

Correção de Erro em Quadros de Vídeo Utilizando a Propriedade de Regularidade das Wavelets

Sergio R. M. Penedo e Rui Seara

Resumo—Este artigo propõe uma técnica para a detecção e correção de ruído presente em sinais de vídeo, independente do método de codificação utilizado. Tal técnica se baseia no uso da propriedade de regularidade das *wavelets* para a definição de uma figura de mérito que favorece a construção de características de decaimento dos coeficientes *wavelet* de cada cena. Através desse procedimento, pode-se obter a reconstrução de *pixels* que sejam classificados como contaminados por ruído. O método tem se mostrado mais eficiente na identificação e correção de quadros corrompidos, comparativamente a outros algoritmos de correção de erro encontrados na literatura corrente, operando no domínio espaço-temporal. Resultados satisfatórios são obtidos tanto em termos subjetivos quanto da PSNR.

Palavras-Chave—Correção de erro, correlação entre escalas, regularidade, transformada *wavelet*.

Abstract—This paper proposes a technique for detecting and concealing errors in video data, irrespective of the coding method used. Such a technique is based on the wavelet regularity property which defines a figure of merit that provides the knowledge of decay characteristics from wavelet coefficients in each frame. Through such a procedure, it is possible to reconstruct pixels classified as corrupted. Our approach has shown to be more efficient in identifying and correcting corrupted frames, as compared to other error concealment algorithms found in the open literature, working in space-time domain. Very good results are obtained in both subjective and PSNR terms.

Index Terms—Error concealment, correlation between scales, regularity, wavelet transform.

I. INTRODUÇÃO

O acelerado desenvolvimento tecnológico do campo das telecomunicações nos últimos anos tem permitido o desenvolvimento de novas aplicações em vídeo, tais como videofone e teleconferência, objetivando a comunicação visual bidirecional, com o propósito de melhorar a qualidade da imagem transmitida e/ou recebida. O avanço na área se fez de tal modo que foram criadas organizações internacionais como a *International Telecommunications Union* (ITU), tendo por meta padronizar, em uma dimensão global, estas novas formas de comunicação. Surgiram a partir de então

novos dispositivos de criação e manipulação de vídeo, exigindo canais confiáveis para entrega e troca de informação e estabelecendo a manutenção da qualidade do vídeo transmitido como um tópico de interesse cada vez mais crescente em pesquisa. Entretanto, uma limitação surgiu com a disseminação da transmissão de informação visual em larga escala: a capacidade do canal utilizado, que define a quantidade de informação que por ele trafega na unidade de tempo. Como os sinais de vídeo são intensivos em dados, esses necessitam, geralmente, de um processamento adicional para reduzir, sem perda significativa de qualidade, a porcentagem útil de informação. Buscando suplantar as limitações de largura de banda, têm sido propostos algoritmos de codificação que otimizam a taxa de compressão a partir da hipótese que os canais de transmissão não adicionam qualquer distorção ao sinal transmitido. Como tal hipótese não é realista, pesquisas em codificação de vídeo têm sugerido modificações que buscam, a partir de considerações acerca da natureza do sinal e do meio, reduzir os efeitos do ruído sobre os dados de vídeo. Tais modificações, geralmente, elevam o esforço computacional de codificação.

Algumas proposições de correção de vídeo têm sido sugeridas [1]-[9], sem aumentar a carga computacional de codificação, buscando explorar alguma característica do sinal de imagem que torne mais eficiente a tarefa de correção. O maior obstáculo que se apresenta ao uso de tais métodos está no fato de que, ao lidar com sinais codificados, uma boa porção da redundância espacial e temporal tem sido eliminada no processo de codificação. Exemplos de tais métodos são as técnicas de estimação e compensação de movimento na codificação interquadros, com destaque para a técnica de codificação da diferença entre quadros com compensação de movimento (*motion compensated difference* - MCD) [1], [2]. Todavia, tais técnicas obtêm somente redução da quantidade de dados a ser codificada, sem corrigir erros. No tocante a outras técnicas, baseadas na exploração de redundância temporal, algumas a exploram aliada a códigos detetores e corretores de erro, garantindo resultados satisfatórios, no entanto, somente sob certas restrições na natureza do sinal de entrada [3]. Dentre as técnicas que fazem uso da redundância espacial para correção, Kwok e Sun [4] propõem um algoritmo de restauração de informação ausente em seqüências de vídeo, fazendo uso de interpolação espacial da vizinhança das bordas, sem, no entanto, estender sua funcionalidade às demais regiões. Outras técnicas adotam esquemas que utilizam tanto a correlação temporal como

Sergio R. M. Penedo e Rui Seara, LINSE – Laboratório de Circuitos e Processamento de Sinais, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, E-mails: {penedo, seara}@linse.ufsc.br.

