

Análise de Filtros de Microfita através de Autofunções usando o Método dos Momentos

Odilon M. C. Pereira Filho, Luiz C. da Silva e Felipe S. de Oliveira

Resumo—Este artigo apresenta a formulação da análise de filtros de microfita através do Método dos Momentos usando exclusivamente autofunções dos problemas bi-dimensionais correspondentes, sejam modos propagantes ou evanescentes, nas linhas de transmissão de entrada e saída, e nos ressoadores. Exemplo e comparação com resultados disponíveis são incluídos.

Palavras-Chave—microondas, filtros de microfita, método dos momentos.

Abstract—This paper presents the formulation for microstrip filter analysis through Method of Moments using exclusively eigenfunctions of the 2D corresponding problems, propagating and evanescent modes, at input and output transmission lines, and at resonators. Example and comparison with available results are included.

Keywords—microwave, microstrip filter, method of moments.

I. INTRODUÇÃO

Circuitos planares de microondas tem sido analisados através de uma variedade de técnicas. Dentre elas destaca-se a utilização da equação integral em conjunto com o Método dos Momentos [1], onde as correntes nos circuitos planares são expandidas em um conjunto de funções conhecidas, chamadas de funções de base, e a equação integral é testada através de funções de peso, resultando na transformação da equação integral em um sistema linear de equações. Apesar de reconhecidamente bastante precisa, a aplicação de tal técnica normalmente resulta num esforço computacional intenso.

Existem 2 formas de se tentar superar essa limitação computacional. A primeira forma é através da otimização da avaliação numérica das integrais envolvidas no Método dos Momentos, mantendo-se a expansão das correntes em um elevado número de funções de base. Dentro dessa primeira forma situa-se a imensa maioria dos trabalhos já publicados [2]-[9]. A segunda forma de tentar superar as limitações computacionais do Método dos Momentos é através da limitação do número de funções de base. Para tanto faz-se necessário uma análise física prévia do circuito a ser estudado, de forma a propor um conjunto de funções de base que representem suficientemente bem as correntes existentes no mesmo. Em [10], as correntes no filtro são expandidas em

um conjunto mixto de autofunções da linha de transmissão correspondente a cada porta do filtro, e em harmônicos em cada ressoador do filtro. Tal formulação representa um estágio intermediário entre a expansão em um alto número de funções de base de sub-domínio, e uma expansão exclusivamente em autofunções da linha de transmissão correspondente a cada porção do filtro, que é objeto do presente artigo.

Do ponto de vista de excitação os métodos aplicados a circuitos planares em microondas podem ser divididos em 2 classes conforme um gerador de tensão é utilizado, ou uma corrente é incidente ao circuito. O primeiro grupo fornece uma forma simples de excitação, mas requer o pós-processamento da solução do Método dos Momentos para obtenção dos parâmetros do circuito, usando, por exemplo, o Método Matrix Pencil [11]. Já a utilização de correntes impressas pode dispensar o pós-processamento, já que os parâmetros podem ser obtidos diretamente da solução do sistema linear do Método dos Momentos. O presente artigo utiliza excitação por correntes impressas.

II. FORMULAÇÃO

A Figura 1 mostra um filtro de microfita formado por 2 linhas de transmissão (entrada e saída) e por ressoadores acoplados, em um meio composto por 3 camadas dielétricas, homogêneas, isotrópicas e sem perdas, no interior de um guia de ondas retangular. Todos os metais são assumidos condutores perfeitos, e a variação temporal da forma e^{jwt} é assumida e suprimida. A Figura 2 mostra uma vista lateral do filtro. Por simplicidade foi incluído apenas 1 ressoador, mas um número arbitrário pode ser usado. A linha de transmissão da porta 1 se estende de $-\infty$ a z_{p1} , o ressoador vai de z_{r1} a z_{r2} , e a linha da porta 2 vai de z_{p2} ao $+\infty$. O problema será analisado através do Método dos Momentos, como descrito a seguir.

A. Excitação

A presente formulação utiliza correntes impressas como forma de excitação do circuito. Para o caso em que a porta 1 é excitada temos:

$$J_{z1}^{in}(x, z) = f_1(x)e^{-j\beta_1(z-z_{p1})}U(z_{p1} - z) \quad (1)$$

onde β_1 é a constante de fase do modo *quasi-TEM* da linha de transmissão na porta 1, $f_1(x)$ é a variação transversal da

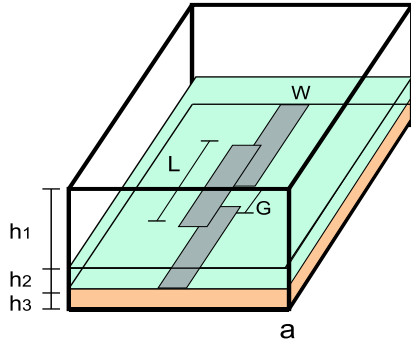


Fig. 1. Filtro de Microfita.

