

Análise de Desempenho de Sistemas CDMA com Detecção Descorrelacionadora Multi-usuário em Canais AWGN e Canais com Desvanecimento Rayleigh

Celso de Almeida e Gabriel Moura da Silva

Resumo—Neste artigo, expressões simples e precisas são obtidas para o desempenho de um sistema CDMA síncrono e assíncrono, utilizando detector multi-usuário decorrelacionador em termos da probabilidade de erro de bit. Expressões de ganho de SIR em relação à detecção convencional foram propostas e obtidas em canais AWGN e também em canais com desvanecimento seletivo em frequência.

Palavras-Chave— CDMA, Detecção Multi-Usuário Decorrelacionadora, Ganho de Desempenho.

Abstract—In this article simple and precise expressions for the asymptotic multiuser efficiency of synchronous and asynchronous CDMA systems using multiuser decorrelating detection are obtained. Expressions for the SINR gain in relation to the conventional detection on AWGN and frequency-selective channels are proposed and also achieved.

Keywords— CDMA, Decorrelating Multiuser Detection, Performance Gain.

I. INTRODUÇÃO

As comunicações celulares estão em fase de transição para a terceira geração. A convergência de voz e dados em alta velocidade demanda por melhor desempenho dos esquemas de acesso. Na Europa e Estados Unidos os esquemas de terceira geração são baseados no esquema de acesso CDMA: WCDMA [1] and CDMA2000 [2], respectivamente.

Em sistemas CDMA, o desempenho é limitado principalmente pela interferência de múltiplo acesso (MAI). A MAI é a interferência de co-canal, conseqüência do fato das seqüências de espalhamento não serem ortogonais. O controle do efeito perto-longe é um ponto chave para garantir um desempenho uniforme nos usuários da célula, caso contrário usuários mais próximos da estação rádio-base (ERB) tendem a ter um desempenho melhor que usuários mais distantes.

Esforços têm sido feitos na direção de se aumentar a capacidade de sistemas CDMA e muitas técnicas têm sido desenvolvidas nos últimos anos. A detecção multi-usuário [3] é uma delas. O objetivo principal da detecção multi-usuário é o de se eliminar a MAI, às custas de pequeno aumento na potência do ruído. A detecção multi-usuário ótima, infelizmente apresenta complexidade exponencial com o número de usuários. Neste artigo, a detecção multi-usuário

decorrelacionadora (MUD-D), que faz parte da classe linear sub-ótima dos detectores multi-usuários é objeto de estudo.

O objetivo deste trabalho é o de apresentar o desempenho de sistemas CDMA usando a detecção MUD-D. Com esta finalidade, expressões simples da eficiência assintótica multi-usuário (AME), para sistemas síncronos e assíncronos, são obtidas [5]. O desenvolvimento dos valores médios da AME são novos na literatura, assim como as expressões de ganho obtidas a partir delas. Uma comparação de desempenho é feita entre sistemas CDMA que utilizam detecção convencional e detectores MUD-D, tanto para canais AWGN, quanto para canais com desvanecimento seletivo em frequência. Esta comparação é expressa na forma de um ganho de relação sinal-interferência-mais-ruído (SIR). Neste artigo, é suposta a modulação digital BPSK.

A Secção II apresenta a probabilidade de erro de bit média para sistemas CDMA usando detecção convencional e também usando detecção MUD-D em canais com ruído aditivo gaussiano branco (AWGN) e em canais com desvanecimento seletivo em frequência. Além disso, a definição da AME e os procedimentos para a obtenção de seu valor médio são estabelecidos. Na Secção III o ganho de SIR é proposto e determinado para canal AWGN e canal seletivo em frequência. Na Secção IV a probabilidade de erro de bit é obtida para detectores MUD-D em ambos os tipos de canais. Finalmente, na Secção V são apresentadas as conclusões.

II. CONCEITOS BÁSICOS

Esta secção apresenta algumas expressões que são fundamentais para o entendimento deste artigo.

A. Probabilidade de Erro de Bit em Canal AWGN

A probabilidade de erro de bit para um sistema CDMA em um canal AWGN é dada por:

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\gamma_b}\right) \quad (1)$$

onde $Q(x)$ é a função de erro gaussiana complementar, e γ_b é a relação sinal-interferência-mais-ruído.

