

Esquemas Caos-NOMA Baseados no Atrator de Lorenz

Gabriel Carlini, Carlos E. C. Souza, Daniel P. B. Chaves e Cecilio Pimentel

Resumo— Neste trabalho é proposto um esquema de acesso múltiplo não-ortogonal (NOMA, *non-orthogonal multiple access*) em que os sinais transmitidos por cada usuário são gerados pelo atrator caótico de Lorenz, integrando a eficiência espectral da técnica NOMA com as propriedades dinâmicas de sinais caóticos, o qual denominamos de caos-NOMA. É empregado um algoritmo de análise de componentes principais (PCA, *principal component analysis*) para redução de dimensionalidade dos sinais caóticos e é construída uma base ortonormal para o atrator de Lorenz. A partir dessa base, é construída uma constelação para os sinais gerados pelo atrator. Propriedades dinâmicas dos sinais caóticos resultam na transmissão de formas de onda variantes no tempo. Esta variação é modelada como um ruído intrínseco ao sistema, que dependendo do número de usuários e da diferença de energia dos sinais de cada usuário, pode resultar em uma curva de desempenho com patamar de erro. É proposta uma rede neural acoplada ao demodulador para mitigar o efeito deste ruído.

Palavras-Chave— Caos, dinâmica simbólica, acesso múltiplo não-ortogonal, aprendizado profundo.

Abstract— In this work, we propose a non-orthogonal multiple access (NOMA) scheme where the chaotic signals transmitted by each user are generated by the Lorenz chaotic attractor, joining the spectral efficiency of the NOMA scheme with the dynamical properties of chaotic signals, which we denominate chaos-NOMA. We employ a principal component analysis (PCA) algorithm for dimensionality reduction and obtain an orthonormal basis for the Lorenz attractor. Using this basis, we design a signal constellation for the chaotic signals generated by the attractor. The dynamical properties of the chaotic signals result in the transmission of time-variant waveforms. This variation is modeled as an intrinsic noise, which depending on the number of users and the power difference of the transmitted signals can result in a performance curve with error floor. We propose a neural network coupled to the demodulator to mitigate the effect of this noise.

Keywords— Chaos, symbolic dynamics, non-orthogonal multiple access, deep learning.

I. INTRODUÇÃO

A utilização de formas de onda caóticas em sistemas de comunicação vem sendo explorada desde a década de 90, após o trabalho seminal em controle de caos por Ott, Grebogi e Yorke [1], no qual pequenas perturbações são aplicadas para modificar a evolução dinâmica das trajetórias caóticas. Propriedades como sensibilidade às condições iniciais e espectro banda larga indicam que fontes de sinais caóticos podem potencialmente gerar um número infinito de sinais com

Os autores são do Departamento de Eletrônica e Sistemas da Universidade Federal de Pernambuco, Recife-PE, e-mails: {gabriel.cmsilva2, carlos.ecsouza, daniel.chaves, cecilio.pimentel}@ufpe.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) e pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - Código de Financiamento 001.

baixo grau de correlação [2]. Quando a fonte é um atrator caótico tridimensional, outras características emergem, como a robustez de propriedades topológicas do atrator e do expoente de Lyapunov em canais multipercursos [3]. Adicionalmente, a codificação de bits de informação é feita de forma simples e com baixo custo energético via controle de caos. Desta forma, propostas de sistemas de comunicação baseados em caos vêm explorando estas propriedades, em particular no projeto de sistemas de comunicação sem fio [2]–[6].

Em particular, técnicas de compartilhamento de recursos de canal, como sistemas de acesso múltiplo não-ortogonal (NOMA, *non-orthogonal multiple access*), são consideradas potenciais soluções para alcançar a eficiência espectral requerida nas próximas gerações de sistemas de comunicação sem fio [7]. No caso de sistemas NOMA no domínio da potência, sinais de múltiplos usuários com diferentes níveis de potência são superpostos e a decodificação usual é realizada por cancelamento sucessivo de interferência (SIC, *successive interference cancellation*), na qual a decodificação é feita sucessivamente de acordo com as potências de cada usuário, que consideram os sinais de menor potência como ruído. Este método é eficiente quando existe uma suficiente separação entre as energias dos usuários [8]. Atratores caóticos tridimensionais possuem uma estrutura dinâmica associada a grafos e treliças que representa a evolução dinâmica das trajetórias caóticas no atrator. Isto permite uma decodificação conjunta usando uma supertreliça, que é definida pelo produto tensorial das treliças de cada usuário [9]. Desta forma, propriedades dinâmicas de sinais caóticos podem ser exploradas em novos projetos de sistemas NOMA baseados em caos, os quais denominamos de sistemas caos-NOMA.

