimento pode ser encontrado que modelam os diferentes ambientes, para o longo prazo o mais universalmente aceito é aquele caracterizado pela distribuição lognormal. O modelo mais simples de curto prazo é o Rayleigh, que considera o sinal complexo recebido tendo fase e quadratura Gaussianas de média nula e mesmas variâncias. Sob estas condições, a distribuição da fase do canal Rayleigh segue uma Uniforme de $-\pi$ a π . Quando se admitem variâncias diversas e média nula, chega-se ao modelo Hoyt. Para mesmas variâncias e médias não nulas, obtém o modelo Rice. Para variâncias diversas e médias não nulas, Beckmann. Esses modelos foram generalizados com a inclusão de múltiplos clusters, dando origem a Nakagami- m , α - μ , η - μ , κ - μ , e η - κ - μ .

Como sempre, e ainda mais com o advento das gerações avançadas das comunicações sem fio em que os sistemas são levados a operar no limite de suas capacidades, compreender o comportamento do meio de comunicação da forma mais precisa é de fundamental importância de forma a atender aos requisitos extremos. Nesse sentido, torna-se fundamental aprofundar-se no entendimento do comportamento do canal

Alexander Bento, Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações, Universidade Federal de Uberlândia, Patos de Minas-MG, e-mail: alexbentomelo@ufu.br; Carlos Rafael Nogueira da Silva, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba-MG, e-mail: carlos.nogueira@uftm.edu.br; Michel Daoud Yacoub, Departamento de Comunicações, Unicamp, Campinas-SP, e-mail: mdyacoub@unicamp.br.

em todas as suas instâncias, incluindo modelos de longo prazo, curto prazo, e combinados, os chamados modelos compostos.

A literatura é rica neste quesito. Mais particularmente, no que concerne aos modelos compostos, citam-se, por exemplo os trabalhos em [4]–[7] e em suas respectivas referências. Vale ressaltar que em todos esses modelos, a distribuição de longo prazo lognormal passa a ser substituída por outras que a aproximam e que levam a formulações matematicamente mais tratáveis. Destaca-se dentre ela a Gamma, para o modelo de potência, e a correspondente Nakagami- m para a envoltória. A primeira inclui a Exponencial Negativa e a segunda, a Rayleigh. Outra que se destaca é a Gamma Inversa e, da mesma forma, Nakagami- m inversa. Como pode ser observado, todos os trabalhos que abordam as distribuições compostas têm como foco a envoltória ou, correspondentemente, a potência do sinal. Não se aborda a questão do efeito da variabilidade dos atributos do canal na sua forma complexa. O objetivo do presente trabalho é investigar o efeito da variação provocada pelo sombreamento de algum parâmetro do canal no desvanecimento complexo. O estudo inicial tem como foco o caso particular do modelo η - μ com $\mu = 1/2$, correspondente àquele de Hoyt. As principais contribuições deste trabalho são listadas a seguir:

- 1) A função densidade de probabilidade e a função distribuição acumulada da fase;
- 2) A função densidade de probabilidade e função distribuição acumulada da envoltória;
- 3) O momento generalizado da envoltória;
- 4) A figura de desvanecimento (ou Amount of Fading).

Vale notar que tanto a distribuição da fase como também os momentos da envoltória são obtidos em formulação fechada.

O restante do artigo é dividido da seguinte forma: A Seção II revista o modelo de canal η - μ e sua conexão com o modelo de canal Hoyt introduzindo o parâmetro de sombreamento na distribuição conjunta fase-envoltória do modelo de Hoyt. A Seção III fornece as estatísticas marginais para a fase e para envoltória descondicionadas do parâmetro de sombreamento. Alguns gráficos são apresentados na Seção IV para verificarmos o comportamento do sinal em relação a um canal em que o parâmetro permanece constante. Conclusões finais são descritas na Seção V.

