

Novos Algoritmos Baseados em Estatísticas de Ordem Superior de Decisões Dirigidas para Equalização Autodidata

Carlos A. R. FERNANDES, João C. M. MOTA

Resumo—Neste trabalho são apresentados novos algoritmos para equalização autodidata baseados em estatísticas de ordem superior de decisões dirigidas inspirados no critério *Constant Modulus* (CM) [1]. É feito um estudo comparativo entre os mínimos dos critérios dos novos algoritmos, de Wiener e CM. Também é proposta uma nova estratégia com modulação adaptativa.

Palavras-Chave - Equalização Cega, *Constant Modulus*, Decisão Dirigida, Modulação Adaptativa.

Abstract — This work presents new algorithms for blind equalization based high order statistics of directed decisions inspired on the *Constant Modulus* criterion [1]. The analysis compares the minima points of the new algorithms, the Wiener and the CM. It is also proposed a new strategy of equalization with adaptive modulation.

Index Terms— Blind Equalization, *Constant Modulus*, Directed Decision, Adaptive Modulation.

I. INTRODUÇÃO

A principal característica da equalização cega é não possuir período de treinamento. Durante este período são transmitidas informações úteis, o que permite aumentar sua largura de banda do sistema. Em muitos casos, a transmissão de uma seqüência de treinamento é indesejável ou até mesmo impossível, como no caso de redes de computadores multiponto ou transmissão rádio digital na faixa de microondas. O uso de um dispositivo de equalização cega também é apropriado quando o canal varia rapidamente no tempo, apresentando flutuações rápidas, como no caso das comunicações móveis [2] e em sistemas HDTV[3]. A principal desvantagem dos equalizadores cegos têm sido, historicamente, a baixa velocidade de convergência, que é, em geral, uma ordem de grandeza menor do que a do algoritmo *Least Mean Square* (LMS) em modo de treinamento[4].

O critério CM é uma das principais ferramentas utilizadas em equalização cega. Ele trabalha muito bem em constelações onde todos os símbolos possuem a mesma amplitude (modulações PSK - *Phase Shift Keying*). Entretanto quando os símbolos possuem diferentes amplitudes, os algoritmos baseados no critério CM têm uma grande queda em seu desempenho. Os autores do presente trabalho propuseram em [1] uma família de novos algoritmos para equalização cega que se baseia na função custo *Directed Decision Modulus* (DDM), que pode ser vista como uma versão do funcional CM cujo raio de referência é a potência do símbolo decidido. Estes algoritmos fazem uso de decisão dirigida e podem ser vistos como generalizações do CMA (*CM Algorithm*) para modulações com múltiplas amplitudes. É neste último caso onde se encontra a principal vantagem do DDM, pois apresenta um raio variável pertencente ao alfabeto dos símbolos transmitidos.

Este trabalho visa analisar a convergência dos algoritmos do tipo LMS baseados na função custo DDM. Para tanto, será feito um estudo comparativo entre os pontos de mínimo das funções custo DDM, Wiener e CM. Tal análise se baseia, principalmente, nos trabalhos [5] e [6]. Os resultados obtidos para o CM são estendidos para o DDM em condições mais genéricas.

É mostrado que os algoritmos propostos em [1] têm desempenhos superiores ao do CMA e também ao de outros algoritmos baseados no CMA. A análise feita neste trabalho mostra relações estreitas entre o novo critério cego DDM e o critério de minimização erro quadrático médio (Wiener).

Uma nova estratégia de equalização cega para modulações QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) menos robusta é proposta neste trabalho. Esta nova estratégia tenta minimizar o efeito das decisões erradas, que em [1] é combatido utilizando algoritmos híbridos ou *dual-mode*.

O resto do trabalho está organizado da seguinte forma: na seção II são mostrados os modelos de sinal e sistema; na seção III os algoritmos propostos em [1] são mostrados, juntamente com o CMA; na seção IV é feita uma análise de convergência do DDMA; na seção V são mostrados os resultados das simulações computacionais e na seção VI são feitas conclusões e apontadas perspectivas de continuação das propostas aqui desenvolvidas.

