

# Avaliação da Potência de Interferência Mútua por Meio de Arranjo de Antenas Linear Simétrico na Estação Radiobase

Wamberto J. L. Queiroz e Marcelo S. Alencar

**Resumo**—Um parâmetro bastante usado no estudo e projeto de sistemas de comunicações é a probabilidade de exclusão, que fornece a probabilidade da taxa de erros exceder um certo limiar dentro do qual o sistema opera satisfatoriamente. Na referência [1] por exemplo, foi mostrado que esse parâmetro, no modelo de sistema CDMA discutido no artigo, pode ser escrito em termos da soma das potências de interferência devido a usuários internos e externos ao modelo de célula usado. Adicionalmente, foi mostrado que as potências de interferência são diretamente proporcionais aos vetores de direcionamento dos sinais dos usuários ativos no sistema, sem que as características geométricas dos arranjos tenham sido incorporadas ao modelamento matemático. Neste trabalho, os parâmetros do arranjo de antenas são incorporados no cálculo da potência de interferência mútua, que serve de base para a avaliação da probabilidade de exclusão, e é mostrado que é possível modelar essa potência por uma variável aleatória gaussiana de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

**Palavras-Chave**—arranjos lineares simétricos de antenas, probabilidade de exclusão, aproximação gaussiana

**Abstract**—An useful parameter in the study and project of communication systems is the outage probability, that provides the probability of the system error rate to exceed a certain bound, necessary for satisfactory system operation. The reference [1], for example, shows that this parameter can be written in terms of the sum of the interference powers, due internal and external active users present in a determined cell system model. Moreover, it has been shown that the interference powers are direct proportional to the product between the steering vectors of the active user signals, without, however, taking into account geometrical characteristics of the array. In this paper the array parameters are incorporated in the mutual interference power obtaining and serve as a background to outage probability evaluation.

**Keywords**—linear antenna arrays, outage probability, Gaussian approximation

## I. INTRODUÇÃO

O estudo de aplicações de arranjos lineares de antenas tem recebido uma considerável atenção dos pesquisadores da área de antenas nos últimos anos. Uma boa parte desse estudo tem sido voltado para o controle de interferência em sistemas de múltiplo acesso como o CDMA. Um dos problemas mais estudados no projeto de sistemas de comunicações é a interferência co-canal, presente em sistemas como o CDMA, que limita a sua capacidade. Esse tipo de interferência é geralmente

causada pelos usuários ativos nas células vizinhas e pode reduzir a capacidade do sistema, em termos de número de usuários que podem ser suportados, se não forem adotados métodos apropriados para o controle do problema.

Diferentes propostas para combater esse problema têm sido apresentadas na literatura, como por exemplo na referência [1]. Nesse trabalho, a soma da interferência dos usuários ativos externos a uma determinada célula mais a interferência intercelular foi modelada levando em consideração um termo que será denominado ao longo deste trabalho de *potência de interferência mútua*. Esse termo, na referência [1], foi modelado por variáveis aleatórias com distribuição de Bernoulli e foi feito um estudo do desempenho de um sistema com um arranjo linear na estação radiobase.

Neste trabalho é estudado o controle de interferência mútua, como uma base para o cálculo da probabilidade de exclusão, levando em consideração parâmetros do arranjo de antenas. Tal consideração dificulta bastante o desenvolvimento matemático e para contornar essas dificuldades é mostrado ser possível modelar a variável aleatória *potência de interferência mútua* por uma distribuição gaussiana, de modo que se possa obter o resultado desejado que é a função densidade acumulativa dessa variável.

## II. DESENVOLVIMENTO

O modelo de ambiente usado nesse estudo consiste em um arranjo de antenas linear simétrico colocado na estação radiobase, no centro de uma célula circular, com usuários uniformemente distribuídos em volta da estação radiobase. É admitido também que os sinais desses usuários alcancem o arranjo de antenas com ângulo de chegada modelado por uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Sob tais considerações, será analisada a potência de interferência mútua entre dois usuários que chegam com ângulos de chegada  $\phi_i$  e  $\phi_j$ .

