

Detecção de anomalias em vídeo utilizando dicionários baseados em RPCA

Victor Lima, Mauro Brandão, Renato Lopes, Eduardo Lima, Larissa Almeida

Resumo— Este trabalho apresenta um método de detecção de anomalias em vídeo baseado na decomposição dos seus quadros no subespaço de componentes de fundo gerado por um dicionário. O dicionário utilizado é baseado na decomposição de posto baixo proveniente da técnica de RobustPCA. Os resultados mostram que essa implementação fornece um resultado equivalente a outras técnicas de RPCA Online já descritas na literatura com tempo de execução e complexidade muito inferiores. O método também preserva a imunidade à corrupção nos dados de treinamento e mantém um desempenho razoável mesmo quando submetido a dados de treinamento de posto alto. Por fim, ele demonstrou alta capacidade de detecção de anomalias mesmo em condições adversas, devendo ser posteriormente testado em sistemas automatizados de detecção de anomalias em subestações de energia elétrica.

Palavras-Chave— Aprendizagem de dicionário, Detecção de anomalias, Processamento de imagens.

Abstract— This paper presents an anomaly detection method for video feeds based on decomposing the frames onto the background subspace spanned by a dictionary. The dictionary is obtained from the low-rank decomposition of robust PCA techniques. The results show that this method is able to achieve similar results as other online RPCA techniques with much lower execution times and complexity. This method preserves RPCA immunity to corruption on training data and is robust to high rank backgrounds. Finally, it demonstrated a high anomaly detection capability even under adverse conditions, and should be further tested in automated anomaly detection systems in electric power substations.

Keywords— Dictionary learning, Anomaly detection, Image processing.

I. INTRODUÇÃO

O problema de detecção de anomalias consiste em identificar, a partir de uma descrição estatística de uma série de eventos, a probabilidade de uma nova observação ser um evento dissonante dessa série. No problema de detecção de anomalias em imagens, a série de eventos pode ser um vídeo ou uma sequência de fotos em que buscamos caracterizar a cena de fundo e em seguida identificar cenas em que objetos diferentes do fundo aparecem. Esta estratégia já é amplamente utilizada em aplicações de manutenção onde deseja se determinar uma variação no aquecimento de equipamentos utilizando imagens termográficas. O objetivo deste trabalho será estender

Victor Lima, Departamento de comunicações, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, e-mail: v157460@dac.unicamp.br; Mauro Brandão, Departamento de comunicações, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, e-mail: mlbjr@gmail.com; Renato Lopes, Departamento de comunicações, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, e-mail: rlopes@unicamp.br; Eduardo Lima, Instituto Eldorado de Pesquisas, e-mail: eduardo.lima@eldorado.org.br; Larissa Almeida, Transmissora Aliança de Energia Elétrica SA (TAESA), e-mail: larissa.almeida@taesa.com.br

essa técnica já empregada na análise termográfica para outras aplicações em monitoramento de subestações como, por exemplo, a detecção de invasão de animais ou pessoas dentro do perímetro da subestação, buscando uma implementação de custo baixo o suficiente para ser embarcado em dispositivos com baixo poder computacional.

As técnicas que tratam de maneira mais explícita a descrição do fundo são os métodos baseados na análise de componentes principais, como o PCA [1] e o Robust-PCA (RPCA) [2]. Ambos os métodos exploram as relações entre as imagens da série para identificar as componentes comuns e a partir dessas componentes estabelecer quais são os elementos que pertencem a ele e quais são elementos anômalos, permitindo decompor a imagem analisada em fundo e anomalia. A partir daí o processo de detecção de anomalias passa a ser simplesmente examinar a componente que não é representada no fundo.

Outros dois exemplos são as abordagens de [3] e [4] onde uma rede neural do tipo *multilayer perceptron* é empregada. Em ambos os casos a descrição estatística do comportamento do fundo é feita implicitamente através do treinamento dos pesos da rede.