Entretanto, uma dificuldade no projeto de novos sistemas de comunicação baseados em caos é a falta de filtros casados para sinais caóticos, com uma notável exceção para o atrator proposto em [10]. Formalmente, constelações associadas a sinais caóticos possuem dimensão infinita, dificultando o projeto de filtros casados e a utilização do formalismo vetorial usual em sistemas de comunicação digital. Para contornar esta dificuldade, em [5] é proposto um sistema de comunicação baseado em atratores caóticos que utiliza diagramas de estados derivados do particionamento de uma seção de Poincaré para a codificação de sequências binárias. As propriedades dinâmicas das trajetórias caóticas geram variações nas formas de onda transmitidas devido à aperiodicidade do comportamento caótico. Neste caso, a decodificação é realizada com o emprego de curvas médias de transição, que são curvas aproximadas para cada possível transição no diagrama, dando origem a um ruído intrínseco ao sistema. O efeito deste ruído no desempenho do sistema não é estudado em [5].

Neste trabalho, é proposto um sistema de comunicação caos-NOMA baseado no atrator caótico de Lorenz. É utilizado um algoritmo de análise de componentes principais (PCA, *principal component analysis*) para a construção de uma base ortonormal e esta é empregada para construir uma constelação de sinais gerados pelo atrator de Lorenz. Na recepção, o sinal recebido é primeiramente demodulado usando as bases encontradas e a decodificação é feita usando a técnica SIC, em que cada usuário usa o algoritmo de Viterbi (AV), ou de forma conjunta usando uma supertreliça. O desempenho do sistema caos-NOMA proposto é analisado via simulação numérica, resultando em um comportamento de patamar de erro devido ao efeito do ruído intrínseco. É proposto um supressor do ruído intrínseco acoplado ao demodulador, baseado em uma rede neural, que propicia uma melhora significativa no desempenho do sistema.

O restante deste trabalho está dividido conforme a seguir. Na Seção II é feita uma breve revisão de modulação caótica baseada no atrator de Lorenz. O sistema caos-NOMA baseado no atrator de Lorenz com bases ortornormais geradas pelo algoritmo PCA é detalhado na Seção III. Na Seção IV é proposta uma arquitetura de rede neural para supressão do ruído intrínseco. Por fim, na Seção V são discutidas as considerações finais.

II. MODULAÇÃO E DEMODULAÇÃO DE SINAIS GERADOS PELO ATRATOR DE LORENZ

O esquema de modulação utilizado neste trabalho é baseado em [5] e é brevemente detalhado a seguir. Na sequência, é proposta uma técnica para construção de bases ortornormais e do espaço de sinais para o atrator de Lorenz.

A. Modulação no Atrator de Lorenz

O atrator de Lorenz é definido pelo sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas [11]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sigma(y(t) - x(t)) \\ \dot{y}(t) = x(t)(\rho - z(t)) - y(t) \\ \dot{z}(t) = x(t)y(t) - \beta z(t) \end{cases} \quad (1)$$

