# Implementação numérica para a função de transição de Fresnel aplicada em modelos de predição de cobertura radioelétrica em ambientes interiores

Heitor O. F. Santos e Cássio Gonçalves do Rego

*Resumo*— O presente artigo traz uma avaliação preliminar de uma nova forma implementação numérica para o cálculo da integral de Fresnel em problemas de espalhamento eletromagnético. Uma aplicação específica aqui apresentada consiste no aperfeiçoamento de técnicas de previsão de cobertura radioelétrica em ambientes interiores: os modelos de Cheung e Seidel-Rappaport são modificados incluindo-se a nova implementação numérica da integral de Fresnel na formulação dos coeficientes de difração. A aplicabilidade da nova implementação também é verificada na solução do problema canônico do espalhamento por um semiplano condutor.

Palavras-Chave—Coeficiente de difração, função de transição.

*Abstract*— This article presents a preliminary assessment of a new way of numerical implementation for calculating Fresnel Integral in electromagnetic scattering problems. The present application consists of improving radioelectric coverage prediction techniques in indoor environments: Cheung's and Seidel-Rappaport's models are modified by adding the new Fresnel integral numerical implementation to the formulation of diffraction coefficients. The applicability of the new implementation is also verified When the scattering by a conducting half-plane canonical problem is solved.

Keywords-Diffraction coefficient, Transiction function.

## I. INTRODUÇÃO

De acordo com o site tiinside.com.br, o volume de dados gerado aumentou cerca de 300 vezes nos últimos 10 anos e a tendência é de que continue crescendo devido a consolidação da 5ª geração de internet (5G). Neste sentido, os sistemas de comunicação sem fio exigirão taxas de transmissão cada vez mais elevadas. Devido a isso se faz necessário estudos de modelos de atenuação para que seja melhorada a confiabilidade da propagação indoor. Os modelos de Cheung e Seidel-Rappaport foram escolhidos para realizar simulações para um ambiente de prédio comercial, pois levam em consideração fatores como atenuação por paredes, portas, mudança de andares e difração. Para o cálculo da difração, será verificada uma nova forma de se calcular a integral de Fresnel escrita por Ali Uzer [1] em 2018, ao qual se faz a substituição da integral por séries de potências tornando o programa mais rápido. Esta análise será feita calculando o campo difratado por um semicondutor elétrico perfeito.

O campo espalhado por um semiplano condutor elétrico perfeito pode ser encontrado de duas maneiras: através da

solução analítica exata, a qual é avaliada assintoticamente por um percurso de máximo declive, e também pela Ótica Física, cuja integral de radiação é resolvida usando o método de fase estacionária[2]. Neste artigo, a solução pela Ótica Física será usada para se comparar o campo difratado fazendo integração numérica da integral de Fresnel pelo método trapezoidal e pela substituição de Uzer.

Após verificado a precisão da nova forma de calcular a integral de Fresnel pode-se realizar o cálculo do coeficiente de difração de forma mais rápida no modelo de Cheung. Antes de ser mostrado os resultados de Cheung será introduzido o modelo de Seidel-Rappaport que é baseado no modelo Log-distância com o acréscimo de alguns fatores no cálculo.

Para aprofundar no modelo de Cheung é preciso conhecer um pouco sobre a Ótica Geométrica, Ótica Clássica, Teoria Geométrica da Difração e Teoria Uniforme da difração.

A Ótica Geométrica utiliza o conceito de raios criado pela Ótica Clássica para caracterizar os raios diretos, refletidos e refratados. A propriedade mais significativa dos campos de alta frequência da Ótica Geométrica em meios homogêneos e sem perdas é o comportamento de onda localmente plana em qualquer ponto de propagação do raio [3].

Para a Ótica Clássica, os raios refletidos e refratados estão relacionados aos raios incidentes através das leis de reflexão de Snell e refração. O percurso descrito por qualquer raio segue o princípio de Fermat, que corresponde a curva que minimiza o caminho ótico [3].

Na Ótica Geométrica, o transporte da energia ocorre no sentido da trajetória dos raios e não transversalmente, o qual é melhor explicado pelo conceito de tubos de raios, que seria o conjunto de raios adjacentes (raios paraxiais) ao raio principal que se deseja analisar (raio axial) [3].

