

Extração de Parâmetros Intrapulso e Interpulso de um Radar com Modulação Aleatória em Frequência

Maximiliano Barbosa, Leandro Pralon, Carla Pagliari e José Apolinário Jr.

Resumo—Em modernos ambientes de Guerra Eletrônica, os radares de Baixa Probabilidade de Interceptação se tornaram mais usuais, desafiando as defesas a intensificar seus métodos de proteção. Os radares de ruído, particularmente, ganharam notoriedade devido à maior dificuldade dos sistemas eletrônicos inteligentes em não somente interceptá-los, como também corretamente identificá-los com métodos convencionais. Nesse contexto, o presente trabalho propõe um método para extração de parâmetros de um sinal radar com modulação aleatória em frequência baseado em uma análise marginal de sua característica em tempo-frequência. O método proposto é comparado com uma análise feita a partir de técnicas de processamento de imagem, comumente utilizadas para identificação de sinais determinísticos.

Palavras-Chave—radar LPI, MAGE, sinais aleatórios, análise tempo-frequência.

Abstract—In modern Electronic Warfare scenarios, Low Probability of Interception radars have become usual, challenging defenses to enhance their protection methods. Noise radars, in particular, gained notoriety due to the more significant difficulty of intelligent electronic systems not only to intercept but also to correctly identify them with conventional methods. Within this context, the present work proposes a method for extracting parameters from radar signals with random frequency modulation based on a marginal analysis of their time-frequency characteristic. The proposed method is compared to an image processing technique-based analysis, commonly used to identify deterministic signals.

Keywords—LPI radar, electronic support measures, random signals, time-frequency analysis.

I. INTRODUÇÃO

No cenário de corrida tecnológica, os sistemas de Guerra Eletrônica (GE) e de radar estão ostentando cada vez mais *inteligência* graças à maior convergência entre ciência da computação, comunicações e processamento digital de sinais. Logo, para cada melhoria num sistema de detecção, podem-se esperar melhorias nos sistemas de interceptação.

Com relação aos sistemas de Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE), avanços nas técnicas de detecção, identificação e classificação de emissores, permitem, atualmente, além da implementação de métodos tradicionais de análise do espectro, a visualização do sinal interceptado em três dimensões via análise tempo-frequência (ATF) [1]. Diversos métodos de decomposição do sinal em tempo-frequência são apresentados na literatura, incluindo a Transformada de Fourier de Tempo Curto (STFT - *Short-Time Fourier Transform*), distribuição de Wigner-Ville, e Banco de Filtros Uniforme Espelhados em Quadratura (QMFB - *Quadrature Mirror Filter Bank*). Após a decomposição em tempo-frequência, são empregadas metodologias de extração dos parâmetros do sinal interceptado, cujos desempenhos são funções da relação Sinal-Ruído (SNR).

M.Barbosa, C.Pagliari e J. Apolinário, PPGEE, IME; L. Pralon, CTEx, Rio de Janeiro-RJ. email: maximiliano.barbosa@ime.eb.br, pralon@ctex.eb.br, carla@ime.eb.br e apolin@ime.eb.br. Esse trabalho é parcialmente financiado pela Marinha do Brasil, Exército Brasileiro, CNPq, Finep e CAPES-Código de Financiamento 001.

Essa etapa é primordial para o processo de identificação do emissor [2], haja vista que a acurácia na estimação destes parâmetros irá possibilitar a correlação com os armazenados no banco de dados de emissores de GE.

Em [3], [4], [5] são apresentadas técnicas de interceptação ATF de sinais determinísticos considerados de Baixa Probabilidade de Interceptação (LPI - *Low Probability of Intercept*) e Baixa Probabilidade de Identificação (LPID - *Low Probability of Identification*) [1] para extração dos parâmetros de modulação. Todavia, tal extração é efetuada apenas de maneira visual. A necessidade de interpretação humana dos resultados obtidos pela ATF limita a operação de receptores de GE em tempo não-real. Assim, foram propostos em [6], [7], [8] métodos de extração autônoma, baseados em técnicas de processamento de imagem. Tais trabalhos consideraram apenas formas de onda determinísticas com modulação linear em frequência ou modulações que se aproximam dessa variação linear. Para esses sinais específicos, é possível a aplicação de algoritmos de detecção de linhas sobre as imagens analisadas, tal como a transformada de Hough.