Considere uma estrutura de arranjo linear com  $N = 2M$  elementos simetricamente distribuídos ao longo do eixo do arranjo. Esses elementos são igualmente espaçados por uma distância  $d$  e pode-se mostrar que os sinais tomados na saída dos elementos do arranjo são diretamente proporcionais aos

Wamberto J. L. Queiroz e Marcelo S. Alencar, Universidade Federal de Campina Grande, Departamento de Engenharia Elétrica, Instituto para Estudos Avançados em Comunicações IECOM, Campina Grande, PB, Brasil, E-mails: {wamberto,malencar}@dee.ufcg.edu.br. Este trabalho foi financiado pelo CNPq.

vetores  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{a}_j$ ,

$$\mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} a_M e^{j\frac{(2M-1)}{2}kd \cos(\phi_i)} & \dots & a_1 e^{j\frac{1}{2}kd \cos(\phi_i)} \\ a_1 e^{-j\frac{1}{2}kd \cos(\phi_i)} & \dots & a_M e^{-j\frac{(2M-1)}{2}kd \cos(\phi_i)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_j = \begin{bmatrix} a_M e^{j\frac{(2M-1)}{2}kd \cos(\phi_j)} & \dots & a_1 e^{j\frac{1}{2}kd \cos(\phi_j)} \\ a_1 e^{-j\frac{1}{2}kd \cos(\phi_j)} & \dots & a_M e^{-j\frac{(2M-1)}{2}kd \cos(\phi_j)} \end{bmatrix},$$

em que  $k$  é o número de onda e é igual a  $2\pi/\lambda$ .

Ainda de acordo com a referência [1], o sinal de um usuário que chega ao arranjo de antenas da estação radiobase com ângulo de chegada  $\phi_i$  faz com que a estação radiobase veja, em relação a um outro usuário com ângulo de chegada  $\phi_j$ , uma potência de interferência que é diretamente proporcional a uma variável aleatória que será denotada  $I(\phi_i, \phi_j)$ . Essa variável incorpora características do arranjo de antenas como espaçamento entre os elementos, disposição geométrica e método de excitação desses elementos. A variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  é definida como

$$I(\phi_i, \phi_j) = \|\mathbf{a}_i \mathbf{a}_j^H\|^2, \quad (1)$$

em que  $\|\mathbf{a}_i \mathbf{a}_j^H\|$  pode ser escrito como

$$\|\mathbf{a}_i \mathbf{a}_j^H\| = \frac{1}{N_o} \sum_{n=1}^M a_n^2 \cos[(2n-1)\psi], \quad (2)$$

em que  $\psi = \frac{kd}{2}(\cos(\phi_i) - \cos(\phi_j))$  e  $N_o = \sum_{n=1}^M a_n^2$  e é usada para normalizar a variável  $I(\phi_i, \phi_j)$ . Dessa forma,  $I(\phi_i, \phi_j)$  pode ser reescrita como

$$I(\phi_i, \phi_j) = \frac{1}{N_o^2} \left( \sum_{n=1}^M a_n^2 \cos[(2n-1)\psi] \right)^2.$$

Definindo a variável aleatória  $X = \cos(\phi_i) - \cos(\phi_j)$  e usando o fato de que as variáveis  $\phi_i$  e  $\phi_j$  são independentes e uniformemente distribuídas entre  $-\pi$  e  $\pi$ , pode-se mostrar que função característica de  $X$ , denotada por  $\Phi_X(\omega)$ , pode ser escrita como

$$\Phi_X(\omega) = J_0^2(\omega), \quad (4)$$

em que  $J_0(\omega)$  é a função de Bessel de primeiro tipo e primeira ordem. Desse modo, tem-se que a função densidade de probabilidade (fdp) de  $X$ ,  $f(x)$  é escrita como

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_0^2(\omega) e^{-j\omega x} d\omega. \quad (5)$$

Definindo uma segunda variável  $Y = \frac{kd}{2}X$ , pode-se mostrar também que a fdp de  $Y$ ,  $f(y)$ , pode ser escrita como

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J_0^2\left(\frac{kd}{2}\omega\right) e^{-j\omega y} d\omega. \quad (6)$$

A fdp de  $Y$  é uma função par, centrada na origem e é mostrada na Figura 1 para dois valores de distância entre elementos  $d$ ,  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$ . A distância  $d = \lambda/2$  corresponde ao intervalo de definição maior. Quando  $d$  diminui, o intervalo de definição de  $f(y)$  também diminui.