II. A DISTRIBUIÇÃO CONJUNTA FASE-ENVOLTÓRIA η - μ

O modelo complexo para a distribuição η - μ é dado por [8]

$$f_{r,\theta}(r, \theta) = \frac{2\mu^2 h^{2\mu} r^{4\mu-1} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1}}{(h^2 - H^2)^\mu \hat{r}^{4\mu} \Gamma^2(\mu)} \times \exp\left(-\frac{2\mu r^2}{\hat{r}^2} (h + H \cos(2\theta))\right), \quad (1)$$

em que $\mu = (1 + (H/h)^2) \mathbb{E}^2(R^2) / (2\mathbb{V}(R^2))$ está relacionado ao número de clusters de multipercurso, $\hat{r} = \sqrt{\mathbb{E}[R^2]}$ é o valor *rms* da envoltória do sinal de desvanecimento, h e H são constantes definidas de acordo com o formato desejado e $\mathbb{E}[\cdot]$ e $\mathbb{V}[\cdot]$ são os operadores esperança e variância respectivamente. A distribuição η - μ foi definida em dois formatos distintos. No Formato 1, define-se o parâmetro $\eta > 0$ como a razão entre as potências da componente em fase e em quadratura e

as constantes h e H são dadas por $h = (2 + \eta^{-1} + \eta)/4$ e $H = (\eta^{-1} - \eta)/4$. Já no Formato 2, o parâmetro $-1 < \eta < 1$ modela o coeficiente de correlação entre a componente em fase e a componente em quadratura com $h = 1/(1 - \eta^2)$ e $H = \eta h$. O modelo de desvanecimento Hoyt é um caso particular do modelo η - μ quando o parâmetro μ assume o valor $1/2$. Com $\mu = 1/2$ em (1), obtém-se a FDP conjunta fase-envoltória do modelo de Hoyt que, para o formato 2, é dado por:

$$f_{r,\theta}(r, \theta) = \sqrt{\frac{1}{1 - \eta^2}} \frac{r}{\pi \hat{r}^2} \exp\left(-\frac{r^2(1 + \eta \cos(2\theta))}{(1 - \eta^2) \hat{r}^2}\right). \quad (2)$$

Considere que, ao longo do percurso, o sombreamento afete as potências das componentes em fase e em quadratura de forma independente e com flutuações distribuídas de acordo com uma Exponencial Negativa de potência unitária. (Como dito antes, a Exponencial Negativa é um caso importante da Gama.) É possível demonstrar que, neste caso, o parâmetro η no Formato 2, varie de acordo uma distribuição Uniforme de -1 a 1 . Seja δ esse parâmetro de sombreamento. A FDP conjunta condicional a δ para o caso aqui explorado, i.e., para $\mu = 1/2$ é dada por

$$f_{r,\theta|\delta}(r, \theta|\delta) = \sqrt{\frac{1}{1 - \delta^2 \eta^2}} \frac{r}{\pi \hat{r}^2} e^{-\frac{r^2(1 + \delta \eta \cos(2\theta))}{(1 - \delta^2 \eta^2) \hat{r}^2}}. \quad (3)$$

A FDP conjunta incondicional não pode ser obtida em formulação fechada. Por outro lado, as FDPs marginais de envoltória e fase podem, calculando-se a integral de descondicionamento. O mais fundamental, no entanto, são as marginais, e estas, sim, serão exploradas a seguir.

III. DISTRIBUIÇÕES MARGINAIS DA HOYT SOMBREADA

A. Estatísticas da Fase

A FDP da fase condicional ao sombreamento (3) é dado por

$$f_{\theta|\delta}(\theta|\delta) = \frac{\sqrt{1 - \delta^2 \eta^2}}{2\pi(1 + \delta \eta \cos(2\theta))}. \quad (4)$$

Descondicionando-se em δ chega-se em

$$f_{\theta}(\theta) = \frac{\sec^2(2\theta)}{4\pi\eta} \left(2 \sin^{-1}(\eta) - \sin(2\theta) \right) \times \left(\tan^{-1} \left(\frac{\eta - \cos(2\theta)}{\sqrt{1 - \eta^2} \sin(2\theta)} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\eta + \cos(2\theta)}{\sqrt{1 - \eta^2} \sin(2\theta)} \right) \right) \quad (5)$$