Tendo em vista a rápida evolução dos sistemas MAGE na identificação de sinais determinísticos, observou-se um crescente interesse pela utilização de radares de ruído em ambientes de GE [9]. Radares de ruído são sistemas eletromagnéticos que utilizam sinais aleatórios como formas de onda de transmissão e empregam filtragem casada e integração de pulsos na sua cadeia de recepção. A natureza estocástica das formas de onda com transmissão aleatória são atrativas para aplicações que requerem alto desempenho contra receptores de GE, introduzindo vantagens estratégicas para os sistemas de radar [10].

Nesse contexto, até aonde pudemos investigar, não foi proposto um método para interceptação e extração dos parâmetros de formas de ondas radar consideradas LPI/LPID com modulação aleatória, ou seja; radares de ruído [9]. Assim, nossas contribuições neste trabalho são: nova metodologia para extração autônoma dos parâmetros intrapulso e interpulso de uma forma de onda modulada em frequência por um processo estocástico gaussiano estacionário em sentido amplo (WSS - *wide sense stationary*), doravante designada como FM Noise [10]; adaptação da metodologia de processamento de imagem, considerando uma nova abordagem devido à aleatoriedade em frequência; comparação de desempenho entre a técnica proposta e a baseada em processamento de imagem.

Esse artigo é dividido da seguinte forma: a Seção II caracteriza a modelagem matemática do sinal estocástico de transmissão radar, bem como do sinal interceptado pelo sistema MAGE. A Seção III aborda a definição da STFT discreta e a característica da matriz obtida por essa. Na Seção IV são descritas as metodologias utilizadas para extração dos parâmetros. Finalmente, nas Seções V e VI são apresentados os resultados obtidos em ambas metodologias e as conclusões, respectivamente.

II. REPRESENTAÇÃO DO SINAL DE TRANSMISSÃO ESTOCÁSTICO

O sinal de transmissão FM Noise de um radar de ruído tem uma portadora modulada em frequência caracterizada por um processo estocástico; seu primeiro pulso ($i = 1$) é dado por

$$s_1^{RF}(t) = \sqrt{P} \cos \left(2\pi f_o t + \mu_p \int_{-\infty}^t l_1(\alpha) d\alpha \right); 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (1)$$

onde τ_s é a duração do pulso, f_o é a frequência de operação, μ_p é a constante de modulação, P é a potência média de transmissão, e $l_i(t)$ é o sinal modulador; sendo a i -ésima função-amostra de um processo estocástico gaussiano WSS, com potência unitária e densidade espectral de potência (PSD - *Power Spectral Density*) plana em uma faixa de frequência.

A PSD $\Gamma(f)$ da envoltória complexa $\tilde{s}(t)$, com respeito à f_o , tem o formato de uma distribuição gaussiana e é dada por [10]

$$\Gamma_{\tilde{s}}(f) = \frac{\sqrt{2\pi}P}{\mu_p} \exp \left(-\frac{2\pi^2 f^2}{\mu_p^2} \right). \quad (2)$$

Normalmente, um sistema MAGE possui um tempo de escuta maior que o intervalo de repetição de pulso (I_{RP}) de um sistema radar, portanto, pode realizar a estimação dos parâmetros do mesmo com base em mais de um pulso interceptado. Assim, o sinal interceptado é dado por

$$r^{RF}(t) = \sum_{i=1}^{N_p} A s_i^{RF}(t - T_0 - (i-1)I_{RP}), \quad (3)$$

onde $s_i^{RF}(t)$ é o i -ésimo pulso de transmissão e A considera ganhos e atenuações sofridos por este. $T_0 = R_0/c$ corresponde ao tempo de chegada do pulso de transmissão, contado a partir do instante de transmissão radar e interceptado a uma distância R_0 , e N_p é o número de pulsos interceptados; c é a velocidade de propagação da onda eletromagnética. Neste trabalho, assumimos $N_p = 2$ [11].