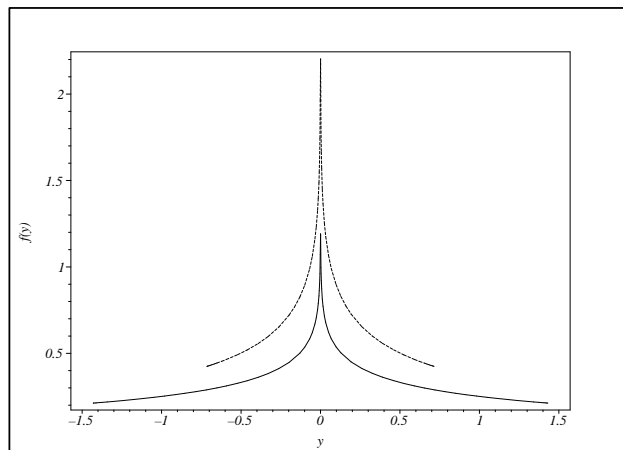


Fig. 1. Gráfico da fdp de  $Y$  para dois valores de espaçamento entre os elementos do arranjo simétrico,  $\lambda/4$  e  $\lambda/2$ .

A terceira variável necessária ao cálculo da fdp de  $I(\phi_i, \phi_j)$  é definida como

$$S = \sum_{n=1}^M a_n^2 \cos((2n-1)Y) \quad (7)$$

e pode-se também mostrar, de acordo com as propriedades da função característica, que  $\Phi_S(\omega)$  pode ser escrita como

$$\Phi_S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega S(y)} f(y) dy. \quad (8)$$

Se  $d = \frac{\lambda}{4}$  então  $-\frac{\pi}{2} < Y < \frac{\pi}{2}$  e dessa forma o integrando da Equação (7) passa a ser integrado no intervalo  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Da mesma forma, se  $d = \frac{\lambda}{2}$ ,  $-\pi < Y < \pi$  e a integração passa a ser feita no intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Devido à natureza da variável  $S$ , torna-se impraticável realizar uma operação de inversão de  $S(y)$  nos intervalos  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  e  $[-\pi, \pi]$ . Dessa forma, torna-se praticamente impossível obter uma expressão fechada para a fdp  $f(s)$ .

No procedimento convencional para o cálculo da fdp de  $I(\phi_i, \phi_j)$ , o passo seguinte mais apropriado é o cálculo da função característica da variável  $I = S^2$ . Para tal procedimento, pode-se usar o seguinte resultado. Dada uma variável aleatória  $Y = X^2$ , pode-se mostrar que a função característica de  $Y$  pode ser escrita em termos da função característica de  $X$  da seguinte forma

$$\Phi_Y(\omega) = \frac{(1+j)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ju^2} \Phi_X(2\sqrt{\omega}u) du. \quad (9)$$

Utilizando este resultado e incorporando a constante de normalização  $N_o$ , pode-se escrever  $\Phi_I(\omega)$  como

$$\Phi_I(\omega) = \frac{(1+j)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ju^2} \Phi_S(2N_o\sqrt{\omega}u) du. \quad (10)$$

Percebe-se dessa forma, da Equação (7) até a Equação (9), um acúmulo de três operações de integração de funções complexas. Para que se possa avaliar a função acumulativa de probabilidade de  $I(\phi_i, \phi_j)$ ,  $F(I)$  uma outra integração ainda seria necessária. Essa quarta integração é decorrente do resultado conhecido como Lema de Gil-Palaez, que estabelece o seguinte: Seja  $F(x)$  a função acumulativa de probabilidade

de uma variável aleatória  $X$  e  $\Phi_X(\omega)$  a função característica correspondente. Então, de acordo com Gil-Palaez,

$$F(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Im} \{ \Phi_X(\omega) e^{-j\omega x} \}}{\omega} d\omega, \quad (11)$$

em que  $\text{Im}(z)$  denota a parte imaginária de  $z$ . Dessa forma, seriam necessárias quatro operações de integração. Além de não ser possível obter uma expressão fechada para a correspondente função  $F(I)$ , a avaliação numérica também se torna exaustiva e o processamento computacional demorado. Uma solução para contornar essa dificuldade é realizar uma aproximação da variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  por alguma fdp conhecida.

Usando o método de Monte Carlo, pode-se perceber que a distribuição das amostras geradas da variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  tende a uma distribuição normal. Tomando uma média de cem realizações do processo  $I(\phi_i, \phi_j)$ , considerando um arranjo projetado usando o método da expansão polinomial de Dolph-Tschebyscheff e considerando que a razão entre o valor máximo do diagrama de radiação e o valor máximo do principal lóbulo secundário seja  $R_o$  dB, pode-se obter os histogramas mostrados na Figuras 2 e 3 a seguir. Os coeficientes polinomiais foram calculados usando um procedimento chamado Método de Barbieri [2].