A detecção convencional de sistemas CDMA, ou seja usando filtros casados, apresenta a seguinte expressão para a

relação SIR [6]:

$$\begin{aligned} \gamma_b &= \frac{1}{\ell + \frac{N_0}{E_b}} && \text{Caso Síncrono} \\ \gamma_b &= \frac{1}{\frac{2}{3}\ell + \frac{N_0}{E_b}} && \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (2)$$

onde E_b é a energia por bit, $N_0/2$ é a densidade espectral de potência bilateral do ruído aditivo gaussiano branco, $\ell = \frac{N-1}{G}$ é a carga do sistema, N é o número de usuários na célula e G é o ganho de processamento.

Sistemas CDMA que usam detecção MUD-D em canais AWGN, apresentam probabilidade de erro de bit dada por

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\bar{\gamma}_b}\right) \quad (3)$$

com SIR dada por:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_b &= \frac{E_b}{N_0} \bar{\eta} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\gamma}_b &= \frac{E_b}{N_0} \bar{\eta} && \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (4)$$

onde $\bar{\eta} \leq 1$ é a AME média [3].

B. Probabilidade de Erro de Bit em Canal com Desvanecimento Seletivo em Frequência

As expressões de probabilidade de erro de bit média, tanto para a detecção convencional [4], quanto para a detecção MUD-D são dadas por:

$$\begin{aligned} P_b &= \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_b}}} \right) \right]^L \sum_{j=0}^{L-1} \binom{L-1+j}{j} \\ &\times \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_b}}} \right) \right]^j \end{aligned} \quad (5)$$

onde L determina o número de percursos resolvíveis.

Para a detecção convencional, $\bar{\gamma}_b$ é dado por:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_b &= \frac{\sum_{l=1}^L \bar{\alpha}_l^2}{2L\ell\sigma^2 + \frac{2N_0}{A^2T_b}} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\gamma}_b &= \frac{\sum_{l=1}^L \bar{\alpha}_l^2}{\frac{4}{3}L\ell\sigma^2 + \frac{2N_0}{A^2T_b}} && \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (6)$$

onde α representa o desvanecimento Rayleigh, com $\bar{\alpha}^2 = 2\sigma^2$, onde σ é o desvio padrão do processo gaussiano que originou o desvanecimento Rayleigh, A representa a amplitude do sinal sem desvanecimento e T_b o intervalo de tempo de bit.

Considerando que todos os percursos apresentam mesmo valor de σ , então a relação SIR média para a detecção convencional em um canal com desvanecimento seletivo em frequência é dada por:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_b &= \frac{1}{\ell + \frac{N_0}{E_b}} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\gamma}_b &= \frac{1}{\frac{2}{3}\ell + \frac{N_0}{E_b}} && \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (7)$$

onde a relação sinal-ruído é dada por

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T_b L \sigma^2}{N_0} \quad (8)$$

Observe que (7) é idêntica a (2).

A relação SIR média para a detecção MUD-D em canais com desvanecimento seletivo em frequência é também dada por (4), com o valor de $\frac{E_b}{N_0}$ dado por 8.

C. Eficiência Assintótica Multi-Usuário

1) *Definição:* Para a detecção MUD-D, a AME do i -ésimo usuário é dada por [3]:

$$\begin{aligned} \eta_i &= \frac{1}{R_{ii}^{-1}} && \text{Caso Síncrono} \\ \eta_i &= \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [S(e^{j\omega})]_{ii}^{-1} d\omega \right)^{-1} && \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (9)$$

onde R_{ii}^{-1} e $[S(e^{j\omega})]_{ii}^{-1}$ representam o elemento da i -ésima linha e i -ésima coluna da inversa da matriz de correlação, para os casos síncrono e assíncrono, R e $S(e^{j\omega})$, respectivamente.