Esta expressão possui indeterminações para valores de fase múltiplos de $\theta/4$. No limite, a FDP assume os seguintes valores:

$$f_{\theta}(\theta) = \begin{cases} \frac{\sin^{-1}(\eta)}{2\pi\eta} & \sin(2\theta)=0 \\ \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{4\pi} + \frac{\sin^{-1}(\eta)}{4\pi\eta} & \cos(2\theta)=0 \end{cases} \quad (6)$$

Esses pontos representam, respectivamente, os valores de máximo e mínimo da FDP da fase. Considerando, algumas situações particulares de η , a FDP da fase apresenta indeterminações quando $\eta \rightarrow 0$ e para $\eta \rightarrow \pm 1$. No limite, quando

η aproxima-se de zero, a fase reduz-se para fase do canal Rayleigh uniforme em $-\pi$ a π . Quando $\eta \rightarrow \pm 1$ a FDP limite é dada por

$$f_{\theta}(\theta) = \frac{\sec^2(2\theta)}{4}(1 - |\sin(2\theta)|) \quad (7)$$

A FDA correspondente para a fase pode ser obtida pela definição padrão integrando-se (5). Depois de algum algebrismo, a FDA é obtida como em (8) definida no rodapé desta página, em que $U(x)$ é a função degrau unitário.

B. Estatísticas da Envoltória

A distribuição da envoltória condicionada ao parâmetro de sombreado δ pode ser obtida integrando-se (3) em θ , chegando-se em

$$f_{R|\delta}(r|\delta) = \sqrt{\frac{1}{1 - \delta^2\eta^2}} \frac{2r}{\hat{r}^2} e^{-\frac{r^2}{(1 - \delta^2\eta^2)\hat{r}^2}} \times I_0\left(\frac{r^2\delta\eta}{(1 - \delta^2\eta^2)\hat{r}^2}\right), \quad (9)$$

em que $I_0(x)$ é a função modificada de Bessel do primeiro tipo e ordem 0 [9, Eq. (9.6.10)]. A partir da envoltória condicionada podemos obter os momentos pela definição chegando-se a

$$\mathbb{E}[R^k|\delta] = \hat{r}^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) {}_2F_1\left(-\frac{k}{4}, \frac{2-k}{4}; 1; \delta^2\eta^2\right), \quad (10)$$

em que ${}_2F_1(a, b, c, x)$ é a função hipergeométrica de Gauss [9, Eq. (15.1.1)].

1) *Momentos*: Podemos obter os momentos generalizados integrando-se (10) no domínio de δ . De tabelas de integral chegamos em

$$\mathbb{E}[R^k] = \hat{r}^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1-k}{4}, -\frac{k}{4}; 1, \frac{3}{2}; \eta^2\right), \quad (11)$$

em que ${}_3F_2$ é um caso particular da função hipergeométrica generalizada ${}_pF_q$ [10, Eq. (7.2.3.1)].

2) *Função Distribuição de Probabilidade*: A FDP da envoltória pode ser numericamente obtida integrando-se (9) em relação à variável δ . Esta integral não possui uma formulação fechada, e é possível obter-se uma representação mas em termos de uma somatória dupla. Como uma alternativa ao descondicionamento de (9), podemos usar a transformada inversa de Mellin e o teorema de resíduos de Cauchy para obter uma série simples para a FDP da envoltória. A transformada direta de Mellin é definida como [11]

$$\mathcal{M}[f(x) : s] = f^*(s) = \int_0^{\infty} x^{s-1} f(x) dx. \quad (12)$$

Por sua vez, a transformada inversa de Mellin é dada por

$$\mathcal{M}^{-1}[f^*(s) : x] = f(x) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\mathcal{L}} f^*(s) x^{-s} ds, \quad (13)$$

em que $j = \sqrt{-1}$ e \mathcal{L} é um contorno apropriado no plano complexo¹.