Este trabalho foi parcialmente financiado pelo CNPq.

espacial: Sun *et al.* [5] propuseram uma técnica para a correção de erro em sistemas de televisão digital avançada de alta definição (*advanced digital high definition television – AD-HDTV*), porém demandando um alto esforço computacional de implementação. Podem ser enumeradas também algumas técnicas baseadas na exploração de redundância no domínio da transformada [6], [7], que fornecem bons resultados para imagens estáticas, não tendo sido estendida para sinais de vídeo.

Observa-se, assim, uma variedade de algoritmos de correção de erro em vídeo que fazem uso da redundância temporal, sem tirar proveito da redundância espacial entre os *pixels*, ou que comprometem tal característica quando lidam com uma maior taxa de compressão. Com base em tais considerações, este artigo apresenta uma técnica de detecção e correção de ruído em vídeo, independente da codificação utilizada, que tire proveito da propriedade de regularidade das *wavelets*. Define-se uma figura de mérito para a obtenção da característica de decaimento ideal dos coeficientes *wavelet*, em sucessivas escalas, para blocos de *pixels* dos quadros da seqüência de vídeo. Assim, reconstróem-se *pixels* ou blocos de *pixels* que estão contaminados por ruído. O método se mostra eficiente, comparativamente a outros algoritmos que operam no domínio espaço-temporal [8], [9], obtendo resultados satisfatórios em termos subjetivos e da PSNR.

O artigo é organizado como segue. A Seção II discute as etapas de detecção e correção de erro, situando o método proposto em tal contexto. A Seção III introduz a propriedade de regularidade das *wavelets*, relacionando-a à correlação através de diversas escalas da decomposição de um sinal. A Seção IV apresenta o método proposto de correção de erro. A Seção V mostra os resultados de simulação obtidos, comparando-os aos de métodos recentes apresentados na literatura. Por fim, a Seção VI traz as conclusões do presente artigo.

II. CORREÇÃO DE ERRO EM SINAIS DE VÍDEO

A limitação de largura de banda em canais de comunicação faz com que o fluxo de *bits* da informação de vídeo codificada se torne vulnerável a erros de transmissão, o que pode provocar perda de blocos de dados e conduzir a uma distorção visual significativa quando a informação for decodificada. Além disso, requisitos de interatividade em tempo real limitam a aplicabilidade de técnicas de correção de erros já conhecidas para outras aplicações [5], [8], [9].

Métodos de correção de erro buscam, geralmente, reduzir os efeitos de perda de blocos de dados, através de um processo de restauração da informação perdida. Como a restauração de *pixels* perdidos em uma imagem ou vídeo pode ser realizada por pós-processamento, sem alterar o processo de codificação [10], alguns métodos de correção de erro buscam resolver tal problema introduzindo considerações acerca da natureza da informação. Dependendo do enfoque, diferentes procedimentos de correção têm sido propostos. Todavia, a necessidade de compressão dos sinais a serem transmitidos, para atender aos requisitos de largura de banda,

cria um obstáculo: as redundâncias temporal e espacial são em grande parte suprimidas, limitando a capacidade de correção da informação. À medida que a taxa de erro do canal aumenta, uma maior porcentagem da largura de banda total do canal deve ser alocada para se manter o mesmo nível de redundância, assegurando-se assim a eficiência do meio transmissão. O problema apresentado é de difícil solução, devido às muitas variáveis envolvidas e ao fato de que sua modelagem é uma tarefa complexa. Primeiramente, o projeto de um codificador requer um modelo de fonte para melhor desempenho tanto em termos de eficiência de codificação quanto de robustez a erros de transmissão. Todavia, fontes naturais de vídeo são altamente não-estacionárias, e nenhum modelo efetivo foi até então obtido para tais fontes. Além disso, as características de erro em alguns canais de transmissão de vídeo são também não-estacionárias. Fatores como atraso de processamento e complexidade computacional também dificultam a solução de tal problema.