em que σ , ρ e β são parâmetros de controle do sistema. Neste trabalho, utiliza-se os valores $\sigma = 10$, $\rho = 28$ e $\beta = 8/3$ [11]. A Fig. 1 mostra o atrator de Lorenz, em projeção no plano xz , e uma seção de Poincaré usual com particionamento binário [12] indicada pelos segmentos azul e vermelho rotuladas por A e B , respectivamente. A partir de uma seção de Poincaré particionada, a dinâmica das trajetórias é representada de forma discreta por uma sequência de cruzamentos entre as trajetórias caóticas e a seção. Desta forma, a evolução dinâmica do atrator gera sequências simbólicas $\{s_0, s_1, s_2, \dots\}$, $s_i \in \{A, B\}$, $i \in \mathbb{N}$, como consequência dos cruzamentos dos segmentos A e B pela órbita caótica com o transcorrer do tempo. O modulador mapeia sequências binárias de informação nas formas de onda caóticas, que são segmentos de trajetórias que conectam regiões da seção de Poincaré entre dois cruzamentos sucessivos. Neste caso, são possíveis quatro transições entre regiões: AA, AB, BA, BB. Por exemplo, a partir da região A a trajetória pode gerar a transição AA ou

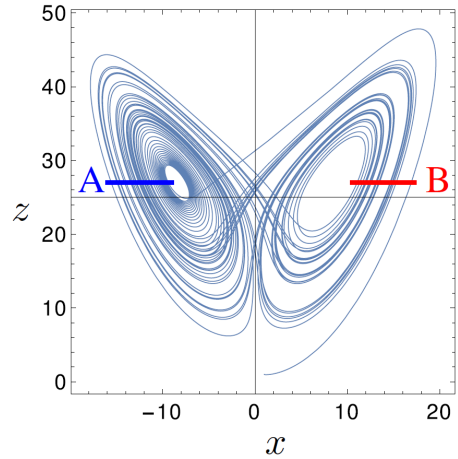


Fig. 1. Atrator de Lorenz em projeção no plano xz e sua seção de Poincaré com particionamento binário.

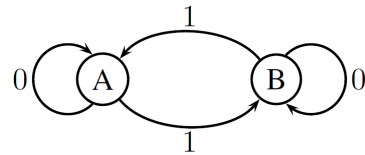


Fig. 2. Diagrama de estados do atrator de Lorenz para o particionamento binário. As rotulações em cada ramo também são mostradas.

AB e estas transições são rotuladas com bits de informação. As restrições dinâmicas do atrator são representadas por um diagrama de estados rotulado ilustrado na Fig. 2.

As formas de onda transmitidas em cada transição são os sinais gerados pelas variáveis do sistema, x , y e z . Em particular, neste trabalho, utilizamos os sinais gerados pela variável x . Como o intervalo entre transições consecutivas não é uniforme, foi introduzida a variável angular θ e os sinais são parametrizados em função de θ , com período angular 2π . Logo, $x(\theta)$ em um período angular 2π é mapeado no intervalo de sinalização. Devido à aperiodicidade do comportamento caótico, as curvas geradas para uma mesma transição variam. A decodificação proposta em [5] utiliza curvas médias obtidas a partir das curvas variantes, denominadas curvas típicas, para estimar as formas de onda transmitidas. A Fig. 3 mostra várias realizações das curvas variantes bem como as curvas típicas (em preto) para as quatro possíveis transições.

B. Espaço de Sinais e Demodulação no Atrator de Lorenz

Para construir uma representação vetorial para os sinais caóticos, geramos funções ortonormais de base para o atrator de Lorenz utilizando a técnica PCA, que é um algoritmo de aprendizado de máquina não supervisionado que tem o objetivo de redução de dimensionalidade. As curvas típicas de todas as transições são utilizadas como um conjunto de dados de entrada para o PCA, resultando em duas funções ortonormais de base $\{\phi_1(\theta), \phi_2(\theta)\}$, mostradas na Fig. 4. Desta forma, a constelação de sinais é composta por vetores

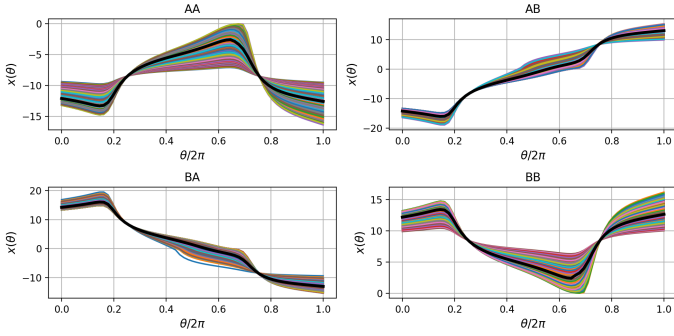


Fig. 3. Sinais caóticos $x(\theta)$ das curvas variáveis geradas pelo atrator de Lorenz com particionamento binário.