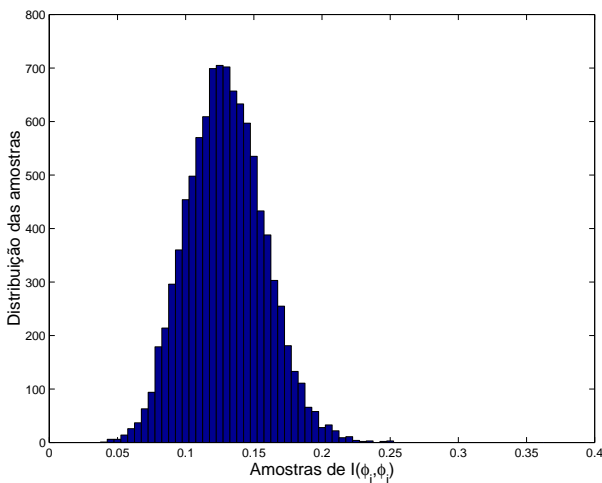


Fig. 2. Distribuição de amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$ , considerando-se um arranjo simétrico com 10 elementos posicionados no plano  $x - y$ ,  $kd = \pi$  e excitação polinomial com  $R_o = 20$  dB.

Percebe-se pelas Figuras 2 e 3 que as amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$  tendem a se comportar como uma variável aleatória normalmente distribuída com uma média  $\hat{\mu}$  e variância  $\hat{\sigma}^2$ . Uma outra forma de visualizar o ajuste das amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$  a uma distribuição normal de parâmetros  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}^2$  é calculando o primeiro e o terceiro quartil das amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$ , traçando uma linha reta unindo esses dois valores de quartis e dispondo as demais amostras em torno dessa reta. Quanto mais próximas essas amostras estiverem da reta obtida, mais elas se ajustam à fdp normal. Esse cálculo pode ser feito por meio da função `normplot` do Matlab. Os resultados obtidos nesse trabalho são mostrados nas Figuras 4 e 5, em que foi assumida novamente configuração linear simétrica para o arranjo linear, além de coeficientes polinomiais para a amplitude de excitação dos elementos.

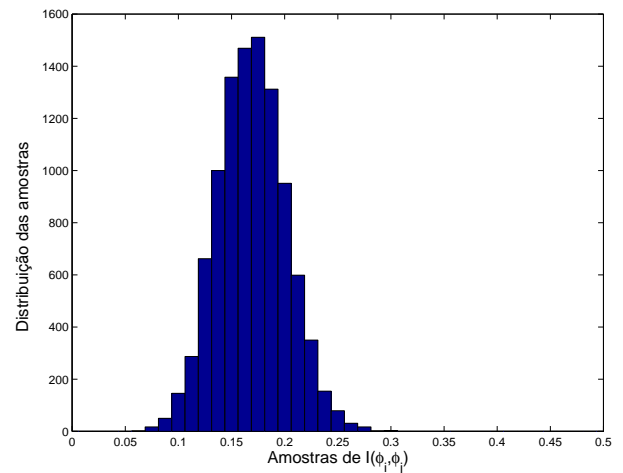


Fig. 3. Distribuição de amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$ , considerando-se um arranjo simétrico com 12 elementos posicionados no plano  $x - y$ ,  $kd = \pi/2$  e excitação polinomial com  $R_o = 20$  dB.

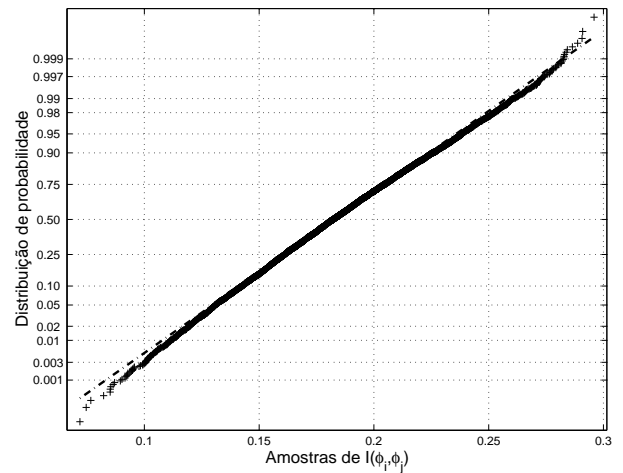


Fig. 4. Amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$  para um arranjo linear com 10 elementos simetricamente distribuídos ao longo plano  $x - y$ , espaçamento  $d = \lambda/2$ , excitação polinomial e  $R_o = 26$  dB.