II. MODELAGEM DO SISTEMA

A figura (1) mostra o modelo discreto no tempo do sistema de comunicação. A seqüência de símbolos transmitida $\{a(n)\}$ é uniformemente distribuída entre a constelação de símbolos. O canal é modelado por uma resposta ao impulso finita $h(n)$ ($i=1, 2, \dots, N$), onde N é o número de multi-percursos do sinal, e por um ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN) $v(n)$. A seqüência de amostras da saída do canal é $\{x(n)\}$, e o equalizador possui um vetor de pesos $\mathbf{w}(n)$ de ordem M . A seqüência de saída do equalizador é $\{y(n)\}$ e $\{\hat{a}(n)\}$ é a seqüência de símbolos decididos.

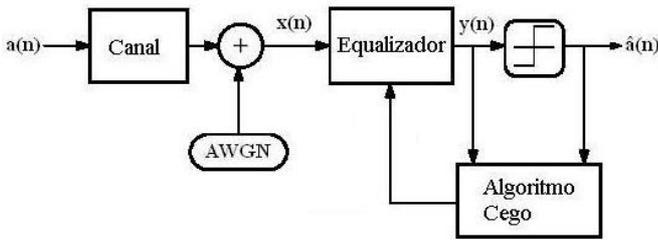


Fig. 1. Modelo simplificado do sistema

$$x(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a(n-i)h_i + v(n) \quad (1)$$

$$y(n) = \sum_{i=0}^{M-1} w(i)x(n-i) \quad (2)$$

O DDMA utiliza o símbolo decidido na equação de adaptação dos pesos. O sistema de recepção utilizado também faz uso de um *Phase Locked Loop* (PLL), localizado após o equalizador e antes do dispositivo de decisão. A função do PLL é recuperar algum desvio de fase, já que o DDMA independe da fase do sinal recebido e a distribuição da modulação M-QAM é invariante diante de uma rotação de π ou $\pi/2$.

III. NOVOS ALGORITMOS BASEADOS NO CRITÉRIO CM

O CMA é um dos algoritmos de equalização autodidata mais estudados, tendo inúmeras aplicações conhecidas. Ele foi desenvolvido independentemente por Godard [7] e Treichler [8]. O CMA segue a regra do gradiente estocástico, visando minimizar a função custo CM, dada pela expressão:

$$J = E \left\{ \left(|y(n)|^2 - R \right)^2 \right\}, \quad (3)$$

onde R é uma constante dada por:

$$R = \frac{E \left\{ |a(n)|^4 \right\}}{E \left\{ |a(n)|^2 \right\}}. \quad (4)$$

A equação de adaptação dos pesos do CMA é dada por:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu y(n) \left(|y(n)|^2 - R \right) \mathbf{x}^*(n) \quad (5),$$

em que $\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \dots \ x(n-M+1)]^T$ e μ é o fator de passo. Das equações (3), (4) e (5), a função custo CM não se torna nula em nenhum dos pontos da constelação. Isto significa que, mesmo quando o sinal está perfeitamente equalizado, sempre há um termo de desajuste na equação de adaptação dos pesos (5). Este fato leva a uma performance não-ótima do CMA em relação ao critério de Wiener para sinais com modulações QAM ou PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) de alto nível, que possuem pontos da constelação com diferentes módulos. Quanto maior é o nível da constelação, maior é o desajuste dos coeficientes do algoritmo.

O CMA é um dos algoritmos cegos mais robustos para equalização, porém, como será detalhado mais adiante, ele possui pontos de mínimos locais, devido à não-convexidade da sua função custo dada pela equação (3). Entretanto, estes casos de convergência para pontos de mínimos locais são muito raros na prática [4].

A fim de combater o desajuste do CMA, em [1] foi proposta a função custo DDM, que se baseia no critério CM. Trata-se de uma modificação do critério CM para as modulações QAM ou PAM, com o intuito anular a função custo e reduzir o desajuste intrínseco do critério CM. A função custo DDM é expressa por a seguir:

$$J_{DDM} = E \left\{ \left(|y(n)|^2 - |\hat{a}(n)|^2 \right)^2 \right\}. \quad (6)$$

Como se pode ver na equação (6), a função custo DDM torna-se nula quando o equalizador estiver decidindo corretamente, ou seja, na condição de olho aberto. Outro detalhe importante é que a função custo DDM torna-se igual à função custo CM quando todos os pontos da constelação possuem o mesmo raio.