Caso a função $f(x)$ seja uma função densidade de probabilidade de uma variável aleatória positiva X , a transformada de Mellin se relaciona aos momentos de X por $f^*(s) = \mathbb{E}[X^{s-1}]$. Assim, é possível obter a FDP da envoltória a partir dos momentos generalizados pela integral

$$f_R(r) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\mathcal{L}} \mathbb{E}[R^{s-1}] r^{-s} ds, \quad (14)$$

em que $\mathbb{E}[R^{s-1}]$ é substituído por (11). Integrais de contorno costumam ser problemáticas para a avaliação numérica. Contudo, do teorema de resíduos de Cauchy, podemos escrever a integral de contorno como uma soma de resíduos contidas no contorno. Particularmente, os resíduos de (14) vem da função gamma que possui polos em inteiros negativos. Os resíduos da função gamma são

$$\text{Res}_{s \rightarrow -\frac{i+a}{b}} \Gamma(a + bs) f(s) = \frac{(-1)^i}{bi!} f\left(-\frac{a+i}{b}\right), i \in \mathbb{N} \quad (15)$$

supondo que $-(a+i)/b$ não seja um polo de $f(s)$. Com este resultado podemos obter os resíduos do integrando em (14) em que $\mathbb{E}[R^{s-1}]$ é substituído por (11) assim

$$\text{Res}_{s \rightarrow -(2i+1)} \mathbb{E}[R^{s-1}] r^{-s} = \frac{2(-1)^i r^{1+2i}}{i! \hat{r}^{2+2i}} \times {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{i}{2}, 1 + \frac{i}{2}; 1, \frac{3}{2}; \eta^2\right) \quad (16)$$

realizando a soma em todos os possíveis valores de i resulta em

$$f_R(r) = \frac{2r}{\hat{r}^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2i} \times {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{i}{2}, 1 + \frac{i}{2}; 1, \frac{3}{2}; \eta^2\right), \quad (17)$$

que é a FDP da envoltória da distribuição Hoyt com parâmetro η sombreado. Uma representação alternativa pode ser obtida a partir de (17) escrevendo-se a hipergeométrica em termos de sua série de potência e invertendo-se a ordem das somas, chegando-se a

$$f_R(r) = \frac{2r}{\hat{r}^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta^{2j} \left(\left(\frac{1}{2}\right)_j\right)^2}{j! \left(\frac{3}{2}\right)_j} {}_1F_1\left(1 + 2j; 1; -\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right), \quad (18)$$

em que ${}_1F_1(a, b, x)$ é a função hipergeométrica de Kummer [9, Eq. (13.1.2)]. Em particular, essa formulação é matematicamente mais eficiente.

¹Refira-se a [11] para contornos apropriados.

$$F_{\theta}(\theta) = \frac{U\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + U\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)}{2} - \frac{U(\theta + \pi) - U(\theta - \pi)}{4\eta\pi} \times \left(\tan^{-1}\left(\frac{(1+\eta)\tan(\theta)}{\sqrt{1-\eta^2}}\right) (\sec(2\theta) - \eta) - \tan^{-1}\left(\frac{(1-\eta)\tan(\theta)}{\sqrt{1-\eta^2}}\right) (\sec(2\theta) + \eta) - \sin^{-1}(\eta) \tan(2\theta) \right) \quad (8)$$

3) *Função Distribuição Acumulada*: A FDA da Hoyt sombreada pode ser obtida diretamente de (17) pela definição e invertendo-se a ordem de integração e soma, obtendo-se assim

$$F_R(r) = \frac{r^2}{\hat{r}^2} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(1+i)!} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2i} \times {}_3F_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{i}{2}, 1 + \frac{i}{2}; 1, \frac{3}{2}; \eta^2\right). \quad (19)$$

Da mesma forma que para a FDP, uma expressão alternativa pode ser obtida realizando a inversão da ordem da soma, ou integrando-se diretamente (18). Ambas as possibilidades resultam em

$$F_R(r) = \frac{r^2}{\hat{r}^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta^{2j} \left(\frac{1}{2}\right)_j^2}{j! \left(\frac{3}{2}\right)_j} {}_1F_1\left(1 + 2j; 2; -\frac{r^2}{\hat{r}^2}\right). \quad (20)$$