Esse sinal é encaminhado para a cadeia de RF e contaminado com ruído térmico $w(t)$. Logo, o sinal real na saída do módulo RF é dado por

$$x(t) = r(t) + w(t) = \sum_{i=1}^{N_p} B s_i(t - T_0 - (i-1)I_{RP}) + w(t), \quad (4)$$

onde $s_i(t)$ são funções-amostra do processo estocástico que caracteriza o sinal transmitido [12] e $w(t)$ o ruído térmico (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), respectivamente; considerados estatisticamente independentes. B considera ganhos e atenuações introduzidos pela cadeia de RF, cascadeados aos ganhos e atenuações do sinal interceptado, considerados neste trabalho grandezas reais e invariantes no tempo. A Figura 1 ilustra a representação de dois pulsos consecutivos do sinal interceptado no domínio do tempo e da frequência. Note a dificuldade em se detectar e extrair parâmetros de um sinal FM Noise apenas com análise temporais ou espectrais de maneira isolada.

Na prática, para o processamento digital de sinais, assumimos representações em tempo discreto, $x(n) = x(t)|_{t=nT}$, onde n é o índice de tempo discreto e $T = 1/f_s$, com f_s sendo a frequência de amostragem. Adicionalmente, a ATF sobre o sinal radar interceptado é realizada em sua versão analítica [2], isto é

$$\tilde{x}(n) = x(n) + j\mathcal{H}\{x(n)\}, \quad (5)$$

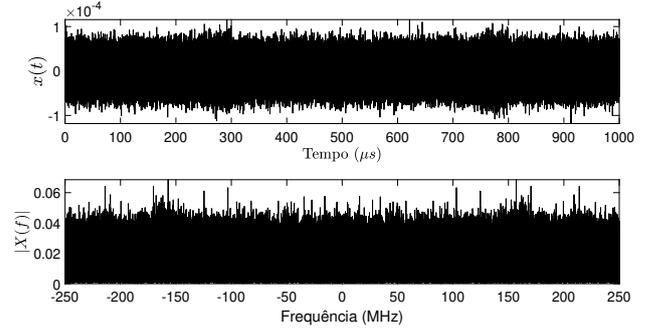


Fig. 1. Sinal radar FM Noise interceptado por um sistema MAGE, adicionado de AWGN na cadeia de recepção RF.

onde \mathcal{H} é a transformada de Hilbert. A Figura 2 ilustra o diagrama simplificado de um receptor digital MAGE com as etapas desde a recepção do sinal analógico até sua identificação e apresentação em uma Interface Homem-Máquina (IHM). Nesse diagrama, a etapa de desembaralhamento de pulsos foi omitida, devido ao interesse de análise de apenas uma forma de onda interceptada.

III. TÉCNICA DE ANÁLISE TEMPO-FREQUÊNCIA

A STFT é usada para analisar como as componentes frequenciais de um sinal não-estacionário se alteram ao longo do tempo. Esse é um método de ATF linear o qual especifica amplitudes complexas em função das variáveis tempo e frequência.

A STFT do sinal $\tilde{x}(n)$ é definida como [13]

$$S(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n + mR) g(n) e^{-j\left(\frac{2\pi k}{N}\right)n}; 0 \leq k \leq N-1, \quad (6)$$

onde $2\pi k/N$ é a k -ésima frequência discreta (ω), N é o número de pontos da FFT assumido igual ao tamanho da janela, R é o tamanho do salto (existe neste caso uma superposição $N-R$ amostras), e $g(n)$ é uma janela de tamanho N , com amostras que começam em $n = 0$, isto é, $g(n) = 0$ fora do intervalo $0 \leq n \leq N-1$. Nesse trabalho optou-se pelo uso da janela de Hamming [13].

O comprimento N da janela $g(n)$ introduz um *tradeoff* entre resolução no tempo e resolução na frequência, i.e., quanto menor o comprimento da janela, melhor é a resolução no tempo e pior a resolução na frequência e vice-versa. Na maioria das aplicações o interesse está na resposta em magnitude da STFT, sendo a exibição da magnitude quadrática $|S(k, m)|^2$ usualmente referida como “espectrograma” [14].

A partir da implementação computacional da Equação (6) e tendo como referência a definição do “espectrograma”, obtém-se a matriz $N \times M$ de distribuição tempo-frequência dada por

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ |S(k, 1)|^2 & \cdots & |S(k, M)|^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad (7)$$

onde k é o k -ésimo ponto da amostragem em frequência, N é a quantidade de bins, e M o total de janelas no tempo.

A Figura 3 ilustra a diferença de comportamento frequencial entre um sinal radar $\tilde{x}(n)$ determinístico (2 pulsos) com modulação linear em frequência e o sinal FM Noise. Nessa figura o AWGN foi desconsiderado e o tempo de escuta foi de 1000 μs .