A inversa da matriz S pode ainda ser escrita como [3]:

$$[S(e^{j\omega})]_{ii}^{-1} = [S^T[1]e^{j\omega} + S[0] + S[1]e^{-j\omega}]_{ii}^{-1} \quad (10)$$

As matrizes de correlação para os casos síncrono e assíncrono são dadas por:

$$R_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{if } j = k \\ \xi_{jk} & \text{if } j \neq k \end{cases} \quad (11)$$

$$S_{jk}[0] = \begin{cases} 1 & \text{if } j = k \\ \rho_{jk} & \text{if } j < k \\ \rho_{kj} & \text{if } j > k \end{cases} \quad (12)$$

$$S_{jk}[1] = \begin{cases} 0 & \text{if } j \geq k \\ \rho_{kj} & \text{if } j < k \end{cases} \quad (13)$$

onde os elementos das matrizes são dados por:

$$\begin{aligned} \xi_{jk} &= \xi_{kj} = \int_0^{T_b} s_j(t) s_k(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \\ &\times \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ \rho_{jk} &= \int_{\tau_k}^{\tau_j + T_b} s_j(t - \tau_j) s_k(t - \tau_k) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \\ &\times \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ \rho_{kj} &= \int_{\tau_j}^{\tau_k} s_j(t - \tau_j) s_k(t - \tau_k + T_b) \cos(2\pi f_0 t + \phi_j) \\ &\times \cos(2\pi f_0 t + \phi_k) dt \\ s_k(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sum_{i=1}^G d_{ki} p_{T_c}(t - iT_c + T_c) \end{aligned} \quad (14)$$

e T_c é o intervalo de tempo de chip, $s_k(t)$ representa a sequência de espalhamento em banda-base do k -ésimo usuário, $d_{ki} \in \{-1, +1\}$, com $k = 1, \dots, N$ e $i = 1, \dots, G$. Além disso, p_{T_c} denota um pulso retangular de amplitude unitária e duração de um chip, τ_k representa o atraso do sinal do k -ésimo usuário, ϕ_k a fase inicial da portadora do k -ésimo usuário e f_0 é a frequência da portadora. É importante mencionar que estas expressões são válidas para $\tau_k \geq \tau_j$.

2) *Eficiência Assintótica Multi-Usuário Média*: De acordo com [3], a AME para dois usuários para os casos síncrono e assíncrono é dada, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} \eta_2 &= 1 - \xi_{12}^2 \\ \eta_2 &= \sqrt{\left[1 - (\rho_{12} + \rho_{21})^2\right] \left[1 - (\rho_{12} - \rho_{21})^2\right]} \quad (15) \end{aligned}$$

Embora para o caso síncrono, a média em relação à escolha das seqüências de espalhamento pode ser obtida diretamente, para o caso assíncrono a AME necessita de algumas aproximações. Expandindo a AME do caso assíncrono, temos:

$$\eta_2 = \sqrt{\left[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)\right]^2 - 4\rho_{12}^2\rho_{21}^2} \quad (16)$$

Considerando que $\sqrt{x^2 - e} \cong x - \frac{e}{2}$ para $e \ll x^2$ e considerando do ponto de vista médio que $\left[1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2)\right]^2 \gg 4\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ então é possível escrever (16) como:

$$\eta_2 \cong 1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) - 2\rho_{12}^2\rho_{21}^2 \quad (17)$$

Ainda do ponto de vista médio, podemos escrever que $1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) \gg 2\rho_{12}^2\rho_{21}^2$ que permite obter a seguinte aproximação da AME média para o caso assíncrono:

$$\eta_2 \cong 1 - (\rho_{12}^2 + \rho_{21}^2) \quad (18)$$

Assim sendo, temos os valores da AME média, para os casos síncrono e assíncrono, respectivamente:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_2 &= 1 - \bar{\xi}_{12}^2 && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\eta}_2 &\cong 1 - \bar{\rho}_{12}^2 - \bar{\rho}_{21}^2 && \text{Caso Assíncrono} \quad (19) \end{aligned}$$

Supondo o uso de seqüências de espalhamento aleatórias, temos que os valores quadráticos médios dos elementos da matriz de correlação para $i \neq j$ são dados por $\bar{\xi}_{ij}^2 = \frac{1}{2G_2}$ e $\bar{\rho}_{ij}^2 = \bar{\rho}_{ji}^2 = \frac{1}{6G_2}$ [3], para os casos síncrono e assíncrono, respectivamente, onde G_2 representa o ganho de processamento para dois usuários. O caso síncrono ocorre na modelagem de enlaces diretos, enquanto que o caso assíncrono ocorre na modelagem de enlaces reversos de sistemas de comunicações móveis.