Um dos novos algoritmos cegos baseados no critério DDM proposto em [1] é o *Directed Decision Modulus Algorithm* (DDMA). A equação de adaptação dos pesos do DDMA é obtida calculando-se o gradiente estocástico de (6), que resulta na seguinte expressão:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \cdot y(n) \cdot \left(|y(n)|^2 - |\hat{a}(n)|^2 \right) \cdot \mathbf{x}^*(n), \quad (7)$$

onde a derivada de $\hat{a}(n)$ em relação a $\mathbf{w}(n)$ é considerada igual a zero.

A principal vantagem do DDMA em relação ao CMA é a performance para sinais QAM ou PAM, em relação à de velocidade de convergência e erro de regime permanente. Quando o sinal está equalizado, o termo de ajuste dos pesos do DDMA torna-se nulo, enquanto que no CMA não. Outros algoritmos, a exemplo do DDMA, que também propõem modificações na função custo CM para atingir boa performance em constelações com múltiplas amplitudes [9,10,11] são comparados com o DDMA em [1], e este apresenta um melhor desempenho.

Por outro lado, a performance do DDMA é prejudicada se o número de decisões erradas é muito grande no começo. Isto ocorre em modulações menos robustas (por

exemplo, QAM com $M \geq 32$). Para resolver este problema, foi proposto em [1] que o ajuste inicial dos coeficientes do equalizador fosse feito pelo CMA, e quando o Erro Quadrático Médio (EQM) caísse abaixo de um determinado valor, o equalizador chaveava o algoritmo de adaptação dos pesos para o DDMA. Este novo algoritmo híbrido ou “*dual-mode*” foi denominado *dual-mode* DDMA, sendo utilizado para modulações menos robustas. Este algoritmo híbrido possui boa robustez e baixa potência de erro em regime permanente [1].

IV. ANÁLISE CONVERGÊNCIA DO DDMA

De maneira a observar o comportamento do DDMA, nesta seção é feita uma análise de convergência baseando-se no trabalho feito em [5]. Em [5] é feito um estudo inovador acerca da localização de mínimos locais do CM. O estudo é feito em um ambiente sem ruído utilizando um canal Auto Regressivo (AR) da forma:

$$H(z) = \frac{1}{1 + \alpha \cdot z^{-N}}, \quad |\alpha| < 1. \quad (11)$$

A modulação utilizada foi a 2-PAM. Os autores buscaram soluções do tipo:

$$\mathbf{w}^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad w_N], \quad (12)$$

que representam apenas um ganho e um atraso, não obtendo assim, a equalização do sinal. Desta forma, as soluções apresentadas pela equação (12) representam mínimos locais do CM. O desenvolvimento analítico feito em [5] encontrou para o problema dos mínimos locais do CMA, as seguintes soluções:

$$w_N = \pm \sqrt{R \cdot \frac{E\{|x(n)|^2\}}{E\{|x(n)|^4\}}}. \quad (13)$$

Os resultados obtidos em [5] são ampliados em [6], onde o autor mostra, num procedimento análogo, que existem outros vetores soluções que correspondem a mínimos do CM para sinais com modulação 2-PAM. Estas soluções são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^T &= [0 \quad w_N \quad 0 \quad \dots \quad 0] \\ \mathbf{w}_2^T &= [0 \quad 0 \quad w_N \quad \dots \quad 0] \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \mathbf{w}_N^T &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad w_N]; \end{aligned} \quad (14)$$

em que w_N é dado por (13) e \mathbf{w}_N é a solução encontrada em [5]. O trabalho [6] ainda encontrou os mínimos do receptor de Wiener para diferentes atrasos utilizando o mesmo canal (11). Os resultados mostraram que o critério de Wiener

possui mínimos associados a diferentes atrasos, e que estes são colineares com os mínimos do CM dados por (14). Os mínimos do receptor de Wiener são da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{0, \text{WIE}}^T &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad \alpha] \\ \mathbf{w}_{1, \text{WIE}}^T &= [0 \quad (1 - \alpha^2) \quad 0 \quad \dots \quad 0] \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \mathbf{w}_{N, \text{WIE}}^T &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad (1 - \alpha^2)] \end{aligned} \quad (15)$$

A colinearidade entre os mínimos do CM e do critério de Wiener já havia sido observada anteriormente em [14] e [15].