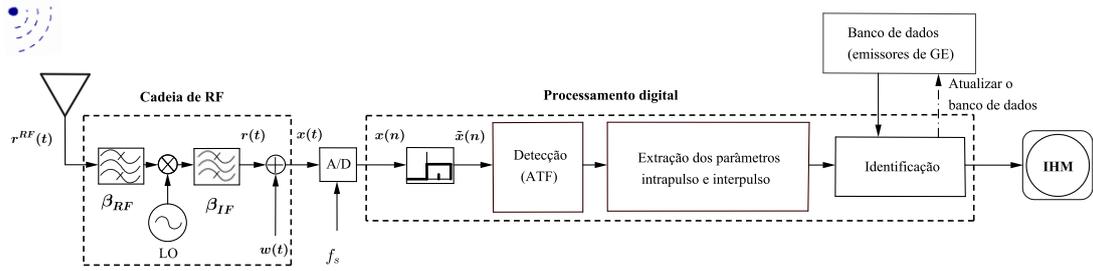


Fig. 2. Diagrama em blocos simplificado de um receptor digital MAGE.

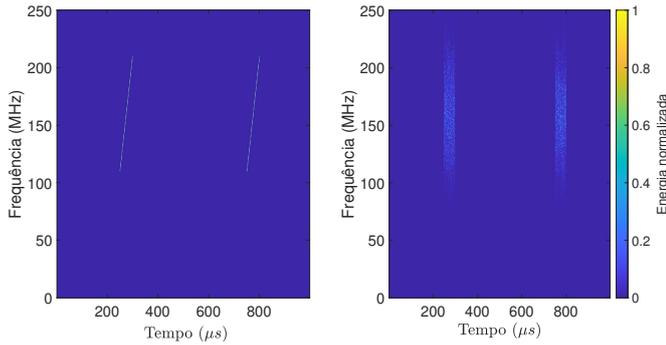


Fig. 3. Diferença entre a STFT de um sinal radar com modulação linear em frequência (à esquerda) e um com modulação FM Noise (à direita).

IV. METODOLOGIA

No presente trabalho foram utilizados dois métodos de extração autônoma de parâmetros de sinais FM Noise. O primeiro, aqui proposto, baseia-se na distribuição marginal no tempo e frequência (STFT) do sinal interceptado, o qual, para efeito de simulação, é somado a um ruído térmico do sistema MAGE. O segundo método, adaptado da literatura para sinais FM Noise, caracteriza-se por uma técnica fundamentada no processamento da imagem formada pela STFT. Os diagramas em blocos de ambos os métodos são apresentados na Figura 4 e serão explicados nas subseções seguintes.

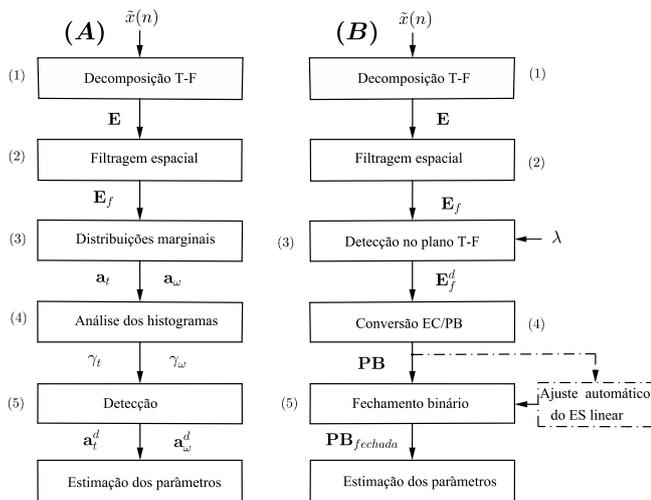
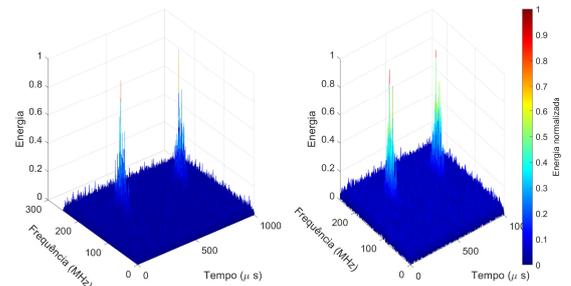

 Fig. 4. Diagrama em blocos apresentando a abordagem da metodologia (A) tendo como base a distribuição marginal no tempo e na frequência, e metodologia (B) a partir de técnicas de processamento de imagens. Os parâmetros estimados são: β_s , f_o , τ_s , IRP e $Runam_{max}$.