O processo de codificação do sinal de vídeo deve considerar, em algum domínio, as variações dos *pixels* presentes nos quadros, uma vez que variações bruscas no plano de fundo provocadas por ruído podem ser interpretadas como variações bruscas de objetos (ou mesmo de iluminação ambiente) que tenham sido desconsideradas na etapa de codificação. Isso sugere uma diferente abordagem ao problema de distinção ruído/variação brusca de cada quadro: a transformação da imagem, em blocos, do domínio espacial para o domínio transformado. Embora mais eficiente para a tarefa de codificação, técnicas recentes baseadas nessa propriedade [3], [11], [12] não separam adequadamente os componentes de ruído e de informação relevante, por não haver uma propriedade que sirva de critério para tal distinção. As limitações decorrentes da má caracterização de componentes de altas frequências motivam a concepção de um método de reconstrução de quadros após a codificação.

Uma importante propriedade da transformada *wavelet* é discutida na próxima seção: a regularidade. Explorando-se a redundância no domínio espaço-frequência pelo uso de tal propriedade, apresenta-se um procedimento de correção que fornece resultados na detecção e correção de erro, subjetivamente, mais eficientes do que os obtidos com técnicas baseadas apenas no estudo da redundância temporal.

III. REGULARIDADE DE HÖLDER

A transformada *wavelet* fornece um meio para quantificar a suavidade local de um sinal via taxa de decaimento dos coeficientes *wavelet*, em sucessivas escalas de decomposição. Isso é obtido através da observação da propriedade de regularidade de Hölder (caso geral da propriedade de continuidade de Lipschitz [13]-[15]). A regularidade local de uma função $f(x)$ em um ponto a pode ser expressa segundo a noção de continuidade de Lipschitz: uma função $f(x)$ é dita r -Lipschitz em a , $0 \leq r < 1$, se

$$|f(x) - f(a)| \leq K |x - a|^r, \quad (1)$$

onde K é uma constante arbitrária e r corresponde ao expoente de Lipschitz [15].

As seguintes condições valem para o comportamento local de coeficientes *wavelet* próximos a um ponto r -Lipschitz: se $f(x)$ é r -Lipschitz em $x=a$, $r < N$ e $\psi(x)$ possui pelo menos N momentos desvanescetes, logo

$$\max |\Psi_{j,k}|_{(j,k) \in A} \leq K 2^{-j(r+\frac{1}{2})}, \quad (2)$$

onde A contém os pares (j,k) para os quais a pertence ao suporte de $\psi_{j,k}(x)$, com $\Psi_{j,k}(x)$ sendo os coeficientes da transformada *wavelet* de $f(x)$. Uma extensão do conceito de continuidade de Lipschitz ($r > 1$) é feita requerendo que (1) seja satisfeita para $f(x)$ e suas derivadas de n -ésima ordem. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ possui regularidade de Hölder (ou expoente de Hölder) $\alpha = n+r$ com $n \in \mathbb{N}$ e $0 \leq r < 1$ se existe uma constante finita K , tal que

$$|f^{<n>}(y) - f^{<n>}(x)| \leq K |y-x|^r \quad \forall x, y \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

onde $f^{<n>}$ indica a derivada de n -ésima ordem de f . O expoente de Hölder estabelece o número de derivadas contínuas de uma função. Funções com valores grandes de expoente de Hölder são matemática e visualmente suaves, enquanto que funções com valores pequenos de expoente de Hölder são associadas a funções mais irregulares [16]. Considerando-se que a transformada *wavelet* não-dizimada caracteriza a suavidade de uma função, sintetizando um sinal $f(x)$ através de translações e dilatações de uma função *wavelet* $\psi(x)$, pode-se afirmar que um sinal apresenta expoente de Hölder r se há uma constante K tal que os coeficientes da transformada *wavelet* $\Psi_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle$ satisfaçam a inequação

$$|\Psi_{j,k}| \leq K 2^{-k(r+\frac{1}{2})} \quad (4)$$

para todos $j \in \mathbb{Z}^+$, $k \in \mathbb{R}$ [13], [17]-[19]. Tal teorema caracteriza a regularidade de uma função pelo decaimento da magnitude dos coeficientes de sua transformada *wavelet* em sucessivas escalas de decomposição, definindo a similaridade decorrente de um processamento multi-resolução.

Pesquisas em análise multi-resolução de imagens têm indicado a presença de características similares em forma, porém distintas em suporte espacial para escalas diversas [15], [16], [20]. Funções mais suaves exibem maior similaridade entre escalas, matematicamente definida pelo teorema do decaimento dado por (4). Pode-se mostrar que a correlação entre sub-bandas *wavelet* s_m e s_n para as escalas 2^m e 2^n é limitada por

$$|\langle s_m, s_n \rangle| \leq K 2^{-(m+n)(\alpha+\frac{1}{2})}, \quad (5)$$

onde K é uma constante e α é o expoente de Hölder. Tal inequação indica que a similaridade entre as escalas decresce

exponencialmente à medida que a regularidade da função analisada cresce, observação corroborada por dados experimentais e pela literatura da área [15]-[18], [19].

