

Algoritmos Empíricos para Estimação da Razão Sinal-Ruído de Barreira no Sensoriamento Espectral via Detecção de Energia

Lucas dos Santos Costa, Dayan Adionel Guimarães e Bartolomeu F. Uchôa-Filho

Resumo— Detecção de energia (*energy detection*, ED) é uma técnica vastamente utilizada para detectar sinais primários no sensoriamento espectral via rádios cognitivos. Sua principal desvantagem, entretanto, é a sensibilidade à incerteza no conhecimento da potência de ruído nos receptores, que limita a capacidade de detecção e gera um fenômeno chamado razão sinal-ruído de barreira (*signal-to-noise ratio wall*, SNRw). Neste artigo avaliam-se os prós e contras de dois algoritmos empíricos de estimação da SNRw aplicáveis à ED. Os resultados mostram que o algoritmo mais recente possui, por exemplo, maior precisão com menor tempo de estimação, enquanto seu predecessor possui menor complexidade de implementação.

Palavras-Chave— sensoriamento espectral, rádios cognitivos, detecção de energia, incerteza de ruído, razão sinal-ruído de barreira.

Abstract— Energy detection (ED) is a widely adopted technique for detecting primary signals in cognitive-radio-based spectrum sensing. However, sensitivity to uncertainties in the knowledge of noise power at receivers is the main drawback that limits the detection capacity of ED and gives rise to the phenomenon called signal-to-noise ratio wall (SNRw). This paper studies the pros and cons of two empirical algorithms for SNRw estimation applicable to ED. Results show that the more recent algorithm yields, for example, more precision with lower estimation time. Its predecessor attains lower implementation complexity.

Keywords— spectrum sensing, cognitive radios, energy detection, noise uncertainty, signal-to-noise ratio wall.

I. INTRODUÇÃO

O aumento explosivo da demanda por novos serviços de telecomunicações e a política de acesso fixo às faixas (ou canais) do espectro de frequências em vigor são os principais responsáveis pelo atual cenário de escassez espectral. No entanto, apesar da falta de recursos espectrais para alocação de novos serviços, pesquisas recentes mostram que as faixas de frequências também se encontram contraditoriamente subutilizadas [1]. Isto porque na atual política de acesso fixo em vigor os usuários contratantes, chamados usuários primários (*primary users*, PUs), após contratar e assim adquirir o direito de uso exclusivo sobre determinada faixa, não as utilizam durante todo o período contratado, deixando ocasionalmente canais ociosos que portanto poderiam ser mais eficientemente

utilizados. Por isso, recentemente uma nova política de acesso dinâmico ao espectro passou a ser considerada objetivando minimizar os problemas da subutilização e escassez espectral. Nessa nova política de acesso o uso exclusivo do espectro por PUs é substituído pelo uso compartilhado com usuários não contratantes, também chamados usuários secundários (*secondary users*, SUs), que passam a ter permissão para acessar oportunisticamente determinada faixa espectral pelo tempo em que esta se encontrar ociosa. Porém, para isso é necessário identificar os períodos de ociosidade a fim de manter a prioridade de acesso aos PUs. Neste contexto surgiu o conceito de sensoriamento espectral baseado em rádios cognitivos (*cognitive radios*, CRs) [2] como uma forma inteligente de se prover acesso oportunista a SUs aos recursos espectrais e assim mitigar a escassez e a subutilização espectral.

CRs, ou SUs inteligentes, são transceptores equipados com alguma cognição que os capacita a realizar o sensoriamento do espectro e fazer transmissões oportunistas em faixas primárias identificadas como ociosas. Tal identificação é feita mediante a coleta de amostras do sinal recebido em um dado período de sensoriamento, processamento das amostras, e tomada de uma decisão sobre o estado de ocupação da faixa/canal sensoriado.

O sensoriamento espectral pode ser do tipo não cooperativo (*non-cooperative spectrum sensing*, nCSS) ou cooperativo (*cooperative spectrum sensing*, CSS). No nCSS apenas um CR/SU é responsável por sensoriar e tomar uma decisão de ocupação sobre o canal sensoriado. Já no CSS a decisão de ocupação é tomada de forma colaborativa por meio de um conjunto de CRs/SUs. O CSS pode ser distribuído, assistido por retransmissão, ou centralizado, no qual SUs coletam amostras dos sinais recebidos e enviam informações de sensoriamento a um centro de fusão (*fusion center*, FC) responsável por definir o estado de ocupação do canal sensoriado e gerenciar as transmissões secundárias. As informações de sensoriamento podem ser, por exemplo, decisões locais de ocupação tomadas individualmente pelos SUs na fusão de decisões, ou as próprias amostras de sensoriamento dos SUs na fusão de dados.