Assim, a AME média pode ser escrita em função de G_2 , como segue:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_2 &= \frac{2G_2 - 1}{2G_2} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\eta}_2 &\cong \frac{3G_2 - 1}{3G_2} && \text{Caso Assíncrono} \quad (20) \end{aligned}$$

Estas expressões foram obtidas para apenas dois usuários. Entretanto, é o nosso desejo obtê-las para qualquer número de usuários. A AME não se altera, se a carga, $\frac{N-1}{G}$, não se alterar. Assim, igualando a carga correspondente a dois usuários, com a carga correspondente a N usuários, temos $G_2 = \frac{G}{N-1}$, onde G é o ganho de processamento para N usuários. Substituindo G_2 em (20), podemos escrever que:

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \frac{2G - N + 1}{2G} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\eta} &\cong \frac{3G - N + 1}{3G} && \text{Caso Assíncrono} \quad (21) \end{aligned}$$

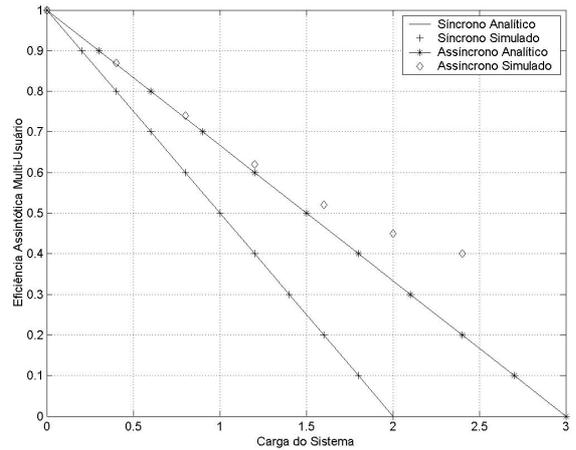


Fig. 1. Comparação entre a AME Média para os Casos Síncrono e Assíncrono Analítico e Simulado em Função da Carga de Sistema para $G = 128$.

Podemos escrever (21) em função da carga do sistema, resultando em:

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \frac{2 - \ell}{2} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\eta} &\cong \frac{3 - \ell}{3} && \text{Caso Assíncrono} \quad (22) \end{aligned}$$

A Fig. 1 mostra uma comparação entre a eficiência assintótica média analítica, dada por (22) para os casos síncrono e assíncrono, com os valores obtidos através da simulação usando o método de Monte Carlo para $G = 128$. A divergência entre as curvas para o caso assíncrono, conforme a carga cresce, pode ser explicada pela aproximação realizada, quando da obtenção da AME média. Na literatura, a AME foi obtida para o caso síncrono [3], [7]. Eles consideraram transmissão em banda-base. Para o caso assíncrono, foi utilizada um detector descorrelacionador que utiliza janela truncada [7]. Esta abordagem produz resultados bastante pessimistas, quando comparados ao caso assíncrono verdadeiro.

III. GANHO DE SIR ENTRE RECEPTORES DESCORRELACIONADORES E CONVENCIONAIS

A. Canal AWGN

Usando (22) em (4) é possível reescrever a SIR média $\bar{\gamma}_b$ para o caso do detector MUD-D como:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_b &= \frac{E_b(2 - \ell)}{2N_0} && \text{Caso Síncrono} \\ \bar{\gamma}_b &= \frac{E_b(3 - \ell)}{3N_0} && \text{Caso Assíncrono} \quad (23) \end{aligned}$$

Comparando (23) com (2) é possível definir o ganho de relação sinal-interferência-ruído entre receptores MUD-D e receptores que utilizam detecção convencional como,

$$\begin{aligned} \mathcal{G} &= \frac{(2 - \ell) \left(\ell \frac{E_b}{N_0} + 1 \right)}{2} && \text{Caso Síncrono} \\ \mathcal{G} &= \frac{(3 - \ell) \left(2\ell \frac{E_b}{N_0} + 3 \right)}{9} && \text{Caso Assíncrono} \quad (24) \end{aligned}$$