Fig. 5. Matriz obtida pela STFT antes (à esquerda) e após filtragem espacial.

A. Método das distribuições marginais

O diagrama em blocos (A) apresentado na Figura 4 descreve a metodologia a partir da análise da distribuição marginal no tempo e na frequência da matriz \mathbf{E} , obtida da ATF dada pela STFT de $N_p = 2$ pulsos do sinal $\hat{x}(n)$ na Etapa (1). Na Etapa (2) aplica-se um filtro espacial de mediana sobre \mathbf{E} , com o intuito de melhorar a SNR, obtendo-se \mathbf{E}_f . Os resultados antes e depois da Etapa (2) estão ilustrados na Figura 5.

As distribuições marginais no tempo e na frequência (Etapa (3)), fornecem estimativas da energia instantânea e da PSD em cada sub-banda, respectivamente [14]. O vetor ($M \times 1$) distribuição marginal no tempo, obtido a partir dos elementos de \mathbf{E}_f , $E_f(k, m)$, é dado por

$$\mathbf{a}_t = \left[\sum_{k=0}^{N-1} E_f(k, 1) \quad \cdots \quad \sum_{k=0}^{N-1} E_f(k, M) \right]^T, \quad (8)$$

onde T é o operador transposto.

De maneira análoga, o vetor distribuição marginal na frequência ($N \times 1$) é aqui definido como

$$\mathbf{a}_\omega = \left[\sum_{m=1}^M E_f(0, m) \quad \cdots \quad \sum_{m=1}^M E_f(N-1, m) \right]^T. \quad (9)$$

A Etapa (4) consiste na análise dos histogramas dos vetores das Equações (8) e (9), e por meio deles a obtenção de limiares de detecção γ_t e γ_ω para cada SNR. Esses limiares são obtidos considerando o nível médio do ruído a partir da estimativa da distribuição marginal do sinal $\hat{x}(n)$, ou seja, pela maior frequência de ocorrência dos histogramas, conforme ilustrado na Figura 6.

De posse destes, detecta-se o sinal no tempo: \mathbf{a}_t^d , e no espectro: \mathbf{a}_ω^d . A Figura 7 ilustra as distribuições marginais, o sinal detectado no tempo e no espectro.

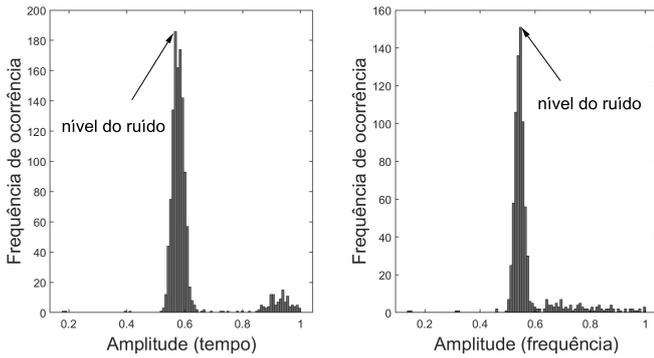


Fig. 6. Histograma da distribuição marginal no tempo e frequência do sinal decomposto pela STFT, após aplicação da filtragem espacial.

A partir dos vetores detectados, estimam-se os parâmetros (Figura 7) temporais intrapulso (τ_s) e interpulso (I_{RP} e distância máxima não-ambígua $R_{unamb\max} = cI_{RP}/2$), bem como os parâmetros intrapulso referentes ao espectro, i.e., $f_o = f_c + f_{LO}$ (f_c -frequência central e f_{LO} -frequência do oscilador local) e largura de banda β_s . Cabe salientar que, na estimação de β_s , foi utilizado o procedimento que considera a porção do espectro que contém 90% da energia concentrada em torno de f_c , amplamente disseminado na comunidade radar [10].