A Teoria Geométrica da Difração veio para explicar regiões onde o campo eletromagnético não existiria de acordo com a Ótica Geométrica Clássica, essa região é chamada de região de sombra. A difração acontece quando a onda incide em uma quina e o sinal é espalhado em todas as direções [3]. Keller demonstrou que raios difratados se comportam como raios originários da Ótica Geométrica quando saem da quina. Estes raios tem caminhos determinados pelo princípio de Fermat. Porém, a GTD está sujeita a problemas na região de sombra, pois os campos da GO decaem rapidamente, mas não fisicamente a zero e os campos difratados preditos tendem a infinito [4].

A Teoria Uniforme da Difração proposta por Kouyomjian e Pathak conseguiu solucionar o problema na fronteira de

Heitor Santos, PPGEE-UFMG, Belo Horizonte-MG, Analista de Produção-ZetraSoft, Nova Lima-MG e-mail: heitoroliveiraf@yahoo.com.br; Cassio Rego, PPGEE-UFMG, Belo Horizonte-MG, e-mail: cassio@cpdee.ufmg.br Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

sombra dos campos, onde fizeram uma análise assintótica e descobriram que multiplicando os coeficientes de difração por uma função de transição, os campos difratados se mantêm limitados nas fronteiras de sombra. Esta função de transição é tal que se aproxima de zero na mesma proporção que o campo difratado se torna singular nas regiões de transição [4].

Os resultados que serão mostrados são ainda preliminares, pois os códigos estão em constante melhoria. O objetivo é verificar a nova técnica de integração da função de Fresnel para que os novos modelos de atenuação para ambiente *indoor* possam ser aperfeiçoados de forma mais rápida, visto que o cálculo dos coeficientes de difração exigem mais custo computacional e maior robustez dependendo das características do meio.

# II. SEMI PLANO CONDUTOR PARA EXEMPLIFICAR A INTEGRAL DE FRESNEL EM SÉRIE DE POTÊNCIA

Uma onda plana com uma incidência oblíqua quando se choca com uma quina causa um espalhamento do sinal em todas as direções, mas há um ponto de fronteira de sombra da onda refletida e um ponto de fronteira de sombra da onda incidente. Nestes pontos, o coeficiente de difração tende a infinito. Para limitar a amplitude do campo, o coeficiente de difração é multiplicado por uma função de transição (função de Fresnel modificada) [2]. A função de transição é mostrada na equação(1).

$$F_{tr}(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2} du$$
(1)

A Figura 1 mostra a fronteira de sombra do campo incidente na cor verde e a fronteira de sombra do campo refletido em vermelho.



Fig. 1. Fronteira de sombra do campo incidente e refletido.

Resolver a Integral de Fresnel para muitos pontos exige um maior custo computacional, sendo que o cálculo do coeficiente de difração também já trabalha com um maior tempo de processamento. Baseado no artigo de Uzer [1], a integral pode ser substituída por uma série de potências dependendo da precisão requerida.

O problema canônico do campo difratado por um semiplano condutor elétrico perfeito calculado pela aproximação Ótica Física servirá para demonstrar que o modelo está em concordância com a integração de Fresnel. A integração foi feita utilizando a técnica trapezoidal gastando cerca de 464,067 segundos, enquanto que pela proposta por Uzer [1] apenas 0,208 segundos A máquina usada possui processador *Core 15* com 8GB de *memória Ram*. Na figura 2 pode ser visto que a curva em vermelho feita utilizando a nova técnica está em perfeita concordância com a curva em azul gerada pelo método trapezoidal. Os dois picos do gráfico são as fronteiras de sombra do campo difratado que estão limitados devido a função de transição.



Fig. 2. Campo difratado calculado pelo método trapezoidal e de Uzer

## III. MODELO DE SEIDEL E RAPPAPORT

O ambiente de simulação foi pensado em um prédio comercial para facilitar a implementação, mas com os requisitos necessários para caracterizar os fatores de atenuação mencionados. Na figura 3 foram inseridas duas paredes centrais de concreto dividindo o ambientes em quatro cômodos e somente as duas portas no primeiro quadrante entraram no cálculo da atenuação. O transmissor está localizado no canto superior à esquerda também do primeiro quadrante sendo que as janelas não entraram no cálculo da atenuação, pois são externas.