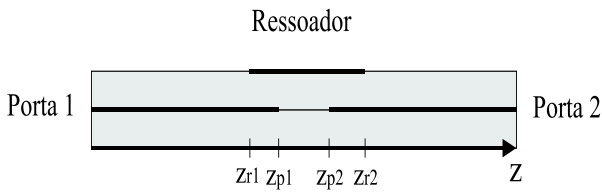


Fig. 2. Vista lateral do filtro.

corrente do mesmo modo, e $U(z)$ é a função degrau unitário. β_1 e $f_1(x)$ são obtidos previamente através da análise bi-dimensional da linha de transmissão de mesmas dimensões transversais que a porta 1. A transformada de Fourier (discreta em x , e contínua em z) de J_{z1}^{in} é dada por:

$$\tilde{J}_{z1}^{in}(\alpha_n, k_z) = F_1(\alpha_n) e^{jk_z z_{p1}} \left[\pi \delta(k_z - \beta_1) + \frac{1}{j(k_z - \beta_1)} \right] \quad (2)$$

onde $\alpha_n = n\pi/a$, e $F_1(\alpha_n)$ é a transformada de Fourier discreta (senos) de $f_1(x)$.

B. Funções de Base

As funções de base usadas na linha de transmissão da porta 1 provém dos modos excitados pela corrente incidente. Como o modo *quasi-TEM* é o único que se propaga na porta 1, o campo espalhado contém uma onda propagante e ondas evanescentes provenientes dos modos superiores cortados:

$$J_{z1}^{sc}(x, z) = f_1(x) e^{+j\beta_1(z-z_{p1})} U(z_{p1} - z) \quad (3)$$

$$J_{z1q}^{ev}(x, z) = f_{1q}(x) e^{\alpha_{1q}(z-z_{p1})} U(z_{p1} - z) \quad (4)$$

onde $J_{z1q}^{ev}(x, z)$ representa a corrente associada ao q^o modo superior, com constante de atenuação α_{1q} , e variação transversal da corrente $f_{1q}(x)$, ambas obtidas previamente através de

análise bi-dimensional da porta 1. As transformadas de Fourier das funções de base acima são dadas por:

$$\tilde{J}_{z1}^{sc}(\alpha_n, k_z) = F_1(\alpha_n) e^{jk_z z_{p1}} \left[\pi \delta(k_z + \beta_1) + \frac{1}{j(k_z + \beta_1)} \right] \quad (5)$$

$$\tilde{J}_{z1q}^{ev}(\alpha_n, k_z) = F_{1q}(\alpha_n) e^{jk_z z_{p1}} \frac{1}{\alpha_{1q} + jk_z} \quad (6)$$

onde $F_{1q}(\alpha_n)$ é a transformada de Fourier discreta de $f_{1q}(x)$. A corrente total na porta 1 é dada por:

$$J_{z1}(x, z) = J_{z1}^{in}(x, z) - s_{11} J_{z1}^{sc}(x, z) - \sum_{q=1}^{N_{1e}} a_q J_{z1q}^{ev}(x, z) \quad (7)$$

onde N_{1e} é o número de ondas evanescentes na porta 1.

A principal contribuição do presente artigo está na modelagem proposta das correntes nos ressoadores. Nela a corrente em cada um dos ressoadores é expandida nas autofunções da linha de transmissão na mesma posição e dimensões transversais. Isto inclui tanto os modos *quasi-TEM* propagantes nas direções $+z$ e $-z$, quanto os modos evanescentes excitados a partir de cada extremidade do ressonador, e limitados entre as extremidades do mesmo z_{r1} e z_{r2} :

$$J_{zr}^{+}(x, z) = f_r(x) e^{-j\beta_r(z-z_{r1})} [U(z-z_{r1}) - U(z-z_{r2})] \quad (8)$$

$$J_{zr}^{-}(x, z) = f_r(x) e^{+j\beta_r(z-z_{r2})} [U(z-z_{r1}) - U(z-z_{r2})] \quad (9)$$