Nosso foco será em métodos mais clássicos, de menor custo computacional, e principalmente que apresentam bons resultados com dados de treinamento que contém apenas as situações não-anômalas. Estes métodos serão apresentados nas próximas seções.

II. RPCA

A. Principal Components Pursuit (PCP)

O método de *Principal Component Analysis* (PCA) [1] foi criado em 1901 como uma forma de reinterpretar os problemas de regressão e projeção de pontos em retas. Apesar do PCA ser amplamente usado, ele é particularmente vulnerável a *outliers* [5]. Um único dado mal comportado leva a uma grande alteração dos eixos do novo sistema de coordenadas. Observando que as colunas de uma matriz de posto baixo apresentam pouca variação, e, portanto, representam dados que caracterizam uma situação de fundo, ou de operação normal, concluímos que o problema proposto por este trabalho: como separar de maneira adequada *inliers* como fundo, variações de iluminação, variações de carga dentro dos parâmetros operacionais dos equipamentos de *outliers* como superaquecimento, sobrecarga, faiscamentos e descargas elétricas.

Como uma solução do problema dos *outliers*, temos o RPCA [2] que propõe a decomposição da matriz de dados $Y^{m \times n}$ em:

$$Y = B + A, \quad (1)$$

onde B é uma matriz de posto baixo e A é uma matriz esparsa. Em nosso problema, onde grande parte dos dados tem aspectos em comum por tratarem de várias observações do mesmo evento com pequenas diferenças como iluminação, a maior parte das observações deverá estar contida em um subespaço com dimensões reduzidas. Desta forma, espera-se que em B apareçam componentes do fundo, enquanto A deve conter os elementos anômalos e ruído.

O problema de decomposição da equação (1) tem como solução o método denominado *Principal component pursuit*¹ (PCP) [6] e tem a capacidade de recuperar integralmente ambas as componentes sob algumas condições.

Naturalmente podemos descrever o problema como

$$\begin{aligned} \min_{B,A} \quad & \text{rank}(B) + \lambda \|A\|_0. \\ \text{s.t.} \quad & B + A = Y \end{aligned} \quad (2)$$

A minimização do posto de B fornece uma solução em que B possui elementos repetitivos. Por outro lado, a minimização da pseudo-norma $\|A\|_0$, que é definida como a quantidade de elementos não-nulos da matriz A garante a sua esparsidade. Observa-se que ambos os componentes da minimização não são convexos, mas podemos relaxar [7] o problema e resolver

$$\begin{aligned} \min_{B,A} \quad & \|B\|_* + \lambda \|A\|_1. \\ \text{s.t.} \quad & B + A = Y \end{aligned} \quad (3)$$

Esta relaxação substitui o posto pela norma nuclear, que é $\|\Sigma_B\|_1$, onde Σ_B é a matriz de valores singulares de B . A norma 1 é conhecida por promover esparsidade e também substitui a pseudo-norma 0 de A em (2). Enquanto no problema de otimização do PCA admitimos um erro de reconstrução, em (3) exigimos que $B + A$ seja igual a Y . Essa restrição será novamente relaxada para o primeiro caso na sequência.

Para a resolver o problema de PCP, apresentado na equação 3, implementamos um método denominado ADMM [8], que desacopla os subproblemas de B e A , e os resolve através dos operadores proximais da norma 1 e da norma nuclear respectivamente apresentados em (4) e (5).

$$\mathcal{S}_\tau(x, \tau) = \text{sign}(x) \max(|x| - \tau, 0) \quad (4)$$

$$SVT(X, \tau) = U \mathcal{S}_\tau(\Sigma, \tau) V^T, \quad (5)$$

onde $U \Sigma V^T$ é a SVD de X

¹Apesar da literatura revisada apresentar RPCA como uma classe de problemas que se utiliza da decomposição apresentada na equação 1 e o PCP como um método de resolução, é comum encontrar trabalhos que tratam RPCA como um sinônimo da otimização (3)

B. STOC-RPCA

Apesar da capacidade do PCP de recuperar completamente as matrizes A e B , existem limitações provenientes da implementação. A maioria dos métodos de RPCA é implementado em *batch*, e isso exige duas condições que nem sempre estão disponíveis:

- Todos os dados devem estar disponíveis para o processamento ao mesmo tempo;
- Assume-se que o subespaço que contém o fundo não se altera ao longo das observações.