Fig. 3. Planta baixa do ambiente de simulação

A proposta de Seidel e Rappaport utiliza o modelo Logdistância como base, sendo de fácil análise e implementação. O modelo parte do princípio de se conhecer a atenuação  $PL(d_o)$  a uma distância de referência  $d_o$ , esses dados são usados durante todas as demais predições. A equação (2) apresenta o modelo Log-distância que será bastante usado:

$$PL(d) = PL(d_o) + 10nlog(\frac{d}{d_o})$$
(2)

O termo *n* é chamado de expoente de propagação e pode variar de acordo com o ambiente e aplicação. Deve ser calculado fazendo medições de atenuação para diferentes distâncias, em seguida é feita uma interpolação para encontrar o valor de *n*. Quanto mais medições forem feitas, maior a precisão do expoente de propagação *n* em relação ao meio. A atenuação encontrada pelos autores, na distância de referência foi de  $PL(d_o) = 31,7$  dB a uma distância  $d_o = 1$ m. A frequência de operação foi de f = 914MHz [5].

Para a primeira representação gráfica em um mesmo andar, foi simulado com n = 3,14. A figura 1 mostra um mapa de cobertura com os pontos com maior atenuação sendo os mais afastados do transmissor.



Fig. 4. Seidel-Rappaport: Mapa de cobertura dentro de um mesmo andar com n=3,14.

O modelo não menciona reflexões ou difrações, para diferentes ambientes o termo que irá variar de acordo com a densidade do meio é o fator de atenuação *n*.

#### A. Fator de Atenuação por Travessia de Andar

Os autores perceberam que o modelo anterior ficava bem distante dos valores reais quando o receptor estava localizado em um andar diferente do transmissor, pois o caminho indireto começa a tomar proporções bem mais relevantes. Para tentar melhorar a precisão do modelo foi adicionado o termo constante Fator de Atenuação por Travessia de Andar FAF (*Floor Attenuation Factor*) junto a equação (2) com o expoente de atenuação para o mesmo andar  $n_m$  [5]. A nova fórmula ficará da seguinte maneira:

$$PL(d) = PL(d_o) + 10n_m log(\frac{d}{d_o}) + FAF$$
(3)

Uma nova simulação foi feita para se comparar o efeito do termo FAF em relação ao modelo anterior. Desta vez, os pontos de recepção estarão dois andares abaixo do transmissor, fazendo com que tenha uma atenuação muito mais severa. Foi usado para o fator de atenuação por andar FAF = 27,5 dB e o expoente de propagação n = 5,04.



Fig. 5. Comparação da atenuação através do fator por andar

Pode ser visto na figura 5 que houve uma discrepância muito grande nos limites de ambos os mapas, isso se deve pelo fato de que o caminho direto através de andares vai perdendo força devido a dificuldade de penetração dos raios através das obstruções de concreto.

## B. Fator de Atenuação por Partições

Dois ambientes de mesmo tamanho podem apresentar diferenças relevantes na quantidade de sinal que chegam ao receptor, mesmo se comparando com transmissores e receptores em um mesmo andar. Para tentar otimizar o modelo, os autores propuseram o acréscimo de fatores de atenuação por paredes, portas e janelas. Materiais mais densos tendem a atenuar mais o sinal enviado pelo transmissor [5].

A fórmula usada para este caso é mostrada na equação (4), o termo AF é a atenuação causada por paredes, portas e janelas e *m* é o número de obstruções causados por paredes, portas ou janelas.  $\lambda$  é o comprimento de onda.

$$PL(d) = 20log(\frac{4\pi d}{\lambda}) + m * AF$$
(4)

Para a simulação foi usado o modelo do espaço livre, usando n = 2. As paredes são consideradas como de concreto com atenuação de 20,5 dB e as portas de madeira com atenuação de 7 dB. A figura 4 ilustra as perdas de atenuação de acordo com a planta baixa do local de estudos. A frequência de operação para este caso foi de f = 2,4 GHz.

A figura 6 ilustra o mapa de cobertura para o modelo de partições e paredes, como esperado as maiores atenuações ficaram para as maiores distâncias no quarto quadrante, onde o sinal precisa passar por mais de uma parede de concreto. A diferença deste gráfico para os outros está no segundo e terceiro quadrante quando a onda ultrapassa uma porta e logo ao lado por uma parede, onde se nota a diferença de cor representando mais potência no receptor.