Por estar intimamente relacionada à correlação entre escalas da transformada *wavelet*, a propriedade de regularidade pode ser utilizada para a definição de um critério de decisão em um algoritmo de detecção e correção de erro em seqüências de vídeo, já que os algoritmos recentemente desenvolvidos que se prestam a tal tarefa, operando nos domínios espacial e temporal, não utilizam uma grandeza indicativa de similaridade de informação.

IV. PROPOSIÇÃO DO ALGORITMO

Há basicamente duas aproximações para correção de erro [21]: correção por predição temporal (*temporal predictive concealment* - TPC) correção por predição espacial (*spatial predictive concealment* - SPC). A TPC explora a redundância entre quadros sucessivos no tempo, permitindo a recuperação de blocos danificados em áreas sem movimento; a SPC realiza a interpolação de áreas danificadas utilizando a vizinhança espacial dos dados perdidos. Diversos algoritmos SPC têm sido propostos na literatura [8], [22]-[24]. No entanto, a complexidade computacional de tais algoritmos não é aceitável para aplicações em tempo real.

A tarefa de correção de erro necessita, para um bom desempenho, que a detecção de blocos corrompidos seja eficaz [geralmente implementada por um algoritmo de detecção de erro - *error detection algorithm* (EDA)]. Todavia, há aplicações em que erros de *bits* são mais críticos do que perdas de células. Além disso, a transformação linear do sinal de vídeo implica redução da redundância temporal e espacial da informação, o que não é desejável quando se busca realizar a separação da informação útil de sua contraparte indesejada. Com esse intento, esta seção propõe um algoritmo genérico de detecção e correção de blocos de *pixels*, que explora a redundância de informação contida nas características de decaimento dos coeficientes *wavelet* de cada quadro. O diferencial dessa abordagem em relação a outras do estado-da-arte está na utilização do expoente de Hölder, medido em altas freqüências do bloco corrompido, como figura de mérito para a correção. Como tal parâmetro caracteriza as sub-bandas *wavelet* em cada quadro, os blocos corrompidos que possuam função de correlação cruzada variável são marcados como blocos corrompidos.

A. Algoritmo Proposto de Detecção de Erro

Um estudo da correlação temporal entre as características de decaimento pode ser realizado de forma a estabelecer um modelo matemático para a evolução dos coeficientes ao longo da progressão dos quadros. Se cada quadro apresenta $P \times Q$ blocos de $N \times N$ *pixels*, denotando-se cada bloco por F_i , $1 \leq i \leq P \times Q$, os blocos esquerdo e direito deste são representados, respectivamente, por F_{i-1} e F_{i+1} . Em cada bloco, a notação $F_i(m,n)$ representa o n -ésimo *pixel*

horizontal da m -ésima linha. Representando os elementos de cada bloco em termos de seus coeficientes *wavelet*, tem-se

$$F_i(m, n) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} \Psi_{i,k,l} \psi_k(n) \psi_l(n), \quad (6)$$

onde $\Psi_{i,j,k}(m, n)$ representa os coeficientes do bloco F_i na frequência espacial (k, l) , e $\psi_k(n)$ e $\psi_l(n)$ são as funções-base *wavelet* separáveis nas direções vertical e horizontal, respectivamente. Blocos corrompidos podem ser detectados observando-se a curva de correlação cruzada de seus coeficientes em quadros sucessivos: se tal curva não satisfizer ao padrão observado para sucessivos quadros da seqüência original, marca-se o bloco como contendo ruído. O diagrama em blocos da estrutura proposta é dado pela Figura 1.

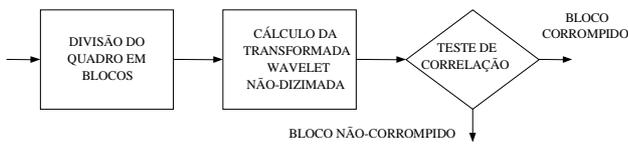


Fig. 1. Diagrama em blocos da estrutura proposta de detecção de erro.

B. Algoritmo Proposto de Correção de Erro

A etapa de cálculo dos coeficientes *wavelet* considera que os coeficientes carregam indícios acerca da natureza do ruído. Assim, pode-se utilizar o decaimento dos coeficientes para a reconstrução de blocos corrompidos: para cada bloco de *pixels* F_i corrompido, é calculado um novo bloco, a partir da determinação de um expoente médio de Hölder r' . Assim, escreve-se:

$$\Psi'_{1,k}(m, n) = K 2^{(1-k)(r'+\frac{1}{2})} \quad (7)$$

onde $\Psi'_{1,k}(m, n)$ são os novos valores de coeficientes no primeiro nível de resolução, e K é obtido por extrapolação dos coeficientes de níveis superiores. A Figura 2 ilustra o diagrama em blocos do algoritmo de correção.