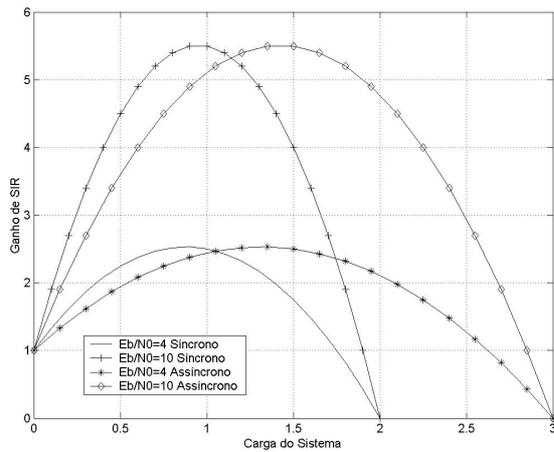


Fig. 2. Ganho de SIR entre os Receptores MUD-D e Convencionais em Função da Carga de Sistema para os casos Síncrono e Assíncrono e em função da relação $\frac{E_b}{N_0}$.

É fácil mostrar que receptores MUD-D apresentam melhor SIR que receptores convencionais, para a carga do sistema no intervalo:

$$\begin{aligned} 0 \leq \ell \leq 2 - \frac{1}{\frac{E_b}{N_0}} & \quad \text{Caso Síncrono} \\ 0 \leq \ell \leq 3 - \frac{3}{2\frac{E_b}{N_0}} & \quad \text{Caso Assíncrono} \end{aligned} \quad (25)$$

onde o limitante superior, para $\frac{E_b}{N_0} \gg 1$, é próximo de 2 e 3 para os casos síncrono e assíncrono, respectivamente.

Derivando a expressão do ganho em relação à carga e igualando a zero, temos que máximo ganho de SIR ocorre aproximadamente na metade do limitante superior da carga, ou seja $\ell \simeq 1$ para o caso síncrono, e $\ell \simeq \frac{3}{2}$ para o caso assíncrono, respectivamente.

Além disso, substituindo a carga correspondente ao ganho máximo, na expressão do ganho, temos o ganho máximo que é dado por:

$$\mathcal{G} \simeq \frac{\frac{E_b}{N_0} + 1}{2} \quad (26)$$

Note que o ganho máximo depende apenas da relação sinal-ruído, $\frac{E_b}{N_0}$. Próximo da capacidade do canal AWGN, ou seja para $\frac{E_b}{N_0} = \ln 2 \simeq 1$, o ganho máximo é dado por $\mathcal{G} = 1$. Isto significa, a detecção convencional com codificação de canal apropriada, ou seja próximo da capacidade de canal, pode ter desempenho equivalente a receptores MUD-D.

A Fig. 2 mostra o ganho de SIR entre receptores MUD-D e receptores convencionais, usando (24) em função da carga do sistema ℓ para $\frac{E_b}{N_0} = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10$.

B. Canal com Desvanecimento Seletivo em Frequência

Para o caso de canais com desvanecimento seletivo em frequência, o ganho de SIR, obtido pela razão entre as SIR médias correspondentes aos detectores MUD-D e convencional, também é dado por (24). Portanto, todas as conclusões

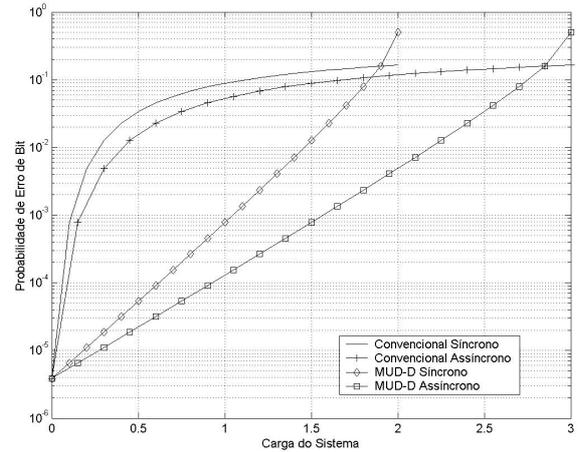


Fig. 3. Comparação da Probabilidade de Erro de Bit para Canais AWGN entre Receptores Convencionais e Receptores MUD-D para os Casos Síncrono e Assíncrono em Função da Carga de Sistema e para $\frac{E_b}{N_0} = 10$.

tiradas a respeito do ganho de SIR para o canal AWGN são válidas em canais com desvanecimento.