Independentemente do tipo de sensoriamento ou esquema de fusão uma decisão de ocupação é alcançada por meio de uma estatística de teste computada nos SUs no nCSS ou CSS com fusão de decisões ou no FC na fusão de dados. A estatística de teste baseada em detecção de energia (*energy detection*, ED) [3] constitui uma das técnicas mais exploradas na literatura por sua simplicidade de implementação. Sua maior desvantagem, por outro lado, é a sensibilidade à imprecisão na estimativa das potências de ruído nos receptores,

Lucas S. Costa, Dayan A. Guimarães, Instituto Nacional de Telecomunicações (Inatel), Santa Rita do Sapucaí, MG, e-mails: lucass@inatel.br e dayan@inatel.br, e Bartolomeu F. Uchôa-Filho, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, e-mail: uchoa@eel.ufsc.br. Este trabalho foi financiado em parte pela RNP, com recursos do MCTIC, processo N^o 01245.010604/2020-14, sob o projeto Brasil 6G do Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Instituto Nacional de Telecomunicações – Inatel, e em parte pelo CNPq e pela FAPEMIG.

conhecida como incerteza de ruído (*noise uncertainty*, NU). A NU além de poder limitar consideravelmente os desempenhos de detecção na ED, gera um fenômeno chamado razão sinal-ruído de barreira (*signal-to-noise ratio wall*, SNRw), definido como o valor médio da SNR do sinal recebido abaixo do qual não é possível haver detecção robusta independentemente do tempo gasto para sensoriamento [4], *i.e.*, não importando se o número de amostras coletadas do sinal recebido for muito elevado ou até mesmo tendendo ao infinito.

Dada a importância da NU sobre os desempenhos de detecção, bem como da identificação da SNRw para as técnicas de detecção como a ED, neste artigo estuda-se os prós e contras de dois algoritmos empíricos de estimação de SNRw [5], [6] aplicáveis à ED no nCSS ou CSS com fusão de decisões ou dados. Os algoritmos foram aplicados na ED no nCSS e CSS com fusão de dados e os resultados mostram que aquele proposto em [6] possui maior flexibilidade na inicialização de parâmetros, maior precisão de estimação com menor tempo de convergência e passo de atualização dinâmico segundo um método de aproximação sucessiva (*successive approximation method*, SAM), além de ser baseado no teste de hipóteses *Wilcoxon rank sum* [7]. Porém, o algoritmo utilizado em [5] possui maior simplicidade de implementação.

II. MODELO DO SISTEMA

Adotando-se o habitual teste binário de hipóteses dado por \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 para modelar as decisões de ocupação tomadas em um SU ou FC, seja uma rede primária contendo um PU e uma rede secundária composta por M SUs. \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 representam as hipóteses da ausência e da presença do sinal PU no canal sensoriado, respectivamente. Portanto, em um dado período de sensoriamento a n -ésima amostra, $n = 1, 2, \dots, N$, recebida no i -ésimo SU, $i = 1, 2, \dots, M$, pode ser escrita como [3]

$$y_i(n) = \begin{cases} v_i(n) & , \text{ sob } \mathcal{H}_0 \\ s(n) + v_i(n) & , \text{ sob } \mathcal{H}_1 \end{cases}, \quad (1)$$

em que $s(n)$ e $v_i(n)$ são variáveis aleatórias complexas com distribuição Gaussiana de média zero e variâncias σ_s^2 e $\sigma_{v_i}^2$, *i.e.*, $s(n) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_s^2)$ e $v_i(n) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{v_i}^2)$, que respectivamente representam a n -ésima amostra do sinal PU e do ruído aditivo Gaussiano branco (*additive white Gaussian noise*, AWGN) nas entradas dos SUs [6].

No sensoriamento espectral uma decisão de ocupação é obtida comparando-se uma estatística de teste T com um limiar de decisão τ . Decide-se em favor da hipótese \mathcal{H}_1 se $T > \tau$, ou em favor de \mathcal{H}_0 caso contrário. Os desempenhos dessas decisões são comumente medidos por meio das probabilidades de falso alarme, P_{fa} , e detecção, P_d . $P_{fa} = \text{P}(\text{decisão} = \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0) = \text{P}(T > \tau | \mathcal{H}_0)$ é a probabilidade de haver uma decisão em favor de \mathcal{H}_1 dado que o canal sensoriado está na verdade sob a hipótese \mathcal{H}_0 , podendo também ser descrita como a probabilidade de se ter $T > \tau$ quando o canal sensoriado está ocioso. Já $P_d = \text{P}(\text{decisão} = \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1) = \text{P}(T > \tau | \mathcal{H}_1)$ é a probabilidade de haver uma decisão em favor de \mathcal{H}_1 dado que o canal sensoriado também está sob a hipótese \mathcal{H}_1 , ou, equivalentemente, a probabilidade de se ter $T > \tau$ quando o canal sensoriado está de fato ocupado pelo PU.

O cômputo do limiar de decisão na técnica ED depende do conhecimento exato das potências de ruído nas entradas dos receptores $\sigma_{v_i}^2$ para que dado desempenho alvo seja alcançado. Na prática, no entanto, tem-se apenas uma estimativa das potências de ruído $\hat{\sigma}_{v_i}^2$ devido à NU, o que pode limitar consideravelmente os desempenhos de detecção. Na literatura, geralmente admite-se que essas estimativas são valores que podem variar em torno do valor exato entre os limites $[a_i, b_i]$, ou seja, $\hat{\sigma}_{v_i}^2 \in [a_i, b_i]$, seguindo alguma distribuição específica [8]. Especificamente, em [6] admite-se que $\hat{\sigma}_{v_i}^2 \in [a_i = (1 - \rho_i)\sigma_{v_i}^2, b_i = (1 + \rho_i)\sigma_{v_i}^2]$, tendo $\hat{\sigma}_{v_i}^2$ uma função densidade de probabilidade (*probability density function*, PDF), $f_{\hat{\sigma}_{v_i}^2}$, Gaussiana de média $\sigma_{v_i}^2$ e variância $\sigma_i^2 = (\rho_i\sigma_{v_i}^2/3)^2$, truncada em $[a_i, b_i]$, em que $0 \leq \rho_i < 1$ é definido como fator NU. Veja em $\hat{\sigma}_{v_i}^2$ que na ausência de NU no i -ésimo SU, ou seja, se $\rho_i = 0$, tem-se $\hat{\sigma}_{v_i}^2 = \sigma_{v_i}^2$.