De maneira similar é possível encontrar os mínimos da função custo DDM para o mesmo canal (11) num ambiente sem ruído. Porém, o desenvolvimento para o DDM pode ser estendido a sinais com modulação M-PAM. Esses mínimos possuem a mesma forma de (14), porém, neste caso temos que:

$$w_N = \pm \sqrt{\frac{E\{| \hat{a}(n) |^2 \cdot |x(n)|^2\}}{E\{|x(n)|^4\}}}, \quad (16)$$

o que mostra que os mínimos do DDM também são colineares com mínimos do critério de Wiener, já que as soluções do DDM, da forma mostrada em (14), são colineares às soluções de Wiener para diferentes atrasos, como mostrado em (15). Isto é um fato a ser ressaltado, uma vez que mostra que o importante resultado obtido para o CM [5] pode ser ampliado para o novo algoritmo DDM. A proximidade dos pontos de mínimo do DDM e do critério de Wiener será melhor explorado na seção V.

Ainda prosseguindo no sentido de encontrar relações entre o critério CM e o de Wiener, em [6] o autor desenvolve uma expressão de um limitante superior para a função custo CM. Porém, neste desenvolvimento, é considerada a utilização de uma modulação 2-PAM. Uma generalização deste resultado para o caso de um sinal real com modulação M-PAM é possível para a função custo DDM, não sendo possível para o CM. A obtenção do limitante para o critério DDM, similar ao que é feito em [6], é mostrado a seguir. Para sinais reais, é possível escrever:

$$J_{DDM} = E\{[y(n) - \hat{a}(n)]^2 \cdot [y(n) + \hat{a}(n)]^2\}. \quad (17)$$

Utilizando a desigualdade de Cauchy-Schwarz:

$$E\{ab\}^2 \leq E\{a^2\}E\{b^2\}, \quad (18)$$

aplicando (18) em (17) temos que:

$$J^2_{DDM} \leq J_F(\mathbf{w})J_F(-\mathbf{w}); \quad (19)$$

onde $J_F(\mathbf{w})$ é a função custo *Mean Fourth Error* (MFE), ou seja:

$$J_F = E\left\{[y(n) - d(n)]^4\right\}. \quad (20)$$

Para a obtenção da expressão (19) foi considerado que o equalizador está tomando decisões corretas, ou seja, que $\hat{a}(n) = d(n)$, em que $d(n)$ é o sinal de referência ou sinal desejado (condição de olho aberto).

A desigualdade (19) torna-se uma aproximação nas regiões próximas aos mínimos do critério CM, especialmente se o sinal estiver equalizado [6]. Neste caso, pode-se assumir que a variância do erro quadrático é aproximadamente nula, podendo-se escrever, a partir da equação (20):

$$J_F = E\left\{[y(n) - d(n)]^4\right\} \cong E\left\{[y(n) - d(n)]^2\right\}^2. \quad (21)$$

A partir daí pode-se escrever uma relação mais direta entre as funções custo DDM e de Wiener:

$$J_{DDM} \cong J_{WIENER}(\mathbf{w})J_{WIENER}(-\mathbf{w}). \quad (22)$$

A expressão (22) é obtida em [6] para o CM utilizando uma modulação 2-PAM. É importante ressaltar que a generalização para o caso M-PAM feita aqui não pode ser feita para o CM, sendo, portanto um importante passo na análise do estudo de convergência do DDMA.

Fazendo o gradiente de (22) e igualando a zero, encontramos a solução \mathbf{w}_{DDM} do DDM em função da solução \mathbf{w}_{WIENER} Wiener:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w}_{DDM} (\mathbf{w}_{DDM}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{DDM}) + \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{DDM} \sigma_a^2 + 2\mathbf{p}_d (\mathbf{w}_{DDM}^T \mathbf{p}_d) = 0$$

$$\mathbf{w}_{WIENER} \cong \mathbf{w}_{DDM} \frac{\mathbf{w}_{DDM}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{DDM} + \sigma_a^2}{2\mathbf{w}_{DDM}^T \mathbf{p}_d}, \quad (23)$$

O resultado expresso pela equação (23) mostra uma relação colinear entre as soluções de Wiener e do DDM para o caso de sinais reais (M-PAM).