4) *Figura de Desvanecimento (Amount of Fading - AF)*: O parâmetro AF [12] é uma medida da severidade do desvanecimento. É definido em termos do primeiro e segundo momentos da potência instantânea ou, equivalentemente, do segundo e quarto momentos da envoltória como:

$$AF = \frac{E[R^4] - E[R^2]^2}{E[R^2]^2} \quad (21)$$

Substituindo-se (11) em (21) com os valores apropriados, obtém-se

$$AF = 1 + \frac{\eta^2}{3}. \quad (22)$$

Para o caso Hoyt simples (não sombreado), podemos obter o AF a partir de (21) substituindo os momentos pela formulação em (10) com $\delta = 1$, o que resulta em

$$AF = 1 + \eta^2 \quad (23)$$

IV. RESULTADOS

A Figura 1 esboça o comportamento da FDP da fase sombreada (linhas cheias) e não sombreada (linhas tracejadas) para $\eta = \{0, 1/4, 1/2, 3/4\}$. A Figura 2 faz o mesmo, mas para $\eta = \{0, -1/4, -1/2, -3/4\}$. Há duas observações importantes a serem notadas nessas Figuras: (i) enquanto que para o caso não sombreado os pontos notáveis ocorrem em $+\pi/2$ e $-\pi/2$, para η positivo, e em 0 e π , para η negativo, para o caso sombreado os pontos notáveis incluem esses quatro sempre, independentemente do sinal de η ; (ii) da mesma forma, enquanto que para os pontos notáveis os picos se tornam mais proeminentes com o aumento do módulo de η para o caso não sombreado, para o caso sombreado, embora os picos tendem a aumentar também, esse aumento ocorre de forma bem menos significativa. Ou seja, as oscilações de fase giram muito proximamente em torno da Uniforme.

A FDP das envoltórias, não sombreadas e sombreadas, é mostrado na Figura 3, para os mesmos valores de η como antes. (Valores de η positivos ou negativos produzem as mesmas curvas.) Note-se aqui que, como no caso da fase, o efeito do parâmetro η tende a ser grandemente amenizado, quase que anulado, no sombreado. As curvas resultantes se apresentam no entorno daquela para $\eta = 0$, ou seja, o caso Rayleigh.