$$J_{zr}^{e+}(x, z) = f_{rq}(x) e^{-\alpha_{rq}(z-z_{r1})} [U(z-z_{r1}) - U(z-z_{r2})] \quad (10)$$

$$J_{zr}^{e-}(x, z) = f_{rq}(x) e^{+\alpha_{rq}(z-z_{r2})} [U(z-z_{r1}) - U(z-z_{r2})] \quad (11)$$

onde β_r e f_r são a constante de fase e variação transversal da corrente do modo *quasi-TEM*, e α_{rq} e f_{rq} são a constante de atenuação e variação transversal do q^o modo superior, todos obtidos previamente através de análise bi-dimensional. As transformadas de Fourier das funções de base nos ressoadores são dadas por:

$$\tilde{J}_{zr}^{+}(\alpha_n, k_z) = F_r(\alpha_n) e^{jk_z z_{r1}} \frac{e^{j(k_z - \beta_r)(z_{r2} - z_{r1})} - 1}{j(k_z - \beta_r)} \quad (12)$$

$$\tilde{J}_{zr}^{-}(\alpha_n, k_z) = F_r(\alpha_n) e^{jk_z z_{r2}} \frac{1 - e^{-j(k_z + \beta_r)(z_{r2} - z_{r1})}}{j(k_z + \beta_r)} \quad (13)$$

$$\tilde{J}_{zrq}^{e+}(\alpha_n, k_z) = F_{rq}(\alpha_n) e^{jk_z z_{r1}} \frac{e^{j(k_z - \alpha_{rq})(z_{r2} - z_{r1})} - 1}{jk_z - \alpha_{rq}} \quad (14)$$

$$\tilde{J}_{zrq}^{e-}(\alpha_n, k_z) = F_{rq}(\alpha_n) e^{jk_z z_{r2}} \frac{1 - e^{-(jk_z + \alpha_{rq})(z_{r2} - z_{r1})}}{jk_z + \alpha_{rq}} \quad (15)$$

onde $F_r(\alpha_n)$ e $F_{rq}(\alpha_n)$ são as transformadas de Fourier discretas de $f_r(x)$ e $f_{rq}(x)$. A corrente total em cada ressonador

é dada por:

$$J_{zr}(x, z) = c_r J_{zr}^+(x, z) - d_r J_{zr}^-(x, z) + \sum_{q=1}^{Nre} [e_{rq} J_{zrq}^{e+}(x, z) - f_{rq} J_{zrq}^{e-}(x, z)] \quad (16)$$

onde N_{re} é o número de ondas evanescentes geradas a partir de cada extremidade do ressoador r .

Na porta 2 a corrente espalhada é expandida na componente *quasi-TEM* e nos modos superiores:

$$J_{z2}^{sc}(x, z) = f_2(x) e^{-j\beta_2(z-z_{p2})} U(z - z_{p2}) \quad (17)$$

$$J_{z2q}^{ev}(x, z) = f_{2q}(x) e^{-\alpha_{2q}(z-z_{p2})} U(z - z_{p2}) \quad (18)$$

onde β_2 , $f_2(x)$, α_{2q} e $f_{2q}(x)$ são referentes à linha de transmissão na porta 2. As transformadas de Fourier das funções de base acima são dadas por:

$$\tilde{J}_{z2}^{sc}(\alpha_n, k_z) = F_2(\alpha_n) e^{jk_z z_{p2}} \left[\pi \delta(k_z - \beta_2) - \frac{1}{j(k_z - \beta_2)} \right] \quad (19)$$

$$\tilde{J}_{z2q}^{ev}(\alpha_n, k_z) = -F_{2q}(\alpha_n) e^{jk_z z_{p2}} \frac{1}{-\alpha_{2q} + jk_z} \quad (20)$$

onde $F_2(\alpha_n)$ e $F_{2q}(\alpha_n)$ são as transformadas de Fourier discretas de $f_2(x)$ e $f_{2q}(x)$. A corrente total na porta 2 será:

$$J_{z2}(x, z) = s_{21} J_{z2}^{sc}(x, z) + \sum_{q=1}^{N2e} b_q J_{z2q}^{ev}(x, z) \quad (21)$$

onde N_{2e} é o número de ondas evanescentes na porta 2.