Na seção seguinte será mostrado que as soluções de Wiener e do DDM não só são colineares, como muito próximas. A solução ótima de Wiener independe do nível da modulação, mantendo-se fixa a Relação Sinal Ruído (SNR). Logo, os mínimos globais do DDM variam muito pouco com a mudança do nível da modulação. Desta forma, para resolver o problema causado possivelmente pela presença de um grande número de decisões erradas no início da atuação do DDMA (para modulações menos robustas), pode ser feito o uso de uma modulação adaptativa.

Assim sendo, numa nova estratégia de equalização, o ajuste inicial dos coeficientes do equalizador pode ser feito pelo CMA, com uma modulação mais robusta, por exemplo,

2 ou 4-QAM, e quando o EQM cai abaixo de um valor prescrito, o equalizador chaveia o algoritmo de adaptação dos pesos para o DDMA. Como será visto na seção seguinte, esta nova estratégia ganha em velocidade de convergência do *dual-mode* DDMA pelo fato de que a convergência de uma modulação mais robusta é atingida mais rápida do que para uma menos robusta.

V. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Nesta seção estão contidos os resultados das simulações computacionais que fazem uso das estratégias expostas nas seções anteriores. Serão utilizados dois modelos de canais nas simulações. O primeiro deles (Canal 1), é um modelo de linha telefônica [16] cuja resposta impulsional é dada pela equação (24):

$$h(n) = 0,04.\delta(n) - 0,05.\delta(n-1) + 0,07.\delta(n-2) - 0,21.\delta(n-3) - 0,50.\delta(n-4) + 0,72.\delta(n-5) + 0,36.\delta(n-6) + 0,21.\delta(n-8) + 0,03.\delta(n-9) + 0,07.\delta(n-10) \quad (24)$$

O segundo modelo de canal (Canal 2), é o mesmo que o utilizado em [6]. Este modelo possui fase máxima e tem apenas dois coeficientes. A resposta impulsional do Canal 2 é dada por :

$$h(n) = 0.5\delta(n) + \delta(n-1). \quad (25)$$

As modulações utilizadas são QAM (de 2 até 64 símbolos) e PAM (16 símbolos). Para as simulações com modulação QAM (Canal 1), o equalizador possui 22 coeficientes complexos e para as simulações com modulação PAM (Canal 2), o equalizador possui 2 coeficientes reais. Um PLL é empregado nas simulações com o Canal 1. As figuras ilustradas nesta seção são valores médios de 50 realizações.

A figura 2 mostra as curvas de nível da função custo DDM (J_{DDM}) juntamente com os pontos de mínimo global da função custo DDM e de Wiener. Já a figura 3 mostra a aproximação da função custo DDM obtida na equação (22), juntamente com os mesmos mínimos da figura 2. As figuras 2 e 3 utilizam o Canal 2 com uma SNR = 40 dB e uma modulação 16PAM. A partir destas figuras pode-se comparar o formato da função custo DDM com a de sua aproximação (equação 22), além de verificar a proximidade existente entre os mínimos de Wiener e do DDMA.

A tabela I mostra os valores dos pontos de mínimo global dos receptores DDM e de Wiener (considerando um atraso igual a 2 para símbolo desejado), juntamente com o valor aproximado do mínimo de Wiener, calculado a partir de equação (23). A tabela II mostra os valores do ponto de mínimo local do DDM, o ponto mínimo de Wiener (considerando um atraso igual a 1 para símbolo desejado) e a aproximação (23). Os valores obtidos nas tabelas I e II foram encontrados utilizando-se o Canal 2 com SNR = 40dB e uma modulação 16-PAM. Pode-se ver nas tabelas I e II que as

funções custo de Wiener e DDM possuem mínimos bastante próximos. Pode-se observar também que a aproximação expressa pela equação (23) é válida, principalmente para o atraso igual a 2 (mínimo global do DDM).