Um dos métodos que resolvem alguns desses problemas é o StocRPCA [9]. Em particular, ele trabalha com um conjunto de imagens, e atualiza as representações a cada novo quadro.

A maior dificuldade de se implementar um método de RPCA aplicado quadro-a-quadro é fato de que o cálculo da norma nuclear requer o conhecimento de todas os quadros, se tornando impossível o processamento independente de um único quadro no problema de otimização. Para lidar com este desafio, o StocRPCA escreve a parte de posto baixo, B , como a multiplicação de uma base que gera o subespaço de posto baixo L , e uma matriz de coeficientes R . Através dessa decomposição, é possível desacoplar os quadros e tratá-los separadamente. A motivação para esta separação fica evidente quando escrevemos a norma nuclear utilizando a fatoração de Burer-Monteiro [10]

$$\|B\|_* = \inf_{L \in \mathbb{R}^{p \times r}, R \in \mathbb{R}^{n \times r}} \left\{ \frac{1}{2} \|L\|_F^2 + \frac{1}{2} \|R\|_F^2 \right\}. \quad (6)$$

s.t. $B = LR^T$

Assim, podemos reescrever o problema de otimização de (3) como

$$\begin{aligned} \min_{L,R,A} \quad & \frac{1}{2} \|Y - LR^T - A\|_F^2 + \frac{\lambda_1}{2} (\|L\|_F^2 + \|R\|_F^2) + \\ & \lambda_2 \|A\|_1. \end{aligned} \quad (7)$$

O StocRPCA [9] é um algoritmo que resolve o problema (7) de forma estocástica, conforme os dados novos são recebidos. Observamos que a resolução do problema de RPCA passa a depender agora de um problema não convexo, dado que introduzimos o produto de L por R , mas como estamos interessados no produto $B = LR^T$, a não-unicidade da solução não é um problema [11].

Aqui já vemos um passo no caminho de uma implementação que trata o problema como uma decomposição em dicionário. A matriz L é justamente o dicionário que representa o subespaço do fundo das imagens, e parte relevante do StocRPCA é a sua atualização a cada novo quadro capturado. Este método traz uma grande vantagem, que é a possibilidade de decompor em fundo e anomalia conforme os quadros chegam. Além disso, a atualização do dicionário a cada processamento por um lado permite tratar casos de pequenas variações no ambiente (iluminação, sombras, etc) mas também pode levar à incorporação de anomalias graduais no subespaço de fundo, dificultando a sua detecção.

III. DETECÇÃO POR MEIO DE DICIONÁRIOS

O método proposto adapta o framework apresentado pelo StocRPCA de maneira a eliminar a necessidade de resolver a otimização em todas as iterações. Partimos da premissa de que a componente de fundo das imagens apresentam pouca variação entre si, o que corresponde a uma matriz de posto baixo. Também assumimos que o subespaço que contém o fundo não se altera significativamente ao longo do tempo. Portanto, o primeiro desafio é construir um dicionário que represente adequadamente esse subespaço, contendo as possíveis variações dele, mas mantendo um posto reduzido, de maneira a representar bem o fundo, mas apenas o fundo. Apesar do StocRPCA resolver bem este problema, o custo é alto tanto para calcular o dicionário, quanto para calcular os coeficientes da representação. Além disso, atualizar sempre o dicionário pode levar a casos onde uma anomalia que aumenta de intensidade progressivamente é incorporada no que é classificado como fundo e passa despercebida.