C. Aplicação do Método dos Momentos

A equação integral do campo elétrico (EFIE) resulta da aplicação das condições de contorno na superfície do filtro:

$$\begin{aligned} -s_{11} E_z(J_{z1}^{sc}) - \sum_{q=1}^{N1e} a_q E_z(J_{z1q}^{ev}) + s_{21} E_z(J_{z2}^{sc}) + \\ \sum_{q=1}^{N2e} b_q E_z(J_{z2q}^{ev}) + \sum_{r=1}^{Nr} \left\{ c_r E_z(J_{zr}^+) - d_r E_z(J_{zr}^-) + \right. \\ \left. \sum_{q=1}^{Nre} [e_{rq} E_z(J_{zrq}^{e+}) - f_{rq} E_z(J_{zrq}^{e-})] \right\} = -E_z(J_{z1}^{in}) \end{aligned} \quad (22)$$

O sistema linear do Método dos Momentos é formado tomando-se o produto interno da equação integral acima por funções de teste tipo *rooftop*. Cada produto interno é obtido usando as Funções de Green do problema [9] e propriedades das transformadas, na forma:

$$\langle W_z, E_z(J_z) \rangle = \frac{a}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-k_z}{w\epsilon_2} \frac{\partial \tilde{G}_{A0z}^s}{\partial y} + \alpha_n \tilde{G}_{F0z}^c \right) \tilde{J}_z(\alpha_n, k_z) \tilde{W}_z(\alpha_n, -k_z) dk_z \quad (23)$$

Um total de $(N_{1e} + N_{2e} + \sum_{r=1}^{Nr} N_{re})$ funções de teste são usadas, resultando no mesmo número de equações lineares.

As $2(N_r + 1)$ condições restantes são obtidas impondo-se correntes nulas em z_{p1} , z_{p2} , e nas extremidades de cada ressoador, i.e., z_{r1} e z_{r2} . De (7), (16) e (21):

$$-s_{11} - \sum_{q=1}^{N1e} a_q = -1 \quad (24)$$

$$s_{21} + \sum_{q=1}^{N2e} c_q = 0 \quad (25)$$

$$c_r - d_r e^{-j\beta_r(z_{r2}-z_{r1})} + \sum_{q=1}^{Nre} [e_{rq} - f_{rq} e^{-\alpha_{rq}(z_{r2}-z_{r1})}] = 0 \quad (26)$$

$$c_r e^{-j\beta_r(z_{r2}-z_{r1})} - d_r + \sum_{q=1}^{Nre} [e_{rq} e^{-\alpha_{rq}(z_{r2}-z_{r1})} - f_{rq}] = 0 \quad (27)$$

Desta forma completa-se o sistema linear cujas incógnitas são os coeficientes das funções de base.

$$[Z][I] = [V] \quad (28)$$

O caso de incidência pela porta 2 é feito similarmente. Os parâmetros S são obtidos diretamente a partir das amplitudes das ondas de corrente propagantes espalhadas (s_{11} , s_{12} , s_{21} , s_{22}) usando reciprocidade [9].

A convergência dos elementos da matriz Z foi acelerada usando o método da integral de contorno aplicado a uma forma apropriada do limite assintótico do integrando. O procedimento é similar ao descrito em [9], com especificidades para cada tipo de função de base utilizada.

III. RESULTADOS

Como exemplo da aplicação do formalismo apresentado, considere o filtro construído sobre 2 dielétricos de constante $\epsilon_r = 2.33$, e espessura $h = 0.8382$ mm (vide Figura 1). As linhas de transmissão de entrada e saída tem largura $W = 2.3$ mm, com um gap entre elas de $G = 1.0$ mm. O ressoador é disposto simetricamente sobre o gap, com a mesma largura da fita, e comprimento $L = 27.3$ mm. Figura 3 mostra a magnitude dos parâmetros S para o filtro acima, na faixa de 2 a 6 GHz. As correntes espalhadas nas linhas de transmissão das portas 1 e 2 são modeladas com 1 modo propagante e 4 evanescentes, enquanto no ressoador foram usados 2 modos propagantes e 6 evanescentes, fazendo um total de 18 funções de base. Os resultados são comparados com os obtidos usando cerca de 20 vezes mais funções de base de subdomínio tipo *rooftop* [9] e com resultados obtidos para a geometria aberta (sem o confinamento no guia) [12]. Podemos observar o típico deslocamento de ressonância entre os casos confinados e abertos. Observa-se também uma ótima concordância entre os resultados obtidos com o modelo usando funções *rooftops* e os obtidos com a utilização de autofunções. Sendo que a utilização de autofunções mostrou-se 5 vezes mais rápida que com funções *rooftops*, o que decorre do menor número de funções de base. Em contrapartida observou-se uma piora no condicionamento da matriz Z à medida em que aumenta-se o