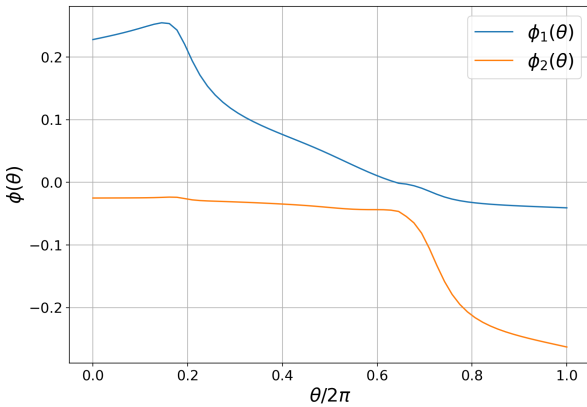


Fig. 4. Funções ortonormais de base $\phi_1(\theta)$ e $\phi_2(\theta)$.

bidimensionais, $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}]$, em que

$$x_{ij} = \int_0^{2\pi} x_i(\theta) \phi_j(\theta) d\theta \quad (2)$$

e $x_i(\theta)$ é um possível sinal transmitido, como mostrado na Fig. 3.

III. ESQUEMA CAOS-NOMA BASEADO NO ATRATOR DE LORENZ

Considere um sistema NOMA *uplink* com K usuários transmitindo de forma sobreposta os sinais gerados pela variável x do atrator de Lorenz (cada um usando uma antena) para uma estação rádio-base (BS, *base station*) equipada com uma antena. O sinal recebido na BS em um dado intervalo de sinalização é dado por

$$r(t) = \sum_{k=1}^K |h'_k| x_k(t) + n(t) \quad (3)$$

sendo $x_k(t)$ o sinal transmitido pelo usuário k , h'_k é o ganho do canal entre esse usuário e a BS e $n(t)$ é ruído aditivo Gaussiano branco com média zero e densidade espectral de potência de $N_0/2$. Após a demodulação, o vetor recebido bidimensional \mathbf{r} é dado por

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^K |h'_k| \mathbf{x}_k + \mathbf{n} \quad (4)$$

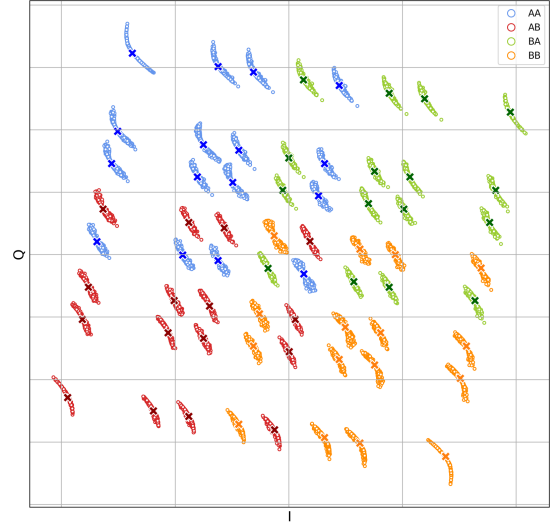


Fig. 5. Constelação recebida com 64 vetores considerando curvas variáveis para 3 usuários com $\xi = 3$ dB. Os vetores são representadas por um \times para as curvas típicas e por um \circ para as curvas variáveis.