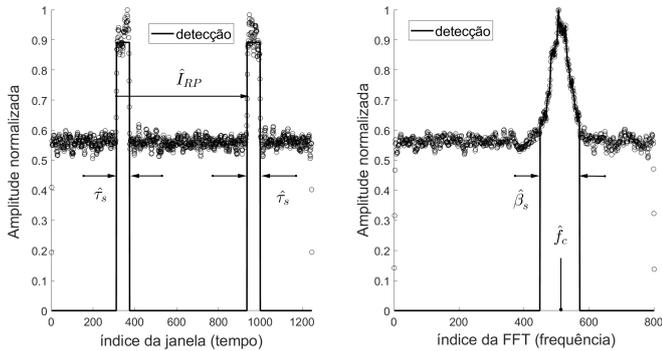


Fig. 7. Vetores de distribuição marginal no tempo e na frequência, detecção do sinal no tempo e no espectro e estimação dos parâmetros.

B. Método baseado em processamento de imagem

O diagrama em blocos (B) da Figura 4 descreve a metodologia de processamento de imagens, adaptada para o caso específico do FM Noise. O objetivo da metodologia é de representar o sinal detectado (3D) em duas dimensões (2D) e em escala binária, com o intuito de estimar seus parâmetros. As Etapas (1) e (2) são análogas à metodologia (A). Na Etapa (3), é realizada a detecção no plano T-F assumindo um limiar de detecção $\lambda = -E[E[\mathbf{E}_f(:, 1) \cdot \mathbf{E}_f(:, M)]] \ln(P_{fa})$ [15], dada uma probabilidade de falso alarme $P_{fa} = 10^{-5}$; o resultado da detecção é ilustrado pela Figura 8. A partir da matriz \mathbf{E}_f^d , realiza-se a conversão de escala de cinza (EC) para preto e branco (PB) para se obter a matriz \mathbf{PB} na Etapa (4). As informações de amplitude do sinal da Figura 8 são convertidas em valores binários, onde o preto corresponde ao valor 0 e o branco ao valor 1, conforme apresentada na Figura 9. O objetivo é a obtenção das distâncias que limitam as regiões R1 e R2 no eixo do tempo e da frequência respectivamente, assim como

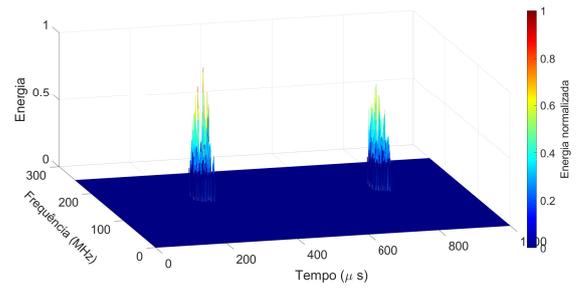


Fig. 8. Detecção no plano T-F. Notar os pontos com energia nula, aqueles onde os valores eram menores que o limiar λ .

a distância horizontal entre essas. Além disso, é necessário obter o centro geométrico das regiões R1 e R2. A Figura 9 ilustra os parâmetros almejados a serem medidos. A partir da matriz \mathbf{PB} , na Etapa (4), realiza-se um processo de operação morfológica de fechamento em escala binária [16], utilizando um elemento estruturante (ES) linear com ajuste automático de tamanho [7]. Tal operação visa alterar a estrutura espacial das regiões R1 e R2 para ser possível calcular os parâmetros β_s , f_c , τ_s , e I_{RP} . A Figura 10 ilustra a estimação dos parâmetros a partir da matriz $\mathbf{PB}_{fechada}$ obtida na Etapa (5). Para encontrar o centro geométrico dessa imagem, foi calculado o centro de massa das duas maiores regiões $R1_{fechada}$ e $R2_{fechada}$, geradas com valor 1. No intuito de estimar as distâncias horizontais e verticais foi tomada a posição mais externa entre adjacências 0 e 1, e esses segmentos são conectados para gerar o contorno em torno de $R1_{fechada}$ e $R2_{fechada}$.