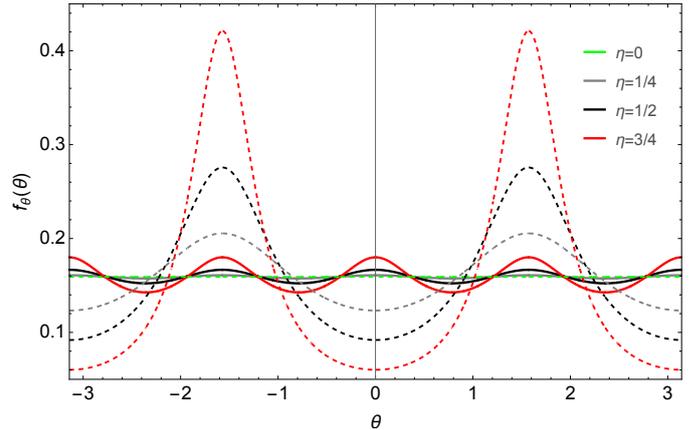


Fig. 1. FDPs de fase sombreada e não sombreada com η arbitrário

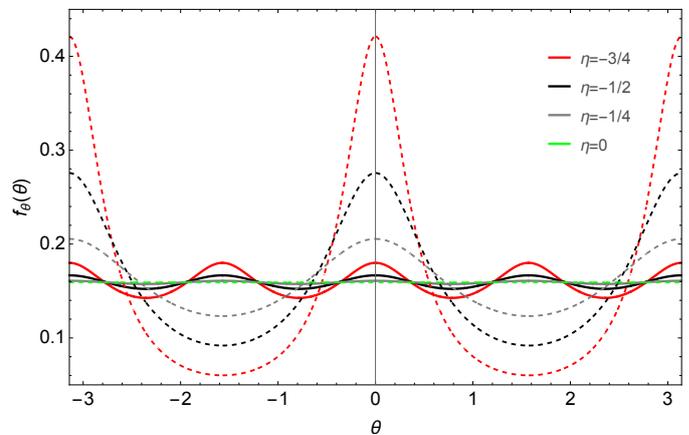


Fig. 2. FDPs de fase sombreada e não sombreada com η negativo e zero

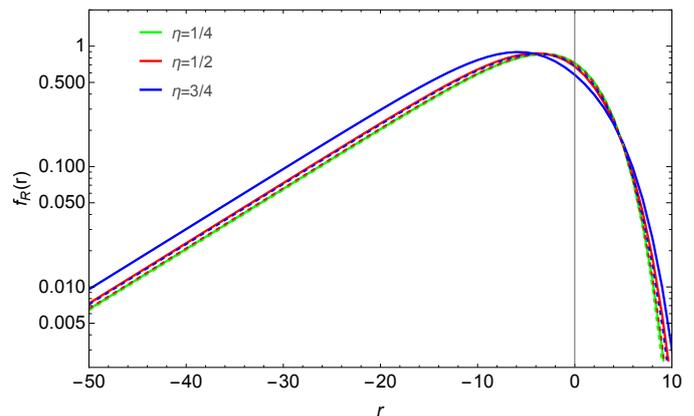


Fig. 3. FDP da envoltória sombreada (linhas contínuas) e não sombreada (linhas tracejadas)

A Figura 4 apresenta a FDA da fase sombreada (linhas contínuas) e não sombreadas (linhas tracejadas) para os valores de η . A diferença para valores de η negativo está apenas na inversão da concavidade das curvas. Aqui, observa-se nitidamente as curvas tenderem para aquela da Uniforme.

A Figura 5 apresenta a FDA da envoltória sombreada e não sombreada para os mesmos valores de η . As observações feitas

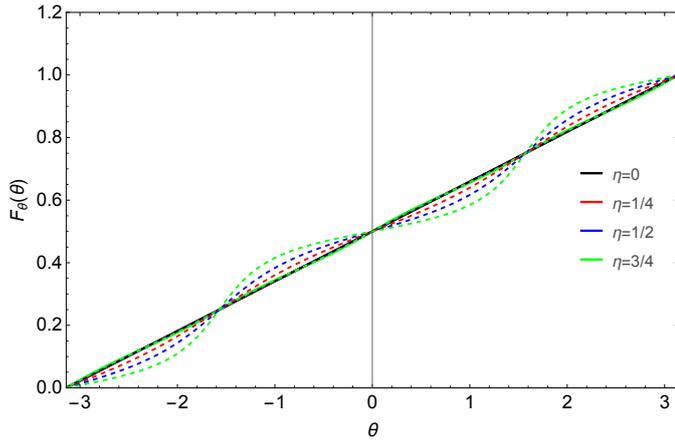


Fig. 4. FDA da fase sombreada (linhas contínuas) e não sombreadas (linhas tracejadas)

para a FDP da envoltória mostram-se evidentes aqui também.

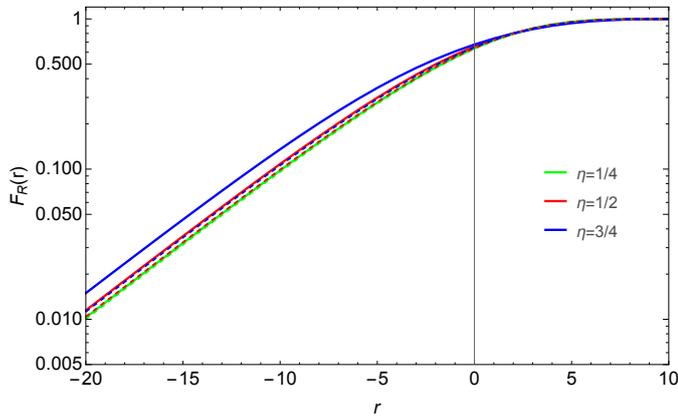


Fig. 5. FDA da envoltória sombreada(contínuas) e não sombreada(tracejadas)

A Figura 6 apresenta a AF em função de η , o que se mostra simétrica em torno do zero e com valor mínimo em zero. Nota-se que o desvanecimento se torna substancialmente menos severo para a condição sombreada.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho investigou o efeito da variação estocástica do parâmetro de desbalanceamento η do modelo η - μ Formato 2 para $\mu = 1/2$, correspondente ao caso Hoyt. A distribuição explorada para tal variabilidade foi a Uniforme de -1 a 1, o que resulta da suposição de as potências das componentes fase e quadratura seguirem, de forma independente, uma Exponencial Negativa de média unitária. Constatou-se que o efeito do parâmetro de desbalanceamento η nas estatísticas resultantes, e.g., FDP e FDA de fase e envoltória e mais evidentemente nesta última, é grandemente amenizado com essas estatísticas tendendo àquelas de Rayleigh. Isso fica óbvio também ao se atentar para o parâmetro AF resultante, que se mostra sempre menor que aquele de Hoyt, ambos se igualando para a condição Rayleigh. É interessante observar que, embora possa-se ter uma envoltória praticamente Rayleigh, a fase