em que \mathbf{x}_k e \mathbf{n} correspondem aos vetores bidimensionais do sinal transmitido e do ruído, respectivamente. O ganho de canal h'_k é um coeficiente complexo com a fase perfeitamente compensada na BS por detecção coerente e é fixo durante a transmissão. Cada usuário transmite uma sequência de vetores variantes que são determinados pelas transições do diagrama de estados. Define-se a constelação de sinais recebida por $\sum_{k=1}^K |h'_k| \mathbf{x}_k$ considerando os possíveis vetores transmitidos. Seja $h_k^2 = \bar{E}_k |h'_k|^2$, em que \bar{E}_k é a energia média do sinal do usuário k . Assumimos que todos os h 's são perfeitamente conhecidos pela BS e ordenados da seguinte forma:

$$h_1 > h_2 > \dots > h_K. \quad (5)$$

Os parâmetros ξ_k , em dB, para $k = 1, \dots, K - 1$, denotam a separação entre os h 's de usuários consecutivos, isto é, $\xi_k = h_k^2(\text{dB}) - h_{k+1}^2(\text{dB})$. Na Fig. 5 é mostrada a constelação recebida para 3 usuários (a superposição dos sinais forma uma constelação recebida com 64 sinais) para $\xi \triangleq \xi_1 = \xi_2 = 3$ dB e $h_3 = 1$. Os vetores são representados por um \times para as curvas típicas e por um \circ para as curvas variáveis e as cores de cada vetor indicam uma transição específica do usuário 1 (usuário associado ao maior valor de h).

Na decodificação SIC, cada usuário implementa o AV em uma treliça de 2 estados (derivada do diagrama de estados da Fig. 2). A decodificação de todo o bloco de informação é realizada para cada usuário de forma sequencial, iniciando com o usuário 1. O incremento de métrica do AV é dado por:

$$|\mathbf{r}^{(k)} - |h'_k| \bar{\mathbf{x}}_{ki}|^2 \quad (6)$$

em que

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{r}^{(k-1)} - |h'_{k-1}| \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (7)$$

para $k > 1$, sendo $\bar{\mathbf{x}}_{ki}$ o vetor associado a uma curva típica do usuário k em um dado ramo da treliça. A sequência estimada pelo AV, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$, é usada em (7) para calcular a sequência recebida do próximo usuário. Para o caso em que

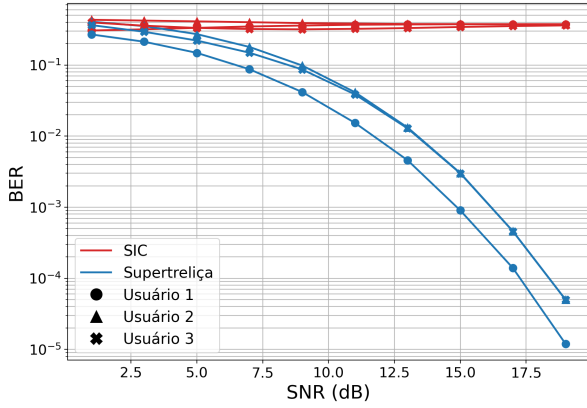


Fig. 6. BER versus SNR do sistema caos-NOMA baseado no atrator de Lorenz com 3 usuários. Dois casos são considerados: SIC, supertreliça. $\xi = 3$ dB.

$k = 1$, ou seja, no caso da decodificação do usuário 1, então $\mathbf{r}^{(1)} = \mathbf{r}$. Na decodificação por supertreliça, na qual faz-se um produto tensorial entre as treliças de cada usuário, o número de estados da supertreliça é igual ao produto do número de estados da treliça de cada usuário. Para o sistema caos-NOMA considerado (a treliça de cada usuário tem 2 estados), a supertreliça tem 2^K estados com 2^K ramos divergindo de cada estado, sendo cada ramo rotulado com K curvas típicas, cada uma das curvas típicas representando um usuário.

A Fig. 6 mostra a taxa de erro de bit (BER, *bit error rate*) versus SNR para 3 usuários, em que consideramos $\xi = 3$ dB, $h_K = 1$ e $\text{SNR} = 1/N_0$. Observa-se que, para o SIC, a BER atinge um valor aproximadamente constante acima de 0,1 para todos os usuários, independente do valor da SNR. Isto ocorre devido ao alto grau de interferência entre os usuários, como é mostrado na Fig. 5. A supertreliça consegue mitigar a interferência, apresentando desempenho superior ao SIC. Para mais de 3 usuários com o mesmo valor do espaçamento ξ , o ruído intrínseco se torna mais severo, resultando em um patamar de erro, como é mostrado na próxima seção.