A. Construção do dicionário

Para construir nosso dicionário, nos aproveitamos de duas características da matriz de fundo B produzida pelo método de *Principal Components Pursuit*:

- Possui posto reduzido, que diminui o tempo de execução do SVD e das operações matriciais;
- Contém exclusivamente componentes de fundo, conferindo imunidade a dados de treinamento corrompidos por perturbações.

Desta forma, depois de capturar nosso conjunto de imagens que compreende diferentes condições do fundo, resolvemos o PCP de (3) sobre a matriz que tem como colunas as imagens do conjunto vetorizadas, tomamos a matriz B e calculamos a sua decomposição em valores singulares

$$B = U\Sigma V^T. \quad (8)$$

Podemos então montar o nosso dicionário D , utilizando como átomos os r principais autovetores de BB^T , extraídos a partir da matriz singular esquerda U . Com r sendo o posto de B .

B. Decomposição dos novos quadros

Uma vez que o dicionário seja construído, ele não é atualizado. A partir daí a cada novo quadro \mathbf{y}_{k+1} , calculamos a componente fundo do quadro \mathbf{b}_{k+1} através da projeção de \mathbf{y}_{k+1} no subespaço gerado pelo dicionário da seguinte forma:

$$\mathbf{b}_{k+1} = D \left(D^T \mathbf{y}_{k+1} \right). \quad (9)$$

Para determinar a componente de anomalia \mathbf{a}_{k+1} , tomamos

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{b}_{k+1}. \quad (10)$$

A partir daí, podemos estabelecer uma figura de mérito que quantifica a “Quantidade de anomalia” presente em cada um dos quadros, medindo a distância euclidiana entre o quadro capturado \mathbf{y}_{k+1} e a sua projeção \mathbf{b}_{k+1} no subespaço de

fundo. Como a base criada pelas colunas de U é ortonormal a distância é equivalente à energia de \mathbf{a}_{k+1} , essa figura é calculada como:

$$Q_{k+1} = \|\mathbf{a}_{k+1}\|_2^2. \quad (11)$$

Em resumo, o método foi implementado aplicando o Algoritmo 1 na matriz de dados de treinamento, e em sequência aplicando o Algoritmo 2 em cada quadro subsequente.

Algoritmo 1: Algoritmo para construção do dicionário a partir dos dados de treinamento \mathbf{Y} :

$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_r]$, μ , λ e t são os parâmetros de entrada do algoritmo.;

$\mathbf{X} \leftarrow 0^{m \times n}$;

$\mathbf{B} \leftarrow 0^{m \times n}$;

$\mathbf{A} \leftarrow 0^{m \times n}$;

$c \leftarrow 0$;

while $\|\mathbf{Y} - \mathbf{B} - \mathbf{A}\|_F^2 > t$ & $c < 10000$ **do**

$\mathbf{B} \leftarrow \text{SVT}(\mathbf{Y} - \mathbf{A} + \frac{1}{\mu} \mathbf{X}, \frac{1}{\mu})$;

$\mathbf{A} \leftarrow \mathcal{S}_\tau(\mathbf{Y} - \mathbf{B} + \frac{1}{\mu} \mathbf{X}, \frac{\lambda}{\mu})$;

$\mathbf{X} \leftarrow \mathbf{X} + \mu(\mathbf{Y} - \mathbf{B} - \mathbf{A})$;

$c \leftarrow c + 1$;

end

$\mathbf{U}, \Sigma, \mathbf{V}^T \leftarrow \text{svd}(\mathbf{B})$;

$r \leftarrow \text{rank}(\mathbf{B})$;

$\mathbf{D} \leftarrow [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_r]$;

Retornar \mathbf{D}

Algoritmo 2: Algoritmo para processamento do quadro:

$\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_r]$, \mathbf{y}_{k+1} são os parâmetros de entrada do algoritmo.;