A estatística de teste ED pode ser computada no i -ésimo SU processando as amostras de sinal recebido $y_i(n)$ como $T_i = (1/N) \sum_{n=1}^N |y_i(n)|^2$, em que $|x|$ representa o valor absoluto de x . Para valores de N suficientemente elevados a distribuição de T_i pode ser aproximada por uma Gaussiana de média $\mu_{0_i} = \sigma_{v_i}^2$ e variância $\sigma_{0_i}^2 = \sigma_{v_i}^4/N$, sob \mathcal{H}_0 , ou por uma Gaussiana de média $\mu_{1_i} = \sigma_{v_i}^2 + \sigma_s^2$ e variância $\sigma_{1_i}^2 = (\sigma_{v_i}^2 + \sigma_s^2)^2/N$, sob \mathcal{H}_1 . Portanto, para um dado valor fixo de $\hat{\sigma}_{v_i}^2$, P_{fa} e P_d podem ser reescritas como $P_{fa_i} = \text{P}(T_i > \tau_i | \mathcal{H}_0) = Q[(\tau_i - \mu_{0_i})/\sigma_{0_i}]$ e $P_{d_i} = \text{P}(T_i > \tau_i | \mathcal{H}_1) = Q[(\tau_i - \mu_{1_i})/\sigma_{1_i}]$, em que $\tau_i = \lambda \hat{\sigma}_{v_i}^2$, $Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^\infty \exp(-x^2/2) dx$ é a função Q de uma Gaussiana padrão [6], e $\lambda > 0$ é uma constante definida em função do desempenho desejado para P_{fa_i} ou P_{d_i} no i -ésimo SU. Por outro lado, considerando-se todos os valores possíveis para $\hat{\sigma}_{v_i}^2$ sob NU, P_{fa} e P_d podem ser reescritas como $\bar{P}_{fa_i} = \int_{a_i}^{b_i} Q[(\lambda x_i - \mu_{0_i})/\sigma_{0_i}] f_{\hat{\sigma}_{v_i}^2}(x_i) dx_i$ e $\bar{P}_{d_i} = \int_{a_i}^{b_i} Q[(\lambda x_i - \mu_{1_i})/\sigma_{1_i}] f_{\hat{\sigma}_{v_i}^2}(x_i) dx_i$, em que $x_i = \hat{\sigma}_{v_i}^2$, de onde, admitindo-se $N \rightarrow \infty$, a SNRw no i -ésimo SU pode ser obtida como [6]

$$\gamma_{w_i} = 2\rho_i(1 - \rho_i)^{-1}. \quad (2)$$

Adicionalmente, o número de amostras necessário para se atingir dado desempenho alvo no i -ésimo SU sob a influência da NU pode ser obtido relacionando-se P_{fa_i} e P_{d_i} tendo em vista os piores casos. Para isso basta substituir $\hat{\sigma}_{v_i}^2 = (1 - \rho_i)\sigma_{v_i}^2$ em P_{fa_i} e $\hat{\sigma}_{v_i}^2 = (1 + \rho_i)\sigma_{v_i}^2$ em P_{d_i} para se ter [6]

$$N_i = \frac{[Q^{-1}(P_{fa_i}) \frac{1+\rho_i}{1-\rho_i} - Q^{-1}(P_{d_i})(1 + \gamma_i)]^2}{[\gamma_i - 2\rho_i(1 - \rho_i)^{-1}]^2}, \quad (3)$$

em que $\gamma_i = \sigma_s^2/\sigma_{v_i}^2$ é a SNR média do sinal recebido. Note em (3) que $N_i \rightarrow \infty$ quando $\gamma_i \rightarrow 2\rho_i(1 - \rho_i)^{-1}$, um resultado consistente com (2). Logo, $\gamma_i > 2\rho_i(1 - \rho_i)^{-1}$ é um critério que deve ser atendido no nCSS.

No CSS com fusão de dados a estatística de teste ED pode ser computada no FC a partir de T_i como $T = (1/M) \sum_{i=1}^M T_i$ [3], [6]. Para valores de N suficientemente elevados a distribuição de T também pode ser aproximada por uma Gaussiana, porém de média $\mu_0 = (1/M) \sum_{i=1}^M \sigma_{v_i}^2$ e variância $\sigma_0^2 = (M^2 N)^{-1} \sum_{i=1}^M \sigma_{v_i}^4$ sob \mathcal{H}_0 , ou de média $\mu_1 = (1/M) \sum_{i=1}^M (\sigma_{v_i}^2 + \sigma_s^2)$ e variância $\sigma_1^2 =$