IV. SUPRESSOR DE RUÍDO INTRÍNSECO

As constelações variáveis são interpretadas como pequenas alterações nas constelações típicas. Logo, elas são vistas como um ruído adicional, o qual denominamos ruído intrínseco, às constelações típicas, ou seja, o sinal recebido é modelado por

$$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{r}} + \mathbf{m} \quad (8)$$

em que \mathbf{m} denota o ruído intrínseco e $\bar{\mathbf{r}}$ denota o sinal recebido como em (4) para a transmissão apenas de curvas típicas. Propõe-se a incorporação de um supressor do ruído intrínseco (SRI) no sistema caos-NOMA empregando uma rede neural, conforme ilustrado na Fig. 7. O objetivo do módulo SRI é mitigar o efeito do ruído intrínseco gerado pela evolução do atrator caótico de cada usuário, transformando as curvas variáveis em curvas típicas. Portanto, a rede realiza o mapeamento $r(t) \rightarrow \mathcal{D}(r(t))$ definido por

$$\mathcal{D} \left(\sum_{k=1}^K |h'_k| x_k(t) + n(t) \right) = \sum_{k=1}^K |h'_k| \bar{x}_k(t) + n(t). \quad (9)$$

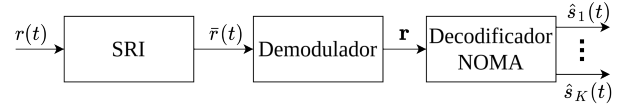


Fig. 7. Diagrama de blocos do receptor caos-NOMA com SRI.

TABELA I

ARQUITETURA DA RNN COM TAMANHO DO BATCH $\Lambda = 800$.

Tipo da camada	Parâmetros	Dimensão de saída ($\Lambda = 800$)
Camada de entrada	-	$(\Lambda, 63, 1)$
LSTM (bidirecional)	80 nós, tanh	$(\Lambda, 63, 160)$
LSTM (bidirecional)	60 nós, tanh	$(\Lambda, 63, 120)$
LSTM (bidirecional)	40 nós, tanh	$(\Lambda, 63, 80)$
Totalmente conectado (tempo distribuído)	1, linear	$(\Lambda, 63, 1)$

A arquitetura da rede é composta por uma rede neural recorrente (RNN, *recurrent neural network*) bidirecional baseada em [13]. A vantagem desta rede é o processamento de ida e volta na direção temporal. A arquitetura empregada é do tipo memória de curto prazo longa (LSTM, *long short-term memory*) e possui 5 camadas. A primeira é uma camada de entrada que transfere os dados para as próximas camadas. As próximas 3 camadas são do tipo LSTM bidirecional com 80, 60 e 40 nós, respectivamente, com função de ativação *tanh*. A última camada é uma camada totalmente conectada que tem como saída $\bar{r}(t)$. Esta arquitetura é detalhada na Tabela I. O conjunto de dados é formado pelos pares $(\mathbf{r}(t), \bar{\mathbf{r}}(t))$, em que $\mathbf{r}(t)$, $\bar{\mathbf{r}}(t)$ representam os vetores de entrada e saída da rede, respectivamente. Cada elemento de $\mathbf{r}(t)$ é o sinal NOMA recebido considerando curvas variáveis para diversas combinações de transições {AA, AB, BA, BB} de cada usuário com a SNR variando de 5 dB até um limite superior de 30 dB, 35 dB e 40 dB, para 3, 4 e 5 usuários, respectivamente, com passo de 5 dB. Em cada elemento de $\bar{\mathbf{r}}(t)$, são usadas as curvas típicas para o sinal correspondente em $\mathbf{r}(t)$, ou seja, os elementos de cada par correspondente são

$$r^{(\lambda)}(t) = \left[\sum_{k=1}^K |h'_k| x_k(t) + n(t) \right] \quad (10)$$

$$\bar{r}^{(\lambda)}(t) = \left[\sum_{k=1}^K |h'_k| \bar{x}_k(t) + n(t) \right]. \quad (11)$$