$\alpha_{k+1} \leftarrow D^T \mathbf{y}_{k+1}$;

$\mathbf{b}_{k+1} \leftarrow D \alpha_{k+1}$;

$\mathbf{a}_{k+1} \leftarrow \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{b}_{k+1}$;

$Q \leftarrow \|\mathbf{a}_{k+1}\|_2^2$

Retornar \mathbf{a}_{k+1}, Q

IV. RESULTADOS

Para validar o método, conduzimos um experimento que adquiriu 288 imagens ao longo de 24 horas para a construção do conjunto de treinamento. As imagens foram todas adquiridas a partir de uma mesma câmera com resolução de 640×480 , de forma a captar diferentes condições de iluminação. Este experimento foi modelado de maneira a simular o funcionamento de um sistema tradicional de video-monitoramento de subestação elétrica. A implementação deveria ser capaz de identificar a presença de um intruso no frame. A Fig. 1 apresenta algumas das imagens utilizadas para o treinamento.

Após o processamento pelo PCP, observamos na Fig. 2 que apresenta as imagens consideradas como fundo pelo algoritmo que uma parte das sombras e outros detalhes foram removidos.

Neste caso de teste, o posto foi calculado como sendo 110, o que demonstra um grande variação do fundo. O teste foi



Fig. 1: Exemplo de imagens adquiridas para treinamento



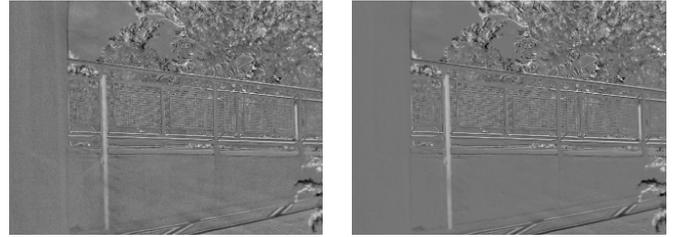
Fig. 2: Imagens da componente de fundo após o processamento pelo RPCA

desenhado para estressar o método com um fundo que varia muito ao longo do treinamento e da execução. O movimento das árvores, o reflexo do vidro posicionado em frente à câmera e a passagem de pessoas ao longo do treinamento onde devíamos captar somente o fundo são alguns dos desafios que introduzimos para testar o método.

Como referência, comparamos o método com o StocRPCA, avaliando o quadro de anomalia gerado pelos dois métodos e o tempo de execução.

Após a construção do dicionário de acordo com o Algoritmo 1, procedemos com a observação em tempo real de alguns quadros. Observamos na Fig. 3 a comparação entre o quadro de anomalia produzido pelo StocRPCA e o método de decomposição no dicionário de posto baixo.

Observamos que a componente de anomalia produzida pelos dois métodos é muito semelhante. Na tabela I apresentamos a comparação entre os quadros de fundo **B** e anomalia **A** produzidos pelo método de decomposição em relação aos quadros produzidos pelo StocRPCA e pelo RPCA em batch. A métrica de comparação foi a média de PSNR e SSIM [12]



(a) Componente anômala - Dicionário (b) Componente anômala - StocRPCA

Fig. 3: Comparação de desempenho StocRPCA vs Decomposição em dicionário

ao longo de 150 quadros.

TABELA I: Comparação dos quadros processados

Quadro	StocRPCA		RPCA	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
A	0.983	35.94	0.972	29.18
B	0.990	52.24	0.989	44.693