$(M^2N)^{-1} \sum_{i=1}^M (\sigma_{v_i}^2 + \sigma_s^2)^2$ sob \mathcal{H}_1 . Portanto, para um dado valor fixo de $\hat{\sigma}_{v_i}^2$, P_{fa} e P_d no FC podem ser reescritas como $Q_{fa} = P(T > \tau | \mathcal{H}_0) = Q[(\tau - \mu_0)/\sigma_0]$ e $Q_d = P(T > \tau | \mathcal{H}_1) = Q[(\tau - \mu_1)/\sigma_1]$, em que $\tau = (\lambda/M) \sum_{i=1}^M \hat{\sigma}_{v_i}^2$ e $\lambda > 0$ é uma constante definida em função do desempenho desejado para Q_{fa} ou Q_d no FC. Por outro lado, considerando-se todos os valores possíveis para $\hat{\sigma}_{v_i}^2$ sob NU, P_{fa} no FC pode ser reescrita como $\bar{Q}_{fa} = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_M}^{b_M} Q[(\lambda \sum_{i=1}^M x_i - \mu_0)/\sigma_0] \times f_{\hat{\sigma}_{v_1}^2, \dots, \hat{\sigma}_{v_M}^2}(x_M, \dots, x_1) dx_M \dots dx_1$ e P_d no FC pode ser reescrita como $\bar{Q}_d = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_M}^{b_M} Q[(\lambda \sum_{i=1}^M x_i - \mu_1)/\sigma_1] \times f_{\hat{\sigma}_{v_1}^2, \dots, \hat{\sigma}_{v_M}^2}(x_M, \dots, x_1) dx_M \dots dx_1$, de onde, admitindo-se $N \rightarrow \infty$ e $\sigma_{v_i}^2 = \sigma_v^2$ para $i = 1, 2, \dots, M$, o que implica em $\gamma_i = \gamma$ para $i = 1, 2, \dots, M$, a SNRw em cada SU no CSS com fusão de dados pode ser obtida como [6]

$$\gamma_w = 2 \left(\sum_{i=1}^M \rho_i \right) / \left(\sum_{i=1}^M (1 - \rho_i) \right). \quad (4)$$

Da mesma forma, considerando-se $\sigma_{v_i}^2 = \sigma_v^2$, e portanto $\gamma_i = \gamma$, para $i = 1, 2, \dots, M$, em [6, (62)], o número de amostras necessário para se atingir dado desempenho alvo no FC sob NU pode ser obtido relacionando-se Q_{fa} e Q_d tendo em vista os piores casos. Para isso, basta substituir $\hat{\sigma}_{v_i}^2 = (1 - \rho_i)\sigma_v^2$ em Q_{fa} e $\hat{\sigma}_{v_i}^2 = (1 + \rho_i)\sigma_v^2$ em Q_d . Fazendo isto, tem-se

$$N = \frac{\left[Q^{-1}(Q_{fa}) \frac{\sum_{i=1}^M (1 + \rho_i)}{\sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)} - Q^{-1}(Q_d)(1 + \gamma) \right]^2}{M \left[\gamma - \frac{2 \sum_{i=1}^M \rho_i}{\sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)} \right]^2}. \quad (5)$$

Note em (5) que $N \rightarrow \infty$ à medida que $\gamma_i \rightarrow 2 \sum_{i=1}^M \rho_i / \sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)$, um resultado consistente com (4). Logo, $\gamma_i > 2 \sum_{i=1}^M \rho_i / \sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)$ é um critério que deve ser atendido no CSS com fusão de dados.

III. ALGORITMOS EMPÍRICOS DE ESTIMAÇÃO DA SNRW

O objetivo deste artigo é aplicar dois algoritmos empíricos de estimação da SNRW na ED no nCSS, $\gamma_{w_i}^e$, e CSS com fusão de dados, γ_w^e , conforme o modelo de sistema da Seção II e estabelecer os prós e contras levando-se também em conta a precisão de convergência com os resultados teóricos obtidos via expressões (2) e (3), e (4) e (5), respectivamente. Ainda, ressalta-se que tais algoritmos foram executados a partir de amostras geradas via simulações de Monte Carlo. Porém, é claro que na prática tais amostras seriam obtidas por medições, o que justifica a terminação empírica a eles atribuída.

A SNRW é o limite superior da SNR igual ou abaixo do qual não é possível alcançar os valores ideais para as probabilidades de detecção e falso alarme, *i.e.*, $P_d = 1$ e $P_{fa} = 0$, mesmo aumentando N . Numa interpretação mais ampla, a SNRW também pode ser vista como o limite superior da SNR igual ou abaixo do qual é impossível controlar P_d e P_{fa} a fim de satisfazer qualquer desempenho dentro de seus limites aceitáveis, que são $(0,5; 1]$ e $[0; 0,5)$, respectivamente. Tal controle é feito por meio de N , significando que se $SNR \leq SNRW$ o desempenho alvo não pode ser alcançado mesmo com $N \rightarrow \infty$. Com isso surge uma dificuldade computacional na elaboração de simulações para, por exemplo, verificar (3) e (5) devido à necessidade de se utilizar valores de N muito

elevados para se ter resultados pelo menos próximos daqueles que seriam obtidos com $N \rightarrow \infty$. Uma boa alternativa nestes casos é a utilização de algoritmos empíricos [6].

Um método não refinado para a estimação empírica da SNRW na detecção pela relação entre o máximo e mínimo autovalores da matriz de covariância das amostras do sinal recebido é apresentado em [5]. Nele, a estimativa da SNRW é obtida simplesmente reduzindo-se o valor da SNR até que as medianas da estatística de teste sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 se cruzem, situação na qual a SNR coincide com a SNRW. Este método é mostrado nos Algoritmos 1 e 2 para a ED no nCSS e CSS com fusão de dados, respectivamente. As variáveis γ_{stepdB} , μ_0^e , μ_1^e e γ_{wdB} correspondem ao passo de atualização da SNR, que ocorre a cada evento do laço ‘enquanto’, às medianas empíricas das estatísticas de teste T_i e T sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 (lembrando que as medianas convergem para as médias das estatísticas de teste devido a aproximação Gaussiana adotada para valores elevados de N), e à SNRW que se deseja estimar, respectivamente. As variáveis U , $s(n)$ e $v(n)$ representam o número de realizações do sensoriamento espectral sob \mathcal{H}_0 ou \mathcal{H}_1 , e a n -ésima amostra (vide (1)) do sinal PU e do ruído AWGN, respectivamente.