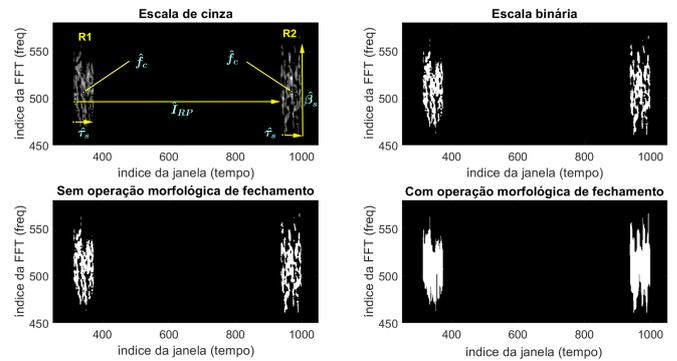


Fig. 9. Conversão de EC/PB (duas figuras superiores) e operação morfológica de fechamento binário (duas figuras inferiores).

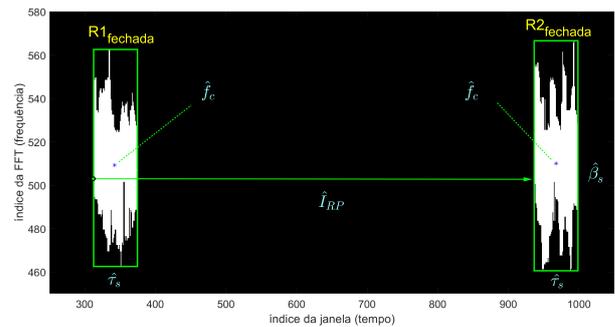


Fig. 10. Estimação após o pré-processamento realizado na metodologia (B).

V. RESULTADOS

As duas metodologias de extração descritas na Seção IV foram avaliadas e comparadas por meio de simulações de Monte Carlo, onde consideramos um *ensemble* de 100 rodadas independentes. Para cada rodada, definimos o erro percentual como

$$e(\%) = \left| \frac{\text{valor real} - \text{valor estimado}}{\text{valor real}} \right| \times 100. \quad (10)$$

Os parâmetros usados nas simulações para a geração do FM Noise foram: $\beta_s=30$ MHz, $f_c=160$ MHz, $f_{L0}=9.2$ GHz, $\tau_s=50$ μ s, $I_{RP}=500$ μ s, $R_{unam_{max}}=75$ km, $N_p=2$, $f_s=500$ MHz, tamanho da janela usada na STFT=1600 amostras.

A Figura 11 apresenta os resultados obtidos pela metodologia (A): a média no *ensemble* do erro percentual na estimação de todos os parâmetros intrapulso e interpulso foram menores que $e_{max}=10\%$ para SNR's menores do que -10 dB. Tais valores podem ser considerados aceitáveis para o contexto de sistemas MAGE [7], [17].

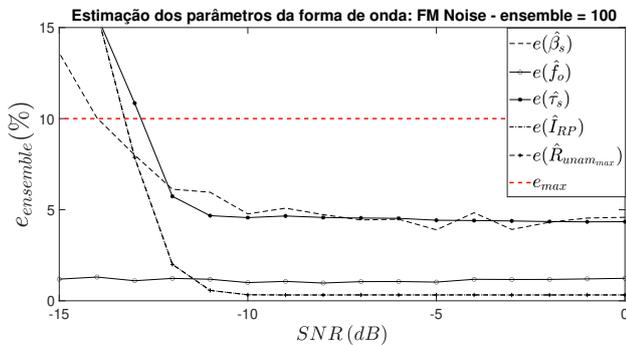


Fig. 11. Resultados da Metodologia (A).

A Figura 12 exibe o resultado obtido pela metodologia (B): o erro percentual médio de todos os parâmetros exceto β_s também foram menores que 10% para SNR's menores do que -10 dB. Pontua-se que não foi possível estimar β_s com a acurácia aceitável para nenhuma SNR, haja vista que, na metodologia (B), a estimação foi feita sobre a imagem binária, com perda da informação de amplitude do sinal.

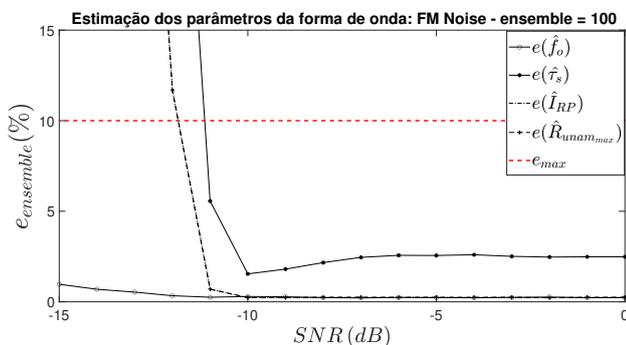


Fig. 12. Resultados da Metodologia (B).