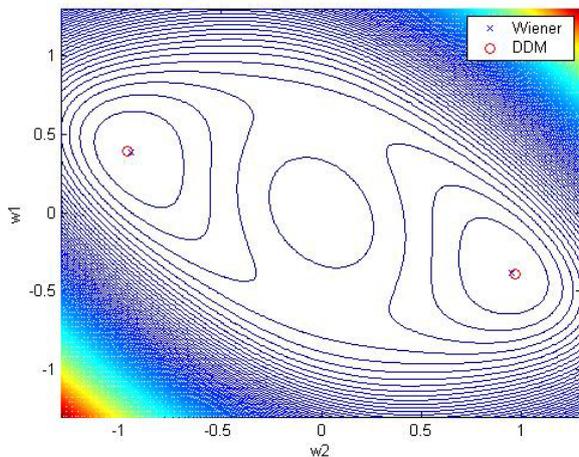


Fig. 2. Curvas nível da função custo DDM, utilizando o Canal 2 com SNR = 40dB, e os mínimos globais de Wiener e do DDM

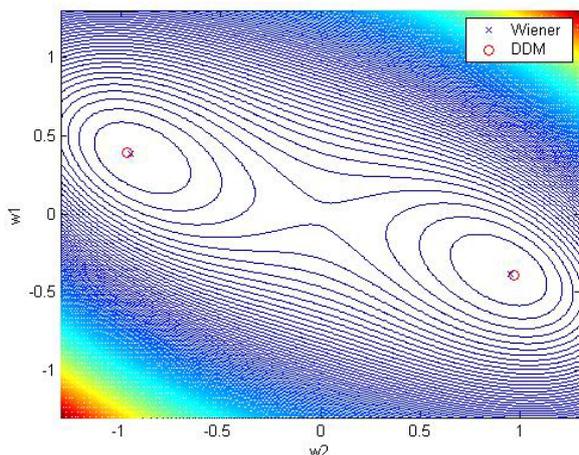


Fig. 3. Curvas nível da aproximação (22), utilizando o Canal 2 com SNR = 40dB, e os mínimos globais de Wiener e do DDM

Na figura 5, cujos resultados estão associados ao Canal 1 e a uma SNR fixa de 40dB, estão os valores da norma quadrática do erro entre o vetor ótimo de Wiener e os vetores de coeficientes associados aos pontos de mínimo global do CMA e do DDMA. Pode-se ver que à medida que a modulação aumenta seu nível o ponto de mínimo do DDMA fica mais próximo de Wiener que o do CMA (um ganho de aproximadamente 20dB). Isto explica o melhor desempenho do DDMA em relação ao CMA para sinais com constelações menos robustas[1].

A figura 6 mostra o EQM para o CMA, o *dual-mode* DDMA e a estratégia de equalização com modulação adaptativa para modulações menos robustas proposta na seção IV. Nesta estratégia, o DDMA inicia o processo de equalização com uma modulação 2-QAM, o que equivale ao uso do CMA para a mesma modulação. Após o ajuste inicial dos coeficientes, o DDMA age sobre o sinal de entrada já

chaveado para modulação 64-QAM. Por outro lado, no *dual-mode* DDMA, o CMA inicia o processo de equalização com uma modulação 64-QAM e após o ajuste inicial dos coeficientes, o DDMA age sobre o sinal. Nesta simulação é utilizado o Canal 1 e o ruído possui uma variância fixa tal que a SNR é igual 40dB para sinais 2-QAM e 56.2dB para sinais 64-QAM. Pode-se ver que esta nova estratégia de equalização tem performance bem superior ao CMA e melhor velocidade de convergência do que o *dual-mode* DDMA, com o erro de regime permanente ligeiramente menor. É importante ressaltar que, nas simulações realizadas, a principal vantagem da técnica que utiliza a modulação adaptativa está associada ao menor tempo realizar o chaveamento em relação àquele do *dual-mode* DDMA. Foi observado que o chaveamento do CMA para o *dual-mode* DDMA ocorrido precocemente leva à divergência do algoritmo.

TABELA I
PONTOS DE MÍNIMO GLOBAL DOS RECEPTORES DDM, DE WIENER (ATRASO IGUAL A 2) E A APROXIMAÇÃO OBTIDA PELA EQ. (23).

Mínimo Global	Wiener	DDM	Wiener aproximado
w0	-0.3809	-0.3716	-0.3809
w1	0.9523	0.9569	0.9809

TABELA II
PONTOS DE MÍNIMO LOCAL DOS RECEPTORES DDM, DE WIENER (ATRASO IGUAL 1) E A APROXIMAÇÃO OBTIDA PELA EQ. (23).