Algoritmo 1 SNRW empírica [5] da ED no nCSS

```

1:  $\gamma_{stepdB} = 0,5$ 
2: para  $i \leftarrow 1, \dots, M$  faça
3:    $\mu_0^e \leftarrow 0$ ,  $\mu_1^e \leftarrow 1$ ,  $\gamma_{wdB}^e \leftarrow 0$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ ,  $\sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
4:   enquanto  $\mu_0^e < \mu_1^e$  faça
5:     para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
6:       para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
7:          $y_{|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v(n)$ ,  $y_{|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v(n)$ 
8:          $T_{|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 - \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_0}(n)|^2$ 
9:          $T_{|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 + \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_1}(n)|^2$ 
10:         $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0}$ ,  $\mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1}$ 
11:         $\gamma_{wdB}^e \leftarrow \gamma_{wdB}^e - \gamma_{stepdB}$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ ,  $\sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
12:         $\gamma_{wdB}^e \leftarrow \gamma_{wdB}^e + \gamma_{stepdB}$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ 
13:      retorna  $\gamma_{w_i}^e = \gamma_w^e$ 
    
```

Algoritmo 2 SNRW empírica [5] da ED no CSS

```

1:  $\gamma_{stepdB} = 0,5$ 
2:  $\mu_0^e \leftarrow 0$ ,  $\mu_1^e \leftarrow 1$ ,  $\gamma_{wdB}^e \leftarrow 0$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ ,  $\sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
3: enquanto  $\mu_0^e < \mu_1^e$  faça
4:   para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
5:     para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
6:        $y_{i|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v_i(n)$ , para todo  $i$ 
7:        $y_{i|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v_i(n)$ , para todo  $i$ 
8:        $T_{i|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_0}(n)|^2$  para todo  $i$ 
9:        $T_{i|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_1}(n)|^2$  para todo  $i$ 
10:       $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_0}$ 
11:       $\mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 + \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_1}$ 
12:       $\gamma_{wdB}^e \leftarrow \gamma_{wdB}^e - \gamma_{stepdB}$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ ,  $\sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
13:       $\gamma_{wdB}^e \leftarrow \gamma_{wdB}^e + \gamma_{stepdB}$ ,  $\gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{wdB}^e/10}$ 
14:    retorna  $\gamma_w^e$ 
    
```

Um novo e mais elaborado método baseado na ideia central dos algoritmos anteriores foi proposto em [6] para a estimação empírica da SNRW ED no nCSS e CSS. As principais diferenças são o novo critério de parada baseado no teste de hipóteses *Wilcoxon rank sum* [7] e o passo de atualização γ_{stepdB} dinâmico, ao invés de fixo, que pode ser atualizado a cada evento do laço ‘enquanto’ segundo um método de aproximação sucessiva. Como em [5], a SNR varia

a partir de um valor inicial até certo valor para o qual as medianas empíricas, μ_0^e e μ_1^e , da estatística de teste sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 se tornam estatisticamente idênticas, situação na qual se tem $\text{SNR} = \text{SNR}_w$. Essa igualdade é sinalizada pelo teste *Wilcoxon rank sum* como $h \leftarrow \{0, 1\}$, sendo $h = 0$ a hipótese nula de que as U estatísticas de teste sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 são amostras de distribuições contínuas de medianas idênticas, contra a hipótese alternativa de que são distintas, $h = 1$. Uma sinalização $h = 0$ é obtida quando o valor- p do teste de hipóteses se torna maior que um nível de significância α predefinido, indicando que não há evidência suficiente para se rejeitar a hipótese nula. Os Algoritmos 3 e 4 sintetizam o novo método aplicado à ED no nCSS e CSS com fusão de dados, respectivamente.

Algoritmo 3 SNR_w empírica da ED no nCSS [6]

```

1: para  $i \leftarrow 1, \dots, M$  faça
2:    $\gamma_{\text{stepdB}} = 10, \mu_0^e \leftarrow 0, \mu_1^e \leftarrow 1, \gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow 0, h \leftarrow 1$ 
3:   enquanto  $h = 1$  faça
4:     se  $\mu_0^e < \mu_1^e$  então
5:        $\gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow \gamma_{\text{wdB}}^e - \gamma_{\text{stepdB}}, \gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{\text{wdB}}^e/10}, \sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
6:       para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
7:         para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
8:            $y_{|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v(n), y_{|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v(n)$ 
9:            $T_{|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 - \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_0}(n)|^2$ 
10:           $T_{|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 + \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_1}(n)|^2$ 
11:           $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0}, \mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1}$ 
12:          se  $\mu_0^e > \mu_1^e$  então
13:             $\gamma_{\text{stepdB}} \leftarrow \gamma_{\text{stepdB}}/2$ 
14:          senão se  $\mu_0^e > \mu_1^e$  então
15:             $\gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow \gamma_{\text{wdB}}^e + \gamma_{\text{stepdB}}, \gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{\text{wdB}}^e/10}, \sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
16:            para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
17:              para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
18:                 $y_{|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v(n), y_{|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v(n)$ 
19:                 $T_{|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 - \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_0}(n)|^2$ 
20:                 $T_{|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow (N\sigma_v^2(1 + \rho_i))^{-1} \sum_{n=1}^N |y_{|\mathcal{H}_1}(n)|^2$ 
21:                 $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0}, \mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1}$ 
22:                se  $\mu_0^e < \mu_1^e$  então
23:                   $\gamma_{\text{stepdB}} \leftarrow \gamma_{\text{stepdB}}/2$ 
24:                 $h \leftarrow$  sinal binário do teste Wilcoxon rank sum em  $T_{|\mathcal{H}_0}$  e  $T_{|\mathcal{H}_1}$  com nível de significância  $\alpha$ 
25:            retorna  $\gamma_{w_i}^e = \gamma_w^e$ 