O conjunto de dados é particionado em conjuntos de treinamento, teste e validação, em função da quantidade de usuários, conforme detalhado na Tabela II. No treinamento, é utilizado o otimizador Adam com uma taxa de aprendizado $l_r = 10^{-3}$. O critério de parada considera a convergência da função custo em 7 iterações consecutivas no conjunto de validação [14]. Como se trata de um problema de regressão, a função custo a ser minimizada é o erro médio quadrático

$$J(\hat{r}^{(\lambda)}(t), \bar{r}^{(\lambda)}(t)) = \frac{1}{\Lambda} \sum_{\lambda=1}^{\Lambda} (\hat{r}^{(\lambda)}(t) - \bar{r}^{(\lambda)}(t))^2 \quad (12)$$

em que $\hat{r}(t)$ é o sinal previsto pela rede neural.

A Fig. 8 mostra uma comparação de desempenho para três usuários com a decodificação usando uma supertreliça

TABELA II

PORCENTAGEM DOS CONJUNTOS DE TREINAMENTO, TESTE E VALIDAÇÃO.

	Treinamento	Teste	Validação
3 usuários	80%	10%	10%
4 usuários	90%	5%	5%
5 usuários	98%	1%	1%

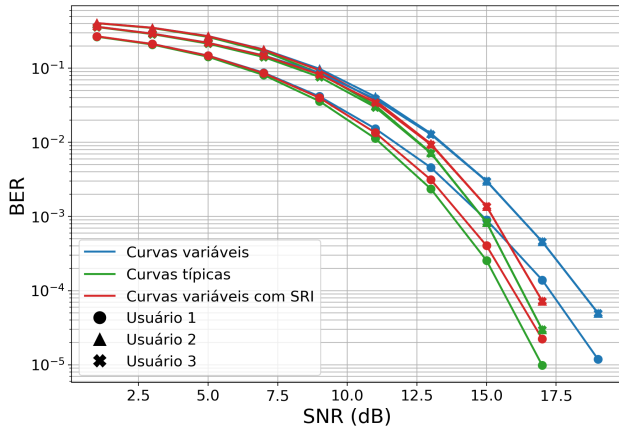


Fig. 8. BER versus SNR do sistema caos-NOMA baseado no atrator de Lorenz com 3 usuários com decodificação por supertreliça. Três casos são considerados: transmissão de curvas típicas, transmissão de curvas variáveis sem e com SRI no receptor. $\xi = 3$ dB.

com três casos: o sistema caos-NOMA proposto sem SRI na decodificação, um sistema que transmite apenas as curvas típicas (serve como uma referência de desempenho) e o sistema caos-NOMA com SRI. Observa-se que o sistema caos-NOMA com SRI apresenta desempenho superior ao caos-NOMA, se aproximando do desempenho do sistema de curvas típicas. Com o aumento do número de usuários e mantendo-se $\xi = 3$ dB, a utilização do SRI se torna mais relevante pelo fato do ruído intrínseco gerar um patamar de erro na BER para a transmissão de curvas variáveis. Este fenômeno é ilustrado na Fig. 9, que mostra o desempenho obtido para um sistema com cinco usuários.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um sistema de comunicação NOMA baseado no atrator de Lorenz. Para construir o espaço de sinais do atrator, utilizamos o algoritmo PCA para gerar bases ortornormais para os sinais caóticos típicos gerados pelo atrator e construímos uma representação vetorial para estes sinais. Como em geral não há filtros casados para sinais caóticos, a abordagem proposta permite o projeto de demoduladores. O ruído intrínseco devido à aperiodicidade do comportamento caótico leva ao fenômeno de patamar de erro, o que inviabiliza o sistema proposto. Entretanto, a rede neural proposta foi eficiente para eliminar este efeito. Trabalhos futuros incluem o desenvolvimento de novas constelações e sinais de bases para outros atratores caóticos. A técnica de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO, *multiple input, multiple output*) vinculada a sistemas NOMA é muito estudada na literatura, mas não para sistemas caóticos, e é outra possibilidade interessante.