IV. PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT MÉDIA

A Fig. 3 apresenta uma comparação entre a probabilidade de erro de bit média para receptores MUD-D e receptores convencionais em um canal AWGN em função da carga do sistema para $\frac{E_b}{N_0} = 10$. Os resultados desta figura confirmam as conclusões obtidas das expressões de ganho apresentadas anteriormente.

A Fig. 4 apresenta uma comparação entre a probabilidade de erro de bit média para receptores MUD-D e receptores convencionais em um canal com desvanecimento seletivo em frequência em função da carga do sistema, para $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10$.

V. CONCLUSÕES

Expressões simples e precisas foram obtidas para a AME média de sistemas CDMA síncronos e assíncronos que utilizam receptores MUD-D. Estas expressões permitiram obter o desempenho de sistemas CDMA, que utilizam detectores MUD-D, em canais AWGN e também em canais com desvanecimento. O ganho de SIR obtido, que representa o ganho da detecção MUD-D em relação à detecção convencional é bastante apreciável e depende basicamente da carga do sistema de relação sinal-ruído. É importante ressaltar que o valor médio da AME para o caso assíncrono é inédito na literatura, assim como a obtenção das expressões de ganho de SIR.

A expressão de AME média é exata para o caso síncrono. Para o caso assíncrono e para cargas inferiores a 100%, o erro é menor que 5%. Como em cenários práticos, a carga dificilmente excede os 50%, podemos afirmar que a expressão de ganho de SIR, e portanto a probabilidade de erro de bit, para o caso assíncrono é bastante precisa.

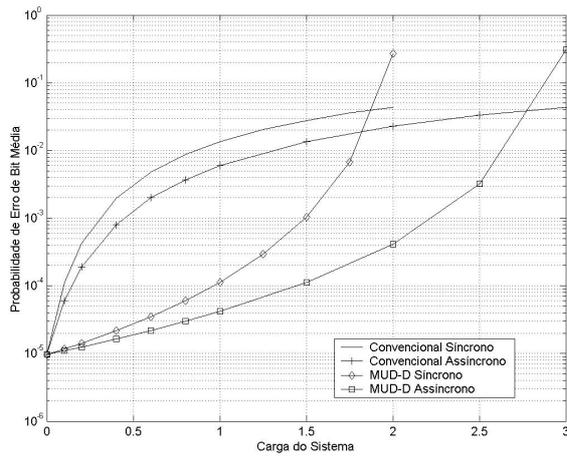


Fig. 4. Comparação da Probabilidade de Erro de Bit Média em Canais com Desvanecimento Seletivo em Freqüência entre Receptores MUD-D e Receptores Convencionais para os Casos Síncrono e Assíncrono em Função da Carga de Sistema, para $L = 4$ e $\frac{E_b}{N_0} = 10$.

REFERÊNCIAS

- [1] E. Dahlman, P. Beming, J. Knutsson, F. Ovesjö, M. Persson and C. Roobol - "WCDMA - The Radio Interface for Future Mobile Multimedia Communications- IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 47, No 4, November 1998.
- [2] Y.S. Rao and A. Kripalani - "CDMA2000 Mobile Radio Access for IMT 2000- ICPWC, 1999.
- [3] S. Verdu - "Multiuser Detection- Cambridge Press - 1998.
- [4] J.G.Proakis - "Digital Communications- 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [5] Gabriel Moura da Silva - Desempenho de Sistemas CDMA com Detector Multi-Usuário Descorrelacionador - Tese de Mestrado - FEEC, UNICAMP, 2002.
- [6] R. K. Morrow, JR and J. S. Lehnert - "Bit-to-Bit Error Dependence in Slotted DS/SSMA Packet Systems with Random Signature Sequences- IEEE Transactions on Communications, Vol. 37, No 10, October 1989.
- [7] U. Madhow and M. L. Honig - "On the Average Near-Far Resistance for MMSE Detection of Direct Sequence CDMA Signals with Random Spreading- IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 45, No. 6, September 1999.