```

Salienta-se que os Algoritmos 1, 2, 3 e 4 se baseiam no princípio de que a SNR_w está relacionada com o cruzamento entre as medianas sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 da estatística de teste adotada [6], permitindo que sejam aplicados à outras estatísticas, como em [5], mesmo não conhecendo suas distribuições sob \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 , ao contrário da ED, que aqui foi usada apenas para fins de comparações entre resultados empíricos e teóricos.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Esta seção apresenta os resultados teóricos e/ou empíricos ou via simulações de Monte Carlo para as probabilidades de falso alarme e detecção, SNR_w e número de amostras para se atingir dado desempenho alvo na ED no nCSS e CSS com fusão de dados. Todas as análises foram feitas com NU, *i.e.*, com $\rho_i > 0$ para $i = 1, \dots, M$, e sem NU, *i.e.*, com $\rho_i = 0$ para $i = 1, \dots, M$, e adotando-se $\sigma_s^2 = 1$ e $\alpha = 0,001$. Ainda, no CSS adotou-se $M = 2$, com $\rho_1 = 0,035$ e $\rho_2 = 0,025$ quando considerou-se o efeito da NU nas entradas dos SUs (tais valores para os fatores NU foram escolhidos apenas para fins de uma melhor visualização gráfica dos resultados).

A Figura 1 mostra os resultados teóricos e via Monte Carlo sem NU, *i.e.*, para $P_{\text{fa}_i}, P_{\text{d}_i}, Q_{\text{fa}}$ e Q_{d} , e com NU, *i.e.*, para $\bar{P}_{\text{fa}_i}, \bar{P}_{\text{d}_i}, \bar{Q}_{\text{fa}}$ e \bar{Q}_{d} , por meio de curvas características de operação do receptor (*receiver operating characteristic curves*, ROCs), em que cada ponto em uma curva relaciona um par de probabilidades de detecção e falso alarme para um dado limiar de decisão, τ . As ROCs foram obtidas com $N = 3000$, $\gamma_{1\text{dB}} = -13$ e $\gamma_{2\text{dB}} = -14$, e confirmam a alta sensibilidade da ED à NU mesmo para baixos valores de ρ , além do casamento perfeito entre resultados teóricos e simulados.

Algoritmo 4 SNR_w empírica da ED no CSS [6]

```

1:  $\gamma_{\text{stepdB}} = 10, \mu_0^e \leftarrow 0$  and  $\mu_1^e \leftarrow 1, \gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow 0, h \leftarrow 1$ 
2: enquanto  $h = 1$  faça
3:   se  $\mu_0^e < \mu_1^e$  então
4:      $\gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow \gamma_{\text{wdB}}^e - \gamma_{\text{stepdB}}, \gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{\text{wdB}}^e/10}, \sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
5:     para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
6:       para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
7:          $y_{i|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v_i(n), y_{i|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v_i(n)$ , para todo  $i$ 
8:          $T_{i|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_0}(n)|^2$  para todo  $i$ 
9:          $T_{i|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_1}(n)|^2$  para todo  $i$ 
10:         $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_0}$ 
11:         $\mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 + \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_1}$ 
12:        se  $\mu_0^e > \mu_1^e$  então
13:           $\gamma_{\text{stepdB}} \leftarrow \gamma_{\text{stepdB}}/2$ 
14:        senão se  $\mu_0^e > \mu_1^e$  então
15:           $\gamma_{\text{wdB}}^e \leftarrow \gamma_{\text{wdB}}^e + \gamma_{\text{stepdB}}, \gamma_w^e \leftarrow 10^{\gamma_{\text{wdB}}^e/10}, \sigma_v^2 \leftarrow \sigma_s^2/\gamma_w^e$ 
16:          para  $u \leftarrow 1, 2, \dots, U$  faça
17:            para  $n \leftarrow 1, 2, \dots, N$  faça
18:               $y_{i|\mathcal{H}_0}(n) \leftarrow v_i(n), y_{i|\mathcal{H}_1}(n) \leftarrow s(n) + v_i(n)$ , para todo  $i$ 
19:               $T_{i|\mathcal{H}_0}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_0}(n)|^2$  para todo  $i$ 
20:               $T_{i|\mathcal{H}_1}(u) \leftarrow \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y_{i|\mathcal{H}_1}(n)|^2$  para todo  $i$ 
21:               $\mu_0^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_0} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 - \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_0}$ 
22:               $\mu_1^e \leftarrow$  mediana empírica de  $T_{|\mathcal{H}_1} = \frac{1}{\sigma_v^2 \sum_{i=1}^M (1 + \rho_i)} \sum_{i=1}^M T_{i|\mathcal{H}_1}$ 
23:              se  $\mu_0^e < \mu_1^e$  então
24:                 $\gamma_{\text{stepdB}} \leftarrow \gamma_{\text{stepdB}}/2$ 
25:               $h \leftarrow$  sinal binário do teste Wilcoxon rank sum em  $T_{|\mathcal{H}_0}$  and  $T_{|\mathcal{H}_1}$  com nível de significância  $\alpha$ 
26:            retorna  $\gamma_w^e$ 