## IV. MODELO DE CHEUNG

O modelo de Cheung visa aperfeiçoar o modelo de Seidel-Rappaport acrescentando a Teoria Uniforme de Difração (UTD). Importantes componentes de sinal causados por difrações não são considerados no modelo de Seidel-Rappaport



Fig. 6. Seidel-Rappaport: Mapa de cobertura com atenuação por partições.

e para ambientes com muitas quinas, a precisão do modelo tende a diminuir [6].

#### A. Expoente de atenuação dependente da distância

Cheung propôs uma alteração importante com relação a distância entre as antenas. Até 20 metros de distância em uma frequência de 900 MHz, a perda de propagação pode ser considerada como o espaço livre. Na segunda região, os obstáculos começam a ter uma maior interferência no sinal recebido, tais como paredes, portas e janelas [6].

O ponto onde começa a ter uma maior atenuação foi denominado de ponto de quebra  $(d_{bp})$ . Desta forma a equação ficará da seguinte forma [6]:

$$PL(d) = \begin{cases} 10n_1 log(\frac{d}{d_o}) + AF & , & d_{bp} \ge d\\ 10[n_1 log(\frac{d_{bp}}{d_o}) + n_2 log(\frac{d}{d_{bp}})] + AF & , & d > d_{bp} \end{cases}$$
(5)

Os termos  $n_1$  e  $n_2$  na equação (5) representam o expoente de propagação antes e após o ponto de quebra respectivamente. AF são os fatores de atenuação por andar, portas e paredes.[6].

A figura 7 mostra o mapa de cobertura para um mesmo andar já implementando o modelo de Cheung com a mudança pelo ponto de quebra após 20 m e usando o fator de atenuação por paredes, onde começa a ter mudanças mais bruscas no sinal recebido. No segundo e terceiro quadrante há um pequeno filete de menor atenuação que mostra que o sinal é menos atenuado por uma porta de madeira do que por uma parede de concreto.

#### B. Perda devido ao ângulo de incidência

Cheung propôs um acréscimo ao modelo anterior para os casos onde a onda colide com um obstáculo de forma oblíqua, partindo do princípio de que menos potência é transmitida ao incidir em uma parede ou piso. Foi adicionado um cosseno aos fatores de atenuação por pisos, paredes, portas ou janelas (para cada tipo de obstáculo). O fator de atenuação é subtraído do logaritmo do cosseno do ângulo, da seguinte maneria: AF -  $10\log(\cos(\theta))$ . O ângulo  $\theta$  é o ângulo formado pela onda com incidência oblíqua e a normal a parede, piso ou porta [6].



Fig. 7. Cheung: Mapa de cobertura de atenuação devido ao ponto de quebra.

Foi feita uma simulação acrescentando o termo por incidência oblíqua dado na figura 8. Pode ser visto um tom de azul mais escuto no último quadrado predominante em relação ao da figura 7. Como esperado menor potência é transmitida quando uma onda incide em uma parede forma oblíqua [6].



Fig. 8. Cheung: Mapa de cobertura de atenuação devido ao ponto de quebra e incidência oblíqua.

#### C. Modelo Cheung: Difração

Cheung acrescenta ao seu modelo o cálculo por difrações nas quinas, que incorpora aos outros dois casos reportados. Em ambientes com muitas paredes e obstáculos, uma boa parcela de sinal que chega ao receptor se dá por caminhos indiretos, desta forma é calculado o campo através do caminho direto dado pela equação (5) e também pelo caminho indireto pelas ondas difratadas pelas quinas [6].

O campo difratado pela quina age como uma fonte secundária que se propaga até o receptor. O campo total é o campo resultante dado pelo somatório do campo direto e indireto [6]. Para obtenção deste campo é necessário o cálculo do coeficiente de difração, que por sua vez, deve ser multiplicado pela função de transição que será implementada e testada pelo método de Uzer [1].

$$PL_{D} = -10 \log[\sum_{m=1}^{M} (P\pounds(d_{m})P\pounds(d_{m}^{'})|D|^{2}) + P\pounds(d)]$$
(6)

Os termos  $d_m$  e  $d'_m$  da equação (6) se referem a distância do transmissor à quina e da quina ao receptor respectivamente. No somatório, m é e-ésima quina e M é o número de quinas. O parâmetro  $P\mathcal{L}(x)$  é o valor médio do campo elétrico, onde  $P\mathcal{L}(x) = -10^{-PL(x)/10}$ . O termo final é o campo elétrico médio devido ao caminho direto. O termo D é o coeficiente de difração [6].