É de importância destacar que a estimação do parâmetro $R_{unam_{max}}$ não é utilizada para identificar o emissor, mas possibilita a utilização de uma Medida de Proteção Eletrônica [2] para se esconder em zonas cegas [15] criadas por τ_s e I_{RP} contantes.

Em [6], [7], [8], a extração com a acurácia de até 10%, dos parâmetros baseada em processamento de imagem de formas de onda determinísticas foram alcançadas para SNR's até -8 , -9 e -6 dB, respectivamente. Desta forma, os resultados das metodologias (A) e (B) para extração autônoma dos parâmetros da forma de onda radar FM Noise podem ser considerados promissores.

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho propôs uma extração autônoma de parâmetros intrapulso e interpulso de um radar de ruído FM Noise. Este sinal de radar tem uma modulação aleatória em frequência.

Com base nas características das distribuições marginais tempo-frequência, o método proposto apresentou acurácia compatível com outro método, aqui adaptado para o sinal FM Noise, baseado na análise da imagem da matriz obtida pela STFT. Contudo, o método proposto possibilita a estimação da largura de banda do sinal FM Noise, não possível pelo método de imagem. Além disso, devido à característica estocástica da forma de onda em análise, o método baseado em processamento de imagem foi adaptado de sua versão disponível na literatura, a qual é usada para sinais radar determinísticos.

A acurácia na estimativa dos parâmetros de sinais radar ajuda a identificar corretamente o emissor, correlacionando-o com o banco de dados de emissores de GE previamente armazenados no sistema MAGE. Caso não haja confiabilidade na correlação de um dado sinal, é possível armazená-lo para uma análise posterior visando a catalogação de novo emissor.

REFERÊNCIAS

- [1] P. Pace, *Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar*, 2nd ed. Artech House, 2009.
- [2] A. D. Martino, *Introduction to Modern EW Systems*, 2nd ed. Artech House, 2018.
- [3] A. Gupta and A. A. Bazil Rai, "Feature extraction of intra-pulse modulated LPI waveforms using STFT," in *2019 4th International Conference on Recent Trends on Electronics, Information, Communication Technology (RTEICT)*, 2019, pp. 742–746.
- [4] J. Yu Gau, "Analysis of Low Probability of Intercept (LPI) Radar Signals Using The Wigner Distribution," M.Sc, Naval Postgraduate School, 2002.
- [5] P. Jarpa, "Quantifying the Differences in Low Probability of Intercept Radar Waveforms Using Quadrature Mirror Filtering," M.Sc, Naval Postgraduate School, 2002.
- [6] K. K. Guner, T. O. Gulum, and B. Erkmen, "FPGA-based Wigner-hough transform system for detection and parameter extraction of LPI radar LFM CW signals," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp. 1–15, 2021.
- [7] R. Figueirêdo, "Abordagens para Análise e Extração de Características de Radares LPI," Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, UFRJ, 2019.
- [8] T. O. Gulum, P. E. Pace, and R. Cristi, "Extraction of polyphase radar modulation parameters using a Wigner-Ville distribution - Radon transform," in *2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, pp. 1505–1508.
- [9] K. Kulpa, *Signal Processing in Noise Waveform Radar*. Artech House, 2013.
- [10] L. Pralon, G. Beltrão, A. Barreto, and B. Cosenza, "On the analysis of PM/FM noise radar waveforms considering modulating signals with varied stochastic properties," *Sensors*, vol. 21, no. 5, pp. 1–27, 2021.
- [11] S. Robertson, *Practical ESM Analysis*. Artech House, 2019.
- [12] A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. Boston, MA, McGraw-Hill, 1991.
- [13] A. V. Oppenheim and W. R. Schaffer, *Discrete-Time Signal Processing*, 3rd ed. Pearson, 2014.
- [14] L. Cohen, *Time-Frequency Analysis*. Prentice Hall, 1995.
- [15] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, 2nd ed. McGraw-Hill, 2014.
- [16] J. Facon, *Morfologia Matemática: teoria e exemplos*. Editora Universitária Champagnat da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 1996.
- [17] F. Neri, *Introduction to Electronic Defense Systems*. SciTech Publishing, 2006.