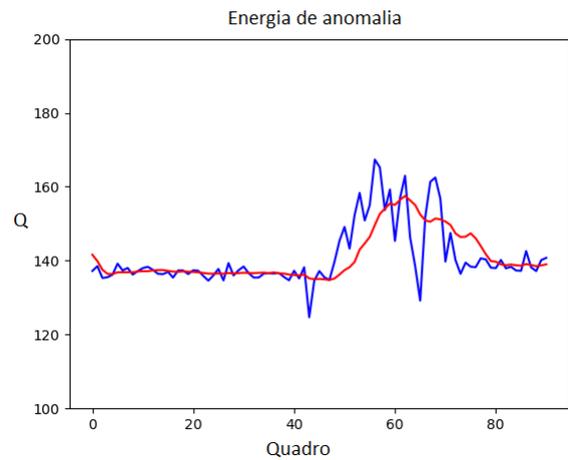


Fig. 4: Gráfico Q vs. quadro

A Fig. 4 apresenta o cálculo de Q para uma sequência de 50 quadros, durante a qual uma pessoa passa pela cena. Observamos que no momento da passagem, o valor de Q sofre uma perturbação relevante, indicando a presença de uma forte componente anômala. A perturbação se mantém enquanto a pessoa permanece no campo de visão da câmera. O traço vermelho é a média móvel de ordem 5 de Q , e apresenta um comportamento mais estável. No entanto, podemos observar na Fig. 5 que Q também pode apresentar um comportamento muito ruidoso, especialmente devido ao movimento das árvores no fundo, que não é perfeitamente descrito no subespaço de fundo e a variações nas configurações automáticas de abertura e ganho do sensor da câmera.

Também avaliamos a variação do tempo de processamento dos dois métodos. Medimos o tempo de processamento do mesmo quadro, no mesmo computador com processador de 16 núcleos e 12GB de RAM. De forma a diminuir as variações

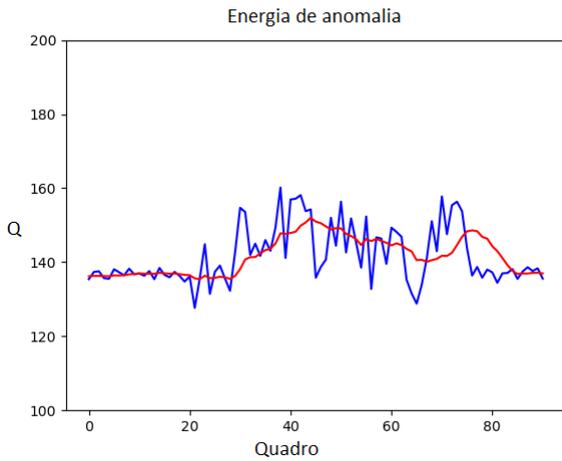


Fig. 5: Gráfico Q vs. quadro

causadas por processos não relacionados sendo executados pelo sistema operacional e variações de ocupação de memória e permitir que sejam comparadas, as medidas foram realizadas imediatamente uma após a outra. A Tabela II apresenta os resultados. Foram avaliados os tempos médios de processamento de 100 quadros capturados pelo método de decomposição de dicionários e pelo StocRPCA em duas cenas com diferentes níveis de complexidade do fundo.

TABELA II: Tempos de execução

Posto calculado	Dicionário		StocRPCA	
	Tempo (s)	σ	Tempo (s)	σ
4	0.0010	0.0002	0.0673	0.0121
110	0.0078	0.0006	0.5398	0.0202

Na Tabela II nós observamos que o método proposto é muito mais rápido que o StocRPCA, devido à substituição da etapa de otimização de cada quadro do StocRPCA por uma atualização muito mais simples, calculada apenas utilizando duas multiplicações de matrizes. Conforme o posto cresce, essa disparidade fica mais relevante, dado que, como apresentado em [9], a complexidade computacional para o processamento de um quadro pelo método de StocRPCA é calculada como $\mathcal{O}(r^2 + pr + r^3 + pr^2)$. Como $p \gg r$, a complexidade é aproximada por $\mathcal{O}(pr^2)$, enquanto a complexidade do método baseado na decomposição em um dicionário de posto baixo é $\mathcal{O}(n)$.