Mínimo Local	Wiener	DDM	Wiener aproximado
w0	0.7618	0.7765	0.8764
w1	0.0953	0.0023	0.0026

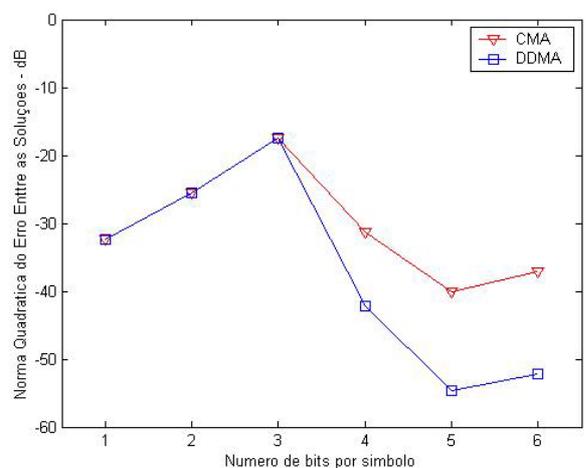


Fig. 5. Norma quadrática do erro entre o vetor ótimo de Wiener e os pontos de mínimo global do CMA e do DDMA (Canal 1)

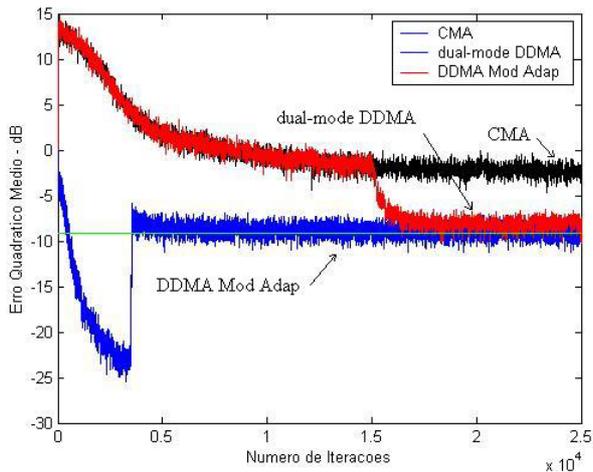


Fig. 6. EQM do CMA, *dual-mode* DDMA e da estratégia de equalização com modulação adaptativa – SNR = 40dB para o sinal 2-QAM

A figura 7 é similar à figura 6, porém em um ambiente mais ruidoso. O ruído possui uma variância fixa tal que a SNR é igual 24,4 dB para sinais 2-QAM e 40,6dB para sinais 64-QAM. Comparando as curvas da estratégia que utiliza a modulação adaptativa nas figuras 6 e 7, se percebe uma sensibilidade importante relativa à variação do ruído. No entanto manteve o bom desempenho diante do compromisso entre a precisão e a velocidade de convergência, tal como observado na figura 6

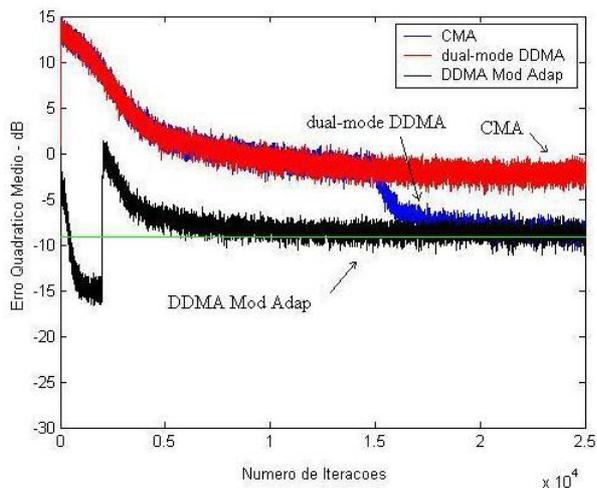


Fig 7. EQM do CMA, *dual-mode* DDMA e da estratégia de equalização com modulação adaptativa – SNR = 24,4dB para o sinal 2-QAM