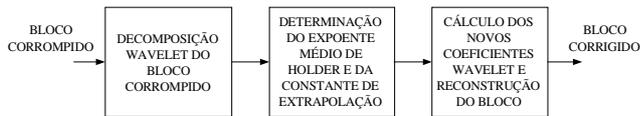


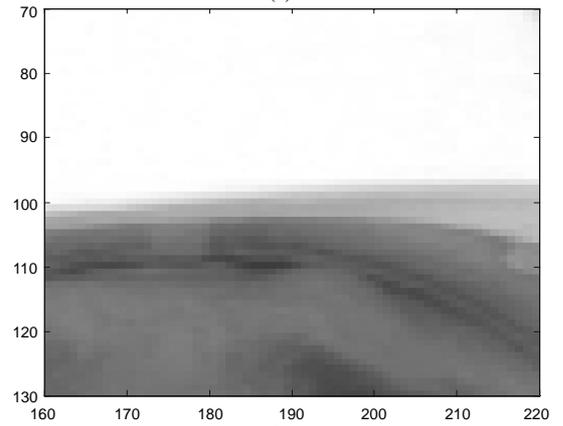
Fig. 2. Diagrama em blocos da estrutura proposta de correção de erro.

V. SIMULAÇÕES

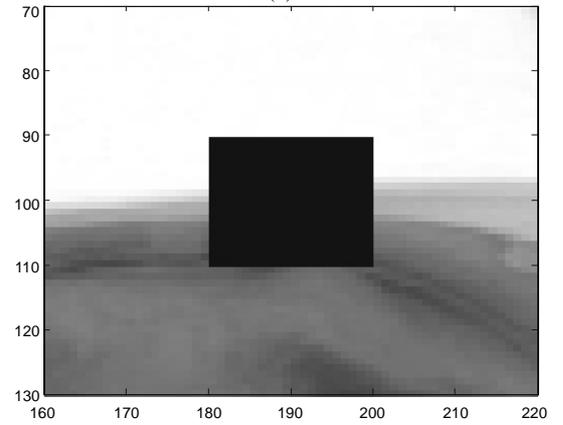
Considere-se a aplicação do método proposto à seqüência 'Foreman' (Fig. 3), de resolução 352×280 *pixels*, corrompida pela superposição de um bloco preto de 20×20 *pixels*. O algoritmo de detecção, dividindo o quadro em blocos menores de 2×2 *pixels*, com uma janela de observação de 20×20 *pixels*, realiza a decomposição *wavelet* em 4 níveis, utilizando a família de *wavelets* Daubechies biortogonal 9-7 [13]. A análise da correlação das diferentes características, obtida a partir do bloco contaminado e 2 blocos vizinhos, permite a identificação dos coeficientes corrompidos. Na etapa seguinte, as amplitudes dos coeficientes do bloco corrompido são determinadas a partir de (7).



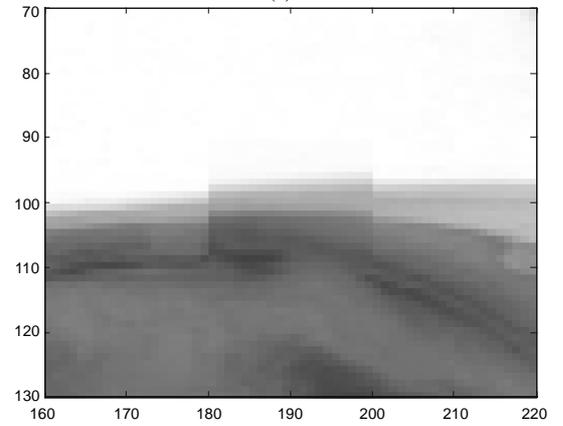
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 3. (a) Quadro da seqüência 'Foreman' contaminado por ruído. (b) Detalhe do quadro original. (c) Detalhe do quadro contaminado. (d) Detalhe do quadro corrigido.

A Figura 4 mostra os resultados obtidos para a correção da imagem 'Lena' com uma taxa de erro de *bits* de 10%, considerando o método proposto e outros dois métodos de correção apresentados na literatura [8], [9]. Nas áreas de bordas bem definidas e de detalhes, o desempenho do algoritmo aqui proposto é subjetiva e quantitativamente superior (ver Tabela 1).