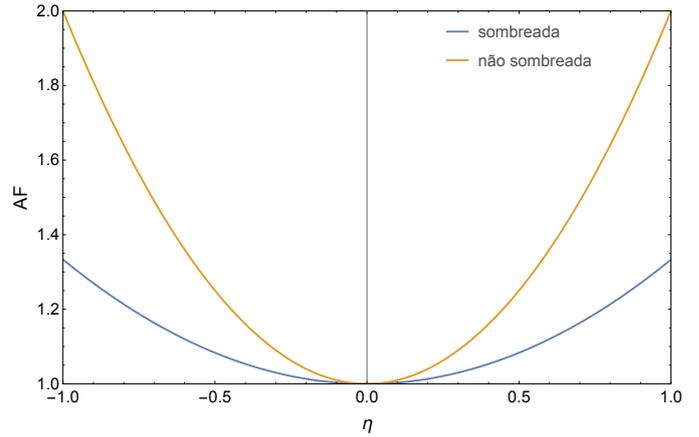


Fig. 6. AF para η no intervalo de $-1 < \eta < 1$

correspondente pode se distanciar, oscilando em torno, da Uniforme. É claro que esse resultado advém do fato de o parâmetro η seguir a Uniforme, como especificado.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Krishnan, C. L. Selvati, U. S. Dias, and M. D. Yacoub, "On the statistics of the fading parameters of the α - μ distribution: Field trials and validation," in *2012 National Conference on Communications (NCC)*, 2012, pp. 1–5.
- [2] L. J. Greenstein, S. S. Ghassemzadeh, V. Erceg, and D. G. Michelson, "Ricean k -factors in narrow-band fixed wireless channels: Theory, experiments, and statistical models," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 8, pp. 4000–4012, 2009.
- [3] C. Oestges, B. Montenegro Villaceros, and D. Vanhoenacker-Janvier, "Radio channel characterization for moderate antenna heights in forest areas," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 8, pp. 4031–4035, 2009.
- [4] J. F. Paris, "Statistical characterization of κ - μ shadowed fading," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 2, pp. 518–526, 2014.
- [5] S. K. Yoo, S. L. Cotton, P. C. Sofotasios, M. Matthaiou, M. Valkama, and G. K. Karagiannidis, "The fisher-snedecor \mathcal{F} distribution: A simple and accurate composite fading model," *IEEE Communications Letters*, vol. 21, no. 7, pp. 1661–1664, 2017.
- [6] S. K. Yoo, N. Simmons, S. L. Cotton, P. C. Sofotasios, M. Matthaiou, M. Valkama, and G. K. Karagiannidis, "The κ - μ /inverse gamma and η - μ / inverse gamma composite fading models: Fundamental statistics and empirical validation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 69, no. 8, pp. 5514–5530, 2021.
- [7] P. C. Sofotasios and S. Freear, "On the η - μ /gamma and the λ - μ /gamma multipath/shadowing distributions," in *2011 Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference (ATNAC)*, 2011, pp. 1–6.
- [8] D. Benevides da Costa and M. D. Yacoub, "The η - μ joint phase-envelope distribution," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 6, pp. 195–198, 2007.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York: Dover Publications, Incorporated, 1972.
- [10] A. Prudnikov, *Integrals and Series: Volume 3: More Special Functions*. Gordon & Breach Science Publishers, 1990.
- [11] A. M. Mathai, R. K. Saxena, and H. J. Haubold, *The H-Function: Theory and Applications*. Springer New York, 2009.
- [12] M. K. Simon and M.-S. Alouini, "Digital communication over fading channels," in *Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing*. Hoboken, 2005.