V. CONCLUSÕES

O método apresentado utiliza um arcabouço matemático simples, capaz de separar com sucesso componentes de fundo e de anomalia com baixo custo computacional. Sendo capaz de apresentar imagens muito semelhantes a métodos já bem estabelecidos na literatura, com tempo de execução e complexidade que justificam seu emprego em aplicações que demandam alta eficiência, como sistemas autônomos embarcados e sistemas para processamento *on-site*.

O pré-processamento do conjunto de testes com o PCP produz um dicionário de posto reduzido, colaborando para a

redução do tempo de processamento de um novo quadro, e imune a corrupção dos dados de treinamento.

Além disso, o método mostrou alta capacidade de detecção de anomalias mesmo quando submetido a situações adversas, como o processamento de quadros com movimentos caóticos e submetido a diferentes condições de iluminação e consistentemente apresentou resultados muito semelhantes com os resultados advindos dos métodos consagrados na literatura.

Para o aprofundamento deste trabalho resta avaliar se o método é vantajoso em situações em que o fundo tem um posto menor, e portanto, as vantagens de eficiência computacional em relação ao StocRPCA são menos pronunciadas e se o método apresenta bom desempenho em sistemas automatizados para detecção de anomalias em subestações de energia elétrica. Além disso, podemos avaliar a possibilidade de construir um conjunto de treinamento mais compreensivo do que o utilizado, abarcando, por exemplo, diferentes estações do ano ou ainda estabelecer uma metodologia para prover a atualização de D de maneira segura, que não permita a incorporação de anomalias no fundo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Eldorado de Pesquisas e à Transmissora Aliança de Energia Elétrica SA pelo financiamento desta pesquisa no escopo do projeto P&D Aneel PD-07130-0062/2020 “Análise preditiva de falhas por inteligência artificial” e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico- CNPq (305480/2018-9). O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- [1] K. Pearson, “LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space,” *The London, Edinburgh, and Dublin philosophical magazine and journal of science*, v. 2, n. 11, pp. 559–572, 1901.
- [2] E. J. Candès, X. Li, Y. Ma e J. Wright, “Robust principal component analysis?” *Journal of the ACM (JACM)*, v. 58, n. 3, pp. 1–37, 2011.
- [3] A. N. Huda, S. Taib, M. S. Jadin e D. Ishak, “A semi-automatic approach for thermographic inspection of electrical installations within buildings,” *Energy and Buildings*, v. 55, pp. 585–591, 2012.
- [4] I. Ullah, F. Yang, R. Khan et al., “Predictive maintenance of power substation equipment by infrared thermography using a machine-learning approach,” *Energies*, v. 10, n. 12, p. 1987, 2017.
- [5] J. Shlens, “A tutorial on principal component analysis,” *arXiv preprint arXiv:1404.1100*, 2014.
- [6] Z. Zhou, X. Li, J. Wright, E. Candès e Y. Ma, “Stable principal component pursuit,” em *2010 IEEE international symposium on information theory*, IEEE, 2010, pp. 1518–1522.
- [7] M. Fazel, “Matrix rank minimization with applications,” tese de dout., PhD thesis, Stanford University, 2002.
- [8] S. Boyd, N. Parikh e E. Chu, *Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers*. Now Publishers Inc, 2011.
- [9] J. Feng, H. Xu e S. Yan, “Online robust PCA via stochastic optimization,” *Advances in neural information processing systems*, v. 26, pp. 404–412, 2013.
- [10] S. Burer e R. D. Monteiro, “A nonlinear programming algorithm for solving semidefinite programs via low-rank factorization,” *Mathematical Programming*, v. 95, n. 2, pp. 329–357, 2003.
- [11] S. Burer e R. D. Monteiro, “Local minima and convergence in low-rank semidefinite programming,” *Mathematical programming*, v. 103, n. 3, pp. 427–444, 2005.
- [12] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh e E. P. Simoncelli, “Image quality assessment: from error visibility to structural similarity,” *IEEE transactions on image processing*, v. 13, n. 4, pp. 600–612, 2004.