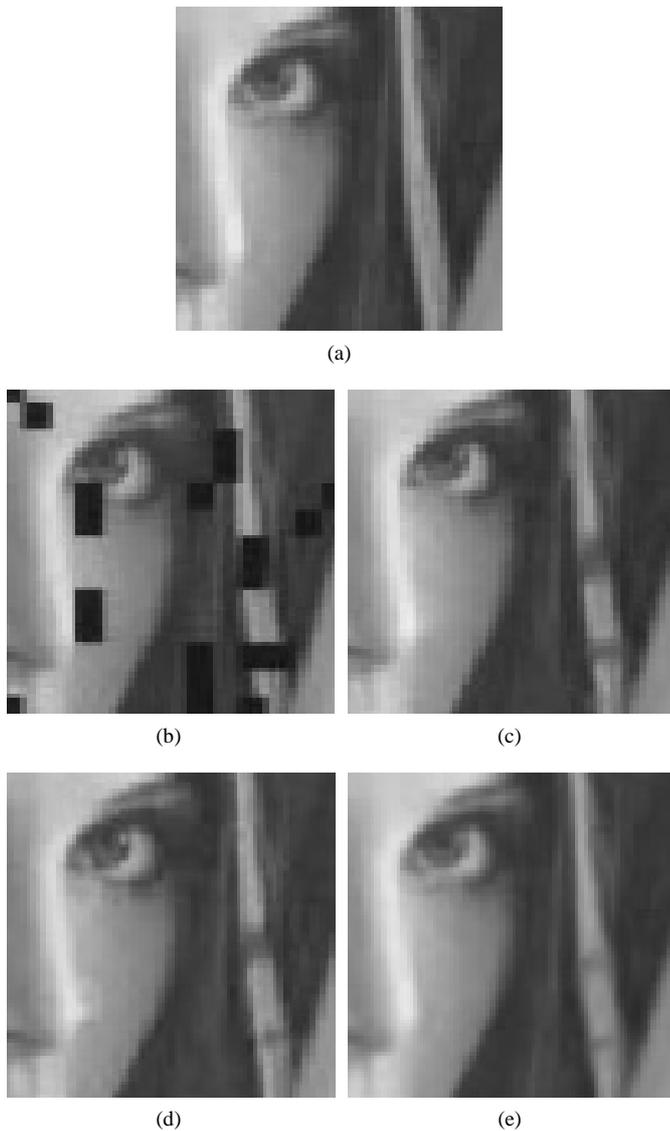


Fig. 4. Detalhes da imagem 'Lena'. (a) Imagem original. (b) Imagem corrompida por ruído aleatório. (c) Imagem corrigida pelo método proposto em [8]. (d) Imagem corrigida pelo método proposto em [9]. (e) Imagem corrigida pelo nosso método.

As Figuras 5 e 6 apresentam os resultados subjetivos e as curvas de PSNR, para diferentes taxas de *bits*, da aplicação dos três métodos comparados em um quadro corrompido da seqüência 'Football'. A Figura 7 ilustra os valores de PSNR obtidos para uma taxa de erro de *bits* (BER) de 5×10^{-5} *bits/bit*.