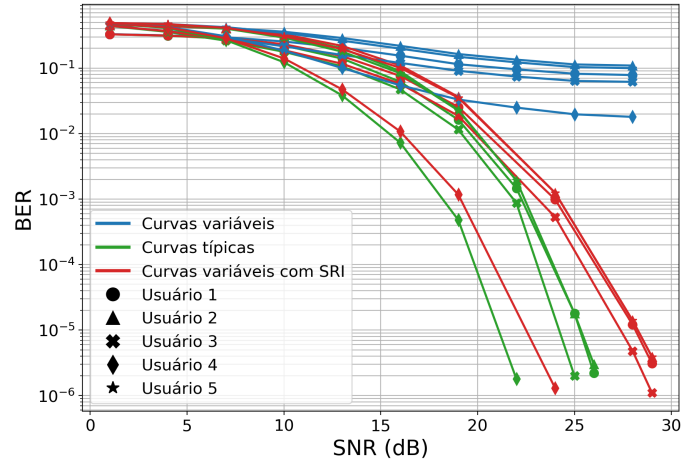


Fig. 9. BER versus SNR do sistema caos-NOMA baseado no atrator de Lorenz com 5 usuários com decodificação por supertreliça. Três casos são considerados: transmissão de curvas típicas, transmissão de curvas variáveis sem e com SRI no receptor. $\xi = 3$ dB.

REFERÊNCIAS

- [1] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, pp. 1196–1199, Mar. 1990.
- [2] G. Kaddoum, "Wireless chaos-based communication systems: A comprehensive survey," *IEEE Access*, vol. 4, pp. 2621–2648, May 2016.
- [3] H.-P. Ren, M. S. Baptista, and C. Grebogi, "Wireless communication with chaos," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, pp. 184 101–1 – 184 101–5, Apr. 2013.
- [4] J. Yao, Y. Sun, H. Ren, and C. Grebogi, "Experimental wireless communication using chaotic baseband waveform," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 68, no. 1, pp. 578–591, Jan. 2019.
- [5] C. E. C. Souza, D. P. B. Chaves, and C. Pimentel, "Digital communication systems based on three-dimensional chaotic attractors," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 10 523–10 532, Jan. 2019.
- [6] H.-P. Ren, S.-L. Guo, C. Bai, and X.-H. Zhao, "Cross correction and chaotic shape-forming filter based quadrature multi-carrier differential chaos shift keying communication," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 70, no. 12, pp. 12 675–12 690, Dec. 2021.
- [7] Z. Ding, Y. Liu, J. Choi, Q. Sun, M. Elkashlan, I. Chih-Lin, and H. V. Poor, "Application of non-orthogonal multiple access in LTE and 5G networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 55, no. 2, pp. 185–191, Feb. 2017.
- [8] R. Campello, G. Carlini, C. E. C. Souza, C. Pimentel, and D. P. B. Chaves, "Successive interference cancellation decoding with adaptable decision regions for NOMA schemes," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 2051–2062, Dec. 2022.
- [9] X. Zou, M. Ganji, and H. Jafarkhani, "Trellis-coded non-orthogonal multiple access," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 9, no. 4, pp. 538–542, 2020.
- [10] N. J. Corron, J. N. Blakely, and M. T. Stahl, "A matched filter for chaos," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 20, no. 2, pp. 023 123–1 – 023 123–10, Jun. 2010.
- [11] E. N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow," *J. Atmos. Sci.*, vol. 20, no. 2, pp. 130–141, 1963.
- [12] D. Viswanath, "Symbolic dynamics and periodic orbits of the Lorenz attractor," *Nonlinearity*, vol. 16, no. 3, pp. 1035–1056, April 2003.
- [13] A. Emir, F. Kara, H. Kaya, and H. Yanikomeroglu, "DeepMuD: Multi-user detection for uplink grant-free NOMA IoT networks via deep learning," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 10, no. 5, pp. 1133–1137, 2021.
- [14] G. Raskutti, M. J. Wainwright, and B. Yu, "Early stopping for non-parametric regression: An optimal data-dependent stopping rule," in *2011 49th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, 2011, pp. 1318–1325.