O cálculo do campo elétrico difratado na quina foi feito através da seguinte expressão dada pela equação (7), sendo que  $P_t$  é potência transmitida,  $G_t$  é o ganho da antena transmissora, k é a constante de propagação,  $s_i$  é distância do transmissor até a quina,  $s_d$  é a distância da quina ao receptor e D é o coeficiente de difração.

$$E_{GTD} = \sqrt{30P_tG_t} \frac{e^{-jks_i}}{s_i} D \sqrt{\frac{s_i}{s_d(s_i+s_d)}} e^{-jks_d}$$
(7)

A figura 9 ilustra o mapa de cobertura gerado para este modelo utilizando o coeficiente de difração de Luebbers. As maiores atenuações ainda estão no último quadrante do ambiente, em consequência das maiores distâncias entre o transmissor e receptor. Foram consideradas quatro quinas para o cálculo, sendo que o campo difratado por cada quina só irá influenciar nos receptores presentes no mesmo quadrante que a quina (sempre no canto inferior à direita de cada quadrante).



Fig. 9. Cheung: Cobertura do ambiente utilizando coeficiente de Luebbers.

Para gerar o gráfico da figura 9 foram usados cerca de cem vezes mais pontos para uniformizar alguns pontos críticos, como o cálculo de difração é mais robusto, a versão do código ainda não está finalizada. Mas, como esperado percebe-se um aumento de potência devido ao acréscimo das componentes indiretas do sinal que chegam ao receptor devido as difrações nas quinas.

# V. CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo realizar a implementação numérica da função de transição aplicada no modelo semi empírico de difração de Cheung de forma mais rápida. A validação da implementação numérica da função de transição foi feita através do modelo canônico do semiplano condutor que possui solução exata.

O modelo de Seidel-Rappaport aborda um importante fator de a perda por andar não ser linear, a cada andar atravessado faz com que a atenuação fique bem mais severa. E como esperado, obstáculos mais densos atenuam ainda mais o sinal. O modelo não cita reflexões, portanto ambientes mais propícios a essa característica podem trazer resultados mais díspares da realidade. O modelo de Cheung complementa o modelo de Seidel-Rappaport acrescentando a incidência oblíqua e a alteração no cálculo pelo ponto de quebra, fazendo com que melhore a eficácia do modelo. A difração, que demanda mais ajustes e custo computacional, pôde ser implementada numericamente com um maior ganho de tempo.

Cabe ressaltar que os resultados, principalmente para o cálculo da parcela de campo difratada, ainda estão sendo testados, como outros coeficientes e para qual intervalo do argumento da função de transição o método de Uzer [1] é válido, pois foi usado apenas para os limites de 0.3 < x < 5.5.

#### Referências

- A. Uzer. Evaluation of a Class of Integrals That Arize in Wave Scattering Problems by Using the Taylor Product Theorem. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*. Vol. 62, N°2, Fabruary 2018.
- [2] G. L. James, Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. *IELT Electromagnetic Waves Series 1*. Third Ediction 1986.
- [3] PUC-Rio Certificação Digital Nº 0310482/CA
- [4] Vinícius de Araújo Lopes, Estudos de modelos semi-empíricos para a previsão da cobertura radioelétrica em ambientes interiores, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UFMG. Setembro de 2007.
- [5] S. Y. Seidel and T.S. Rappaport, 914 MHz Path Loss Prediction Models for Indoor Wireless Communications in Multifloored Buildings, *IEEE Trans. on Ant. and Prop.*, vol. 40, n° 2, pp. 207-217, Feb. 1992.
- [6] K. W. Cheung, J. H. M. Sau and R. D. Murch, A New Empirical Model and Indoor Propagation Prediction, *IEEE Transictions or Vehicular Technology*, vol. 47, n° 2, pp. 996 1001, Aug. 1998.