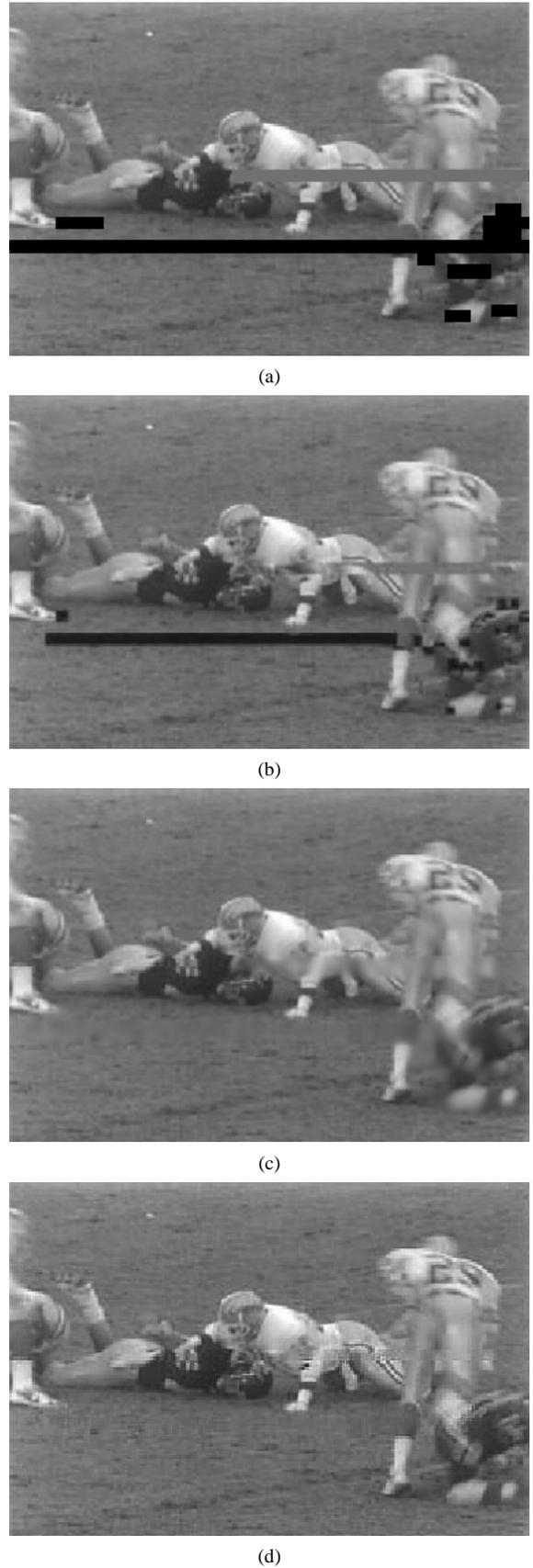


Fig. 5. Quadro da seqüência *Football*. (a) Quadro corrompido. (b) Quadro corrigido pelo método proposto em [8]. (c) Quadro corrigido pelo método proposto em [9]. (d) Quadro corrigido pelo nosso método.

TABELA 1
COMPARAÇÃO DE VALORES DE PSNR PARA DIFERENTES MÉTODOS

Imagem	PSNR (dB)
Imagem 'Lena' corrompida	18,7
Imagem reconstruída pelo método proposto em [8]	32,6
Imagem reconstruída pelo método proposto em [9]	32,3
Imagem reconstruída pelo nosso método	33,1

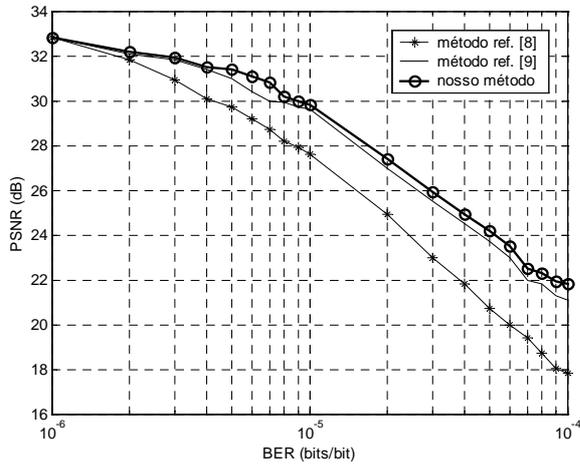


Fig. 6. Curvas de PSNR x BER para o quadro corrompido da seqüência 'Football' considerado na Figura 5.

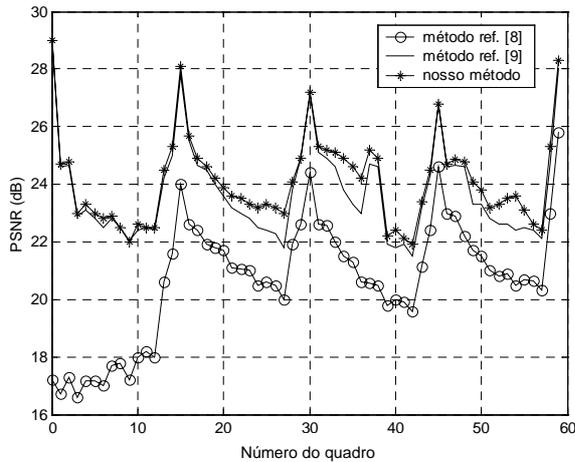


Fig. 7. Curvas de PSNR para diferentes quadros da seqüência 'Football' (BER = 5×10^{-5} bits/bit).

VI. CONCLUSÕES

Neste artigo, é proposta uma técnica para a correção de erro em seqüências de vídeo baseada na preservação da regularidade dos coeficientes *wavelet* do sinal de vídeo. A técnica estima a característica de decaimento dos coeficientes relativos a altas freqüências, construindo-se então um critério de detecção e correção de erro baseado na análise da correlação temporal de sub-blocos do quadro corrompido. Resultados de simulação atestam o bom desempenho do algoritmo proposto tanto em termos de PSNR quanto subjetivos, quando comparados a outros métodos propostos na literatura.