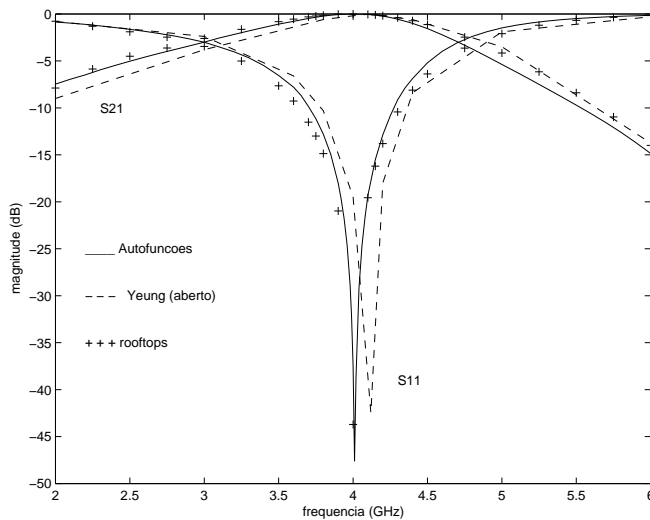


Fig. 3. Magnitude de S_{11} e S_{21} para o filtro com 1 ressonador: $a = b = 20$ mm, $h = 0.8382$ mm, $\epsilon_r = 2.33$, $w = 2.3$ mm, $G = 1.0$ mm, $L = 27.3$ mm

número de autofunções evanescentes em uma extremidade, o que se deve à proximidade das constantes de atenuação dos modos evanescentes.

IV. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou a formulação e resultados da análise de filtros de microfita usando exclusivamente autofunções do problema bi-dimensional para modelar as correntes no mesmo. Os resultados obtidos indicam uma redução no número de funções de base por um fator de 20, e uma redução no tempo computacional por um fator de 5, o que demonstra as vantagens da formulação apresentada.

REFERÊNCIAS

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1993.
- [2] J. R. Mosig e F. E. Gardiol, *A Dynamical Radiation model for Microstrip Structures*, Advances in Electronics and Electron Physics, vol. 59, P. W. Hawkes, Ed. New York: Academic Press, 1982, pp. 139-237.
- [3] Y. L. Chow, J. J. Yang, D. G. Fang, e G. E. Howard, *A Closed-Form Spatial Green's Function for the Thick Microstrip Substrate*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 39, No. 3, March 1991, pp. 588-592.
- [4] M. I. Aksun e R. Mittra, *Derivation of Closed-Form Green's Functions for a General Microstrip Geometry*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 40, No. 11, November 1992, pp. 2055-61.
- [5] H. Yang, A. Nakatani and J. A. Castaneda, *Efficient Evaluation of Spectral Integrals in the Moment Method Solution of Microstrip Antennas and Circuits*, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. AP-38, No. 7, July 1990, pp.1127-30.
- [6] J. C. Rautio and R. F. Harrington, *An Electromagnetic Time-Harmonic Analysis of Shielded Microstrip Circuits*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 35, No. 8, August 1987, pp. 726-30.
- [7] A. Hill and V. K. Tripathi, *An Efficient Algorithm for the Three-Dimensional Analysis of Passive Microstrip Components and discontinuities for Microwave and Millimeter-Wave Integrated Circuits*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 39, No. 1, January 1991, pp. 83-91.
- [8] S. Hashemi-Yeganeh, *On the Summation of Double Infinite Series Field Computations Inside Rectangular Cavities*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. 43, No. 3, March 1995, pp. 641-46.
- [9] O. M. C. Pereira-Filho and T. K. Sarkar, *Full-Wave Analysis of MICs in Multilayer Dielectric Media in a Rectangular Waveguide*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 48, No. 10, October 2000, pp. 1611-22.
- [10] O. Pereira-Filho, L. C. da Silva, *Microstrip Filter Analysis using a set of Full-domain Basis Functions*, Proceedings do IMOC-2003, International Microwave and Optoelectronics Conference, Foz do Iguacu 20-23 setembro de 2003, vol. 1, pp. 13-16.
- [11] T.K. Sarkar and O. M. Pereira, *Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 37, No.1, Fevereiro 1995, pp. 48-55.
- [12] E. K. L. Yeung, J. C. Beal e Y. M. M. Antar, *Multilayer Microstrip Structure Analysis with Matched Load Simulation*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-43, No. 1, January 1995, pp. 143-49.