```

A Figura 2 mostra os resultados teóricos, com e sem NU, para o número de amostras necessário para se alcançar $P_{\text{fa}_i} = 0,1$ e $P_{\text{d}_i} = 0,9$, $i = 1, 2$, nos SUs no nCSS, e $Q_{\text{fa}} = 0,1$ e $Q_{\text{d}} = 0,9$ no FC no CSS com fusão de dados, obtidos via expressões (3) e (5), respectivamente, e os resultados empíricos para a SNR_w obtidos via Algoritmos 1, 2, 3 e 4. A utilidade de (3) e (5) se dá pelo fato de que $N_i \rightarrow \infty$ e $N \rightarrow \infty$ à medida que $\text{SNR} \rightarrow \text{SNR}_w$ em cada caso, podendo, portanto, serem utilizadas para fins de comparação com os resultados empíricos. Os resultados empíricos para a SNR_w no i -ésimo SU no nCSS, $\gamma_{w_i}^e$, e no CSS, γ_w^e , são aqueles representados pelos pontos no eixo das SNRs. Os valores obtidos pelos Algoritmos 1 e 2 são distinguíveis pelas linhas verticais sólidas que coincidem com tais pontos: já os obtidos via Algoritmos 3, 4, pelas linhas verticais tracejadas. Em todos os casos empíricos utilizou-se $U = 50.000$ e $N = 10.000$.

Os resultados teóricos da Figura 2 mostram o aumento abrupto do número de amostras à medida que $\text{SNR} \rightarrow \text{SNR}_w$ sob o efeito da NU, o que não ocorre quando não há NU, tanto no nCSS como no CSS. Com as configurações adotadas para o cálculo das curvas teóricas e os parâmetros dos algoritmos empíricos, nota-se claramente a menor precisão de

convergência das estimativas da SNR_w dos Algoritmos 1 e 2 com os respectivos valores de SNR das curvas teóricas quando $N \rightarrow \infty$, especialmente no CSS, bem como também é notória a maior precisão de convergência dos Algoritmos 3 e 4.

Além da maior imprecisão, os Algoritmos 1 e 2 também possuem tempos de convergência consideravelmente maiores que os respectivos Algoritmos 3 e 4, como mostra a Tabela I. A maior ou menor precisão de convergência dos Algoritmos 1 e 2 é regida pelo valor do passo de atualização da SNR_w, γ_{stepdB} , que é constante em ambos os casos. Para aumentar a precisão é necessário reduzir γ_{stepdB} . No entanto, reduzir γ_{stepdB} implica em tempos de convergência ainda maiores, pois resultará em um número maior de eventos dos respectivos laços ‘enquanto’ até que os respectivos critérios de parada sejam atendidos. Outra limitação dos Algoritmos 1 e 2 é que a variável de estimativa da SNR_w precisa ser inicializada obrigatoriamente com um valor acima do valor real que se deseja estimar. Isso porque a atualização da estimativa, computada como $\gamma_{w\text{dB}}^e \leftarrow \gamma_{w\text{dB}}^e - \gamma_{\text{stepdB}}$, sempre ocorre para a esquerda, subtraindo-se seu valor atual pelo passo fixo de atualização. Essa característica faz com que não haja correção da estimativa quando o valor estimado se torna menor que o valor real que se deseja estimar. Note na Figura 2 que foi exatamente o que ocorreu com as estimativas dos Algoritmos 1 e 2. Porém, além da maior precisão com menor tempo de convergência, passo de atualização variável e critério de parada regido pelo teste *Wilcoxon rank sum*, os Algoritmos 3 e 4 também possuem as vantagens de que as variáveis de estimativa da SNR_w podem ser inicializadas com quaisquer valores acima ou abaixo dos valores reais, o que confere maior flexibilidade na inicialização de parâmetros e correção das estimativas quando se tornam menores que os valores que se deseja estimar.

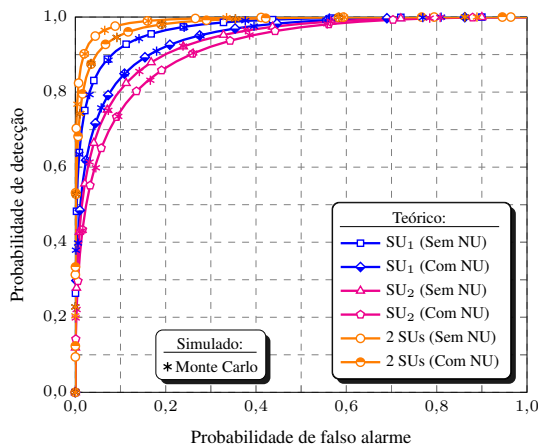


Fig. 1: ROCs ED teóricas e simuladas no nCSS e CSS com fusão de dados, sem NU ($\rho_1=\rho_2=0$) e com NU ($\rho_1=0,035$ e $\rho_2=0,025$), para $\gamma_{1\text{dB}} = -13$ e $\gamma_{2\text{dB}} = -14$.