REFERÊNCIAS

- [1] "Video Coding for Low Bitrate Communication," *International Telecommunications Union*, Geneva, Switzerland, ITU-T Recommendation H.263, 1998.
- [2] W. K. Pratt *et al.*, "Hadamard Transform Image Coding," *Proc. IEEE*, vol. 57, no.1, pp. 58-68, Jan. 1969.
- [3] H. Magal *et al.*, "A Robust Error Resilient Video Compression Algorithm," *IEEE Military Comm. Conf.*, Conf. Record, vol. 1, pp. 247-251, Oct. 1994.
- [4] W. Kwok and H. Sun, "Multi-Directional Interpolation for Spatial Error Concealment," *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 39, no. 3, pp 455-460, Aug. 1993.
- [5] H. Sun *et al.*, "Error Concealment in Digital Simulcast AD-HDTV Decoder," *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 38, no. 3, pp. 108-118, Aug. 1992.
- [6] W.-M. Lam and A. R. Reibman, "An Error Concealment Algorithm for Images Subject to Channel Errors," *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 4, no. 5, pp. 533-542, May 1995.
- [7] J. W. Park *et al.*, "On the Error Concealment Technique for DCT Based Image Coding," *IEEE Int. Conf. on Acoust., Speech and Signal Proc.*, vol. 3, pp. 293-296, Apr. 1994.
- [8] W. Zhu and Y. Wang, "The Use of Second Order Derivative Based Smoothness Measure for Error Concealment in Transform Based Codecs," *Proc. SPIE Visual Comm. and Image Processing '95*, Taiwan, pp. 1205-1214, May 1995.
- [9] J. W. Park *et al.*, "DCT Coefficients Recovery-Based Error Concealment Technique and Its Application to the MPEG-2 Bit Stream Error," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Tech.*, vol. 7, no. 6, pp. 845-854, Dec. 1997.
- [10] J. Watkinson, *The Art of Digital Video*, Focal Press, 2. Ed., 1994.
- [11] R. J. Clarke, "On Transform Coding of Motion-compensated Difference Images," *IEE Proc. in Comm., Speech and Vision*, vol. 139, pp. 372-376, Jun. 1992.
- [12] P. Strobach *et al.*, "Space-variant Regular Decomposition Quadrees in Adaptive Interframe Coding," *Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing*, pp. 1096-1099, NY, 1988.
- [13] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*. CBMS-NSF Reg. Conf. Series in Appl. Mathematics, vol. 61, 1992.
- [14] G. Strang, "Creating and Comparing Wavelets," Department of Mathematics, MIT, Cambridge, Massachusetts, 1994.
- [15] S. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation," *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, vol. 11, pp. 674-693, Jul. 1989.
- [16] M. F. Cohen *et al.*, "Wavelets and their Applications in Computer Graphics," *Siggraph '95 Notes*, 1995.
- [17] S. Mallat and S. Zhong, "Characterization of Signals from Multiscale Edges," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, no. 7, pp. 710-732, 1992.
- [18] W. K. Carey *et al.*, "Regularity-Preserving Image Interpolation," *Int. Conf. Image Processing*, vol. 1, pp. 901-908, 1997.
- [19] S. R. M. Penedo, "Interpolação de Imagens Através da Análise de Regularidade Baseada em Decomposição Wavelet," *Dissertação de Mestrado*, Universidade Fed. de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- [20] A. Witkin, "Scale Space Filtering," *Joint Conf. on Artif. Intell.*, pp. 1019-1021, 1983.
- [21] Motion Picture Expert Group (JTC1/SC29/WG11) and Experts Group on ATM Video Coding (ITU-T SG15), "Generic Coding of Moving Pictures and Associated Audio MPEG-2," *Draft Int. Stand. 13818*, ISO/IEC, Nov. 1994.
- [22] H. Sun and W. Kwok, "Concealment of Damaged Block Transform Coded Images Using POCS," *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 4, pp. 470-477, Apr. 1995.
- [23] Y. Wang and Q. Zhu, "Signal Loss Recovery in DCT-based Image and Video Codecs," in *Proc. SPIE Visual Comm. and Image Processing*, Boston, MA, pp. 667-678, Nov. 1991.
- [24] Y. Wang, Q. Zhu, and L. Shaw, "Maximally Smooth Image Recovery in Transform Coding," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 41, pp. 1544-1551, Oct. 1993.