VI. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho teve o intuito de analisar a convergência de novos algoritmos baseados na função custo DDM. Foi demonstrado para o caso de um canal simples AR que a função DDM possui pontos de mínimo colineares com as soluções de Wiener para diferentes atrasos. Foi também encontrado um limitante superior para a função DDM no caso de sinais reais. Assim sendo, foi possível desenvolver uma

aproximação para a função custo DDM em termos daquela de Wiener. A partir dessa aproximação foi derivada uma relação direta entre os mínimos destas duas funções custo. Através de simulações foi constatada a proximidade dos mínimos de Wiener e do DDM, sendo os mínimos do DDM mais próximos da solução de Wiener do que os mínimos do CM, especialmente para modulações menos robustas. Esta proximidade permitiu que fosse proposta uma nova estratégia de equalização cega com modulação adaptativa que obteve desempenhos bem superiores àqueles referentes aos algoritmos baseados no critério CM.

Estes resultados parecem indicar uma boa estratégia prática para inicialização de algoritmos cegos em sistemas de comunicações digitais. Os futuros estudos envolvem aplicações das técnicas aqui utilizadas em algoritmos recursivos, em especial o *Recursive CMA*, e em estruturas ARMA.

REFERÊNCIAS

- [1] C. A. R. Fernandes e J. J. M. Mota, "New Blind Algorithms Based on Modified Constant Modulus Criteria for QAM constellations", *International Conference on Telecommunications*, Ago. 2004. Aceito para publicação.
- [2] J.G. Proakis, "Adaptive Equalization for TDMA Digital Mobile Radio", *Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, Nº 2, 1991.
- [3] Y. Wu e B. Caron, "Digital Television Terrestrial Broadcasting"; *IEEE Communications Magazine*; May, 1994.
- [4] C.A.F. da Rocha, "Técnicas Preditivas para Equalização Autodidata"; *Tese de Doutorado*, FEE/ UNICAMP, 1996.
- [5] Z. Ding, R. A. Kennedy, B. D. O. Anderson e C. R. Johnson Jr., "Ill-Convergence of Godard Blind Equalizers in Data Communications Systems", *IEEE Transactions on Commun.*, 39(9), pp.1313-1327, 1991.
- [6] R Suyama, "Sobre o Critério do Módulo Constante para Equalização Não-Supervisionada e suas Relações com a Teoria de Wiener", *Dissertação de Mestrado*, FEE/ UNICAMP, Ago. 2003.
- [7] D. N. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two Dimensional Data Communication System", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 28, pp. 1867-1875, 1980
- [8] J. R. Treichler e B. Agee; "A New Approach to Multipath Correction of Constant Modulus Signals" ; *IEEE Trans. On ASSP*, Vol.31, No.4, pp.459-472, 1983.
- [9] W. A. Sethares, G. A. Rey e C. R. Johnson Jr., "Approaches to blind equalization of signal with multiple modulus"; *Proc. IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, p.p. 972-975, 1989
- [10] M. J. Ready e R. P. Gooch, "Blind Equalization based on Radius Directed Adaptation", *Proc. IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, p.p. 1699-1702, 1990.
- [11] R. A. Axford *et al*, "A dual-mode algorithm for blind equalization of QAM signals: CADAMA", in *Proc. Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, vol.1 pp. 172 -176, 1996.
- [12] R. Pickholtz e K. Elbarbary; "The Recursive Constant Modulus Algorithm: A New Approach for Real Time Array Processing"; *Proc. 27th. ASILOMAR Conf. on Signals, Systems and Computers*, pp.627-632, 1993.
- [13] K. Hilal, "Algorithmes Accélérés d'Égalisation Adaptative Autodidacte", *Ph.D. Thesis* (em Francês), ENST Paris, France, 1993.
- [14] H. H. Zeng, L. Tong e C. R. Johnson Jr., "Relationships Between the Constant Modulus and Wiener Receivers", *IEEE Transaction on Information Theory*, 44(4), pp. 1523-1538, 1998.
- [15] H. H. Zeng, L. Tong e C. R. Johnson Jr., "An Analysis of Copnstant Modulus Receivers", *IEEE Transaction on Signal Processing*, 47(11), 2990-2999, 1998.
- [16] J. G. Proakis, "Digital Communications", McGraw-Hill Int. Ed., 1989 .