A Tabela I mostra os tempos de convergência dos Algoritmos 1, 2, 3 e 4, bem como as respectivas estimativas da SNR_w no nCSS e CSS com fusão de dados, na geração dos resultados empíricos da Figura 2. Os valores de referência para as estimativas podem ser obtidos via (2), *i.e.*, $\gamma_{w1\text{dB}} = -11,3943$ e $\gamma_{w2\text{dB}} = -12,9003$, e (4), *i.e.*, $\gamma_{w\text{dB}} = -12,0862$, respectivamente. Veja que o Algoritmo 1 possui tempo de convergência aproximadamente 77% maior que o correspondente Algoritmo 3. Já o Algoritmo 2 possui tempo de convergência

aproximadamente 50% maior que o 4. Veja também que o maior erro de estimativa pertence ao Algoritmo 2, e que $t_2 < t_1$. Uma redução em γ_{stepdB} aumentaria sua precisão, o que provavelmente resultaria em $t_2 > t_1$, assim como $t_4 > t_3$.

TABELA I: Tempo de convergência, t , em segundos, e SNR_w empíricas dos Algoritmos 1, 2, 3 e 4 na ED no nCSS, $\gamma_{w_i\text{dB}}^e$, $i = 1, \dots, M$, e CSS, $\gamma_{w\text{dB}}^e$, com $M = 2$.

Algoritmos	1	2	3	4
t (seg.)	$t_1 \approx 1,77t_3$	$t_2 \approx 1,5t_4$	$t_3 \approx 570$	$t_4 \approx 654$
$\gamma_{w_i\text{dB}}^e / \gamma_{w\text{dB}}^e$	-11,5; -13	-12,5	-11,3867; -12,8906	-12,0898

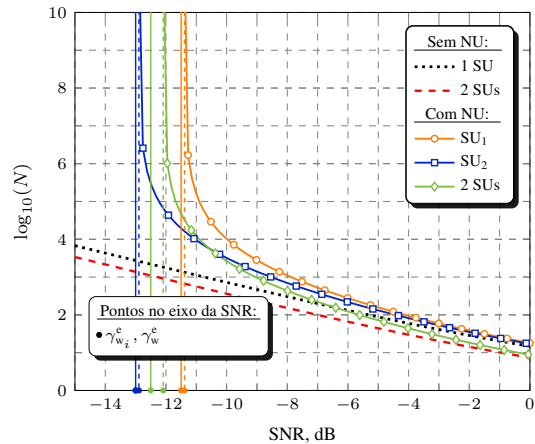


Fig. 2: N teórico, com NU ($\rho_1=0,035$ e $\rho_2=0,025$) e sem NU ($\rho_1=\rho_2=0$), e SNR_w empírica (pontos no eixo horizontal) na ED no nCSS, $\gamma_{w_i}^e$, $i = 1, \dots, M$, e CSS, γ_w^e , com $M = 2$ SUs (as linhas verticais sólidas ou tracejadas, coincidentes com os pontos no eixo das SNRs, destacam aos resultados dos Algoritmos 1 e 2, ou 3 e 4, respectivamente).

V. CONCLUSÕES

Neste artigo avaliaram-se dois algoritmos empíricos de estimação da razão sinal-ruído de barreira gerada por incerteza de ruído, bem como os desempenhos de detecção, no sensoriamento espectral não cooperativo e cooperativo com fusão de dados via detecção de energia. Os resultados mostram a superioridade do algoritmo mais recente sobre seu predecessor, como, por exemplo, maior precisão com menor tempo de estimação e flexibilidade na inicialização de parâmetros, além da sensibilidade da detecção de energia à incerteza de ruído.

REFERÊNCIAS

- [1] M. H. Islam, C. L. Koh, S. W. Oh, X. Qing, Y. Y. Lai, C. Wang, Y.-C. Liang, B. E. Toh, F. Chin, G. L. Tan, and W. Toh, “Spectrum survey in singapore: Occupancy measurements and analyses,” in *2008 3rd Int. Conf. on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Commun. (CrownCom 2008)*, 2008, pp. 1–7.
- [2] J. Mitola and G. Q. Maguire, “Cognitive radio: making software radios more personal,” *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, 1999.
- [3] K. M. Captain and M. V. Joshi, “SNR wall for cooperative spectrum sensing using generalized energy detector,” in *2018 10th Int. Conf. on Commun. Syst. Networks (COMSNETS)*, 2018, pp. 143–150.
- [4] R. Tandra and A. Sahai, “SNR walls for signal detection,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 2, no. 1, pp. 4–17, 2008.
- [5] A. Bollig, C. Disch, M. Arts, and R. Mathar, “SNR walls in eigenvalue-based spectrum sensing,” *EURASIP j. on wireless commun. and networking: EURASIP JWCN*, vol. 2017, no. 1, p. 109, 2017.
- [6] L. D. S. Costa, D. A. Guimarães, and B. F. Uchôa-Filho, “On the signal-to-noise ratio wall of energy detection in spectrum sensing,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 16 499–16 511, 2022.
- [7] The MathWorks, Inc., “Wilcoxon rank sum test,” 2022. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/stats/ranksum.html>
- [8] W. Lin and Q. Zhang, “A design of energy detector in cognitive radio under noise uncertainty,” in *2008 11th IEEE Singapore Int. Conf. on Commun. Syst.*, 2008, pp. 213–217.