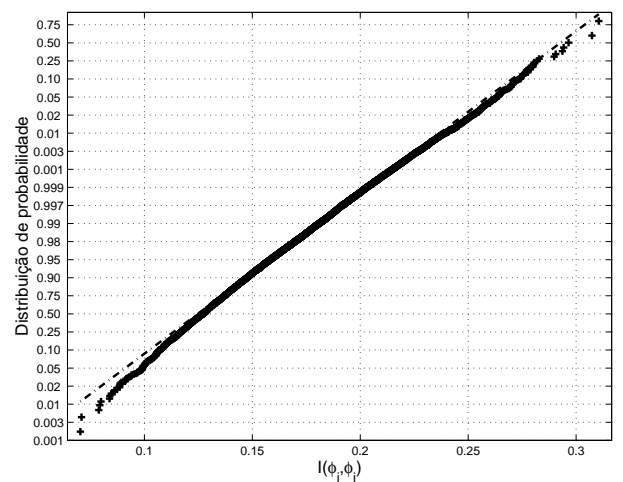


Fig. 5. Amostras de  $I(\phi_i, \phi_j)$  para um arranjo linear com 14 elementos simetricamente distribuídos ao longo plano  $x - y$ , espaçamento  $d = \lambda/4$ , excitação polinomial e  $R_o = 26$  dB.

Na Figura 4 os parâmetros estimados são  $\hat{\mu} = 0,1832$  e  $\hat{\sigma} = 0,0323$ . e os intervalos de confiança desses dois parâmetros são  $I_{\mu} = [0,1826-0,1839]$  e  $I_{\sigma} = [0,319-0,0328]$ . Na Figura 5 os parâmetros estimados são  $\hat{\mu} = 0,1796$  e  $\hat{\sigma} = 0,0326$  e os intervalos de confiança são  $I_{\mu} = [0,1790 - 0,1802]$  e  $I_{\sigma} = [0,0322 - 0,331]$ .

Os resultados obtidos acima corroboram a idéia inicial e permitem que  $I(\phi_i, \phi_j)$  seja aproximado por uma fdp gaussiana de média  $\hat{\mu}$  e variância  $\hat{\sigma}^2$ . Dessa forma, a função cumulativa de probabilidade de  $I$ , denotada  $F(I)$  será dada por

$$F(I) = \int_{-\infty}^I f(I)dI = 1 - Q\left(\frac{I - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}\right), \quad (12)$$

em que  $Q(x)$  é definida como

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy. \quad (13)$$

Relacionando a função  $Q(x)$  à função  $\text{erf}(x)$ , as probabilidades  $\Pr(I(\phi_i, \phi_j) \leq I)$  e  $\Pr(I(\phi_i, \phi_j) > I)$  podem ser escritas como

$$\Pr(I(\phi_i, \phi_j) \leq I) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{I - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}\sqrt{2}}\right) \quad (14)$$

$$\Pr(I(\phi_i, \phi_j) > I) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{erf}\left(\frac{I - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}\sqrt{2}}\right). \quad (15)$$

Os parâmetros  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$  foram obtidos para diferentes valores de  $M$ , metade do número de elementos do arranjo linear simétrico, considerando o método de expansão polinomial de Dolph-Tschebycheff no projeto dos coeficientes de excitação dos elementos do arranjo. Essas estimativas estão mostrados nas Tabelas I, II, III e IV, assumindo valores de espaçamento  $d$  entre elementos iguais a  $\lambda/4$  e  $\lambda/2$ . O parâmetro  $Ro$  fornece a razão entre o maior e o menor valor atingido pelo fator de arranjo e é dado por  $Ro = T_m(z_0)$ , em que  $T_m(z)$  representa um polinômio de Tschebyscheff de ordem  $m$  e  $z_0$  é o valor no qual  $T_m(z)$  corresponde a  $Ro$ . O valor  $z_0$  pode ainda ser relacionado a  $Ro$  por

$$z_0 = \cosh\left[\frac{1}{m} \cosh^{-1}(Ro)\right], \quad (16)$$

em que  $\cosh(x)$  é o co-seno hiperbólico de  $x$ .

TABELA I  
ESTIMATIVAS  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$ , COM SEUS RESPECTIVOS INTERVALOS DE CONFIANÇA, PARA  $Ro = 20\text{dB}$  E  $d = \lambda/2$

M	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu}_s$	$\hat{\sigma}_i$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}_s$
3	0,2527	0,2534	0,2541	0,0355	0,0360	0,0365
4	0,1926	0,1933	0,1939	0,0325	0,0330	0,0334
5	0,1561	0,1567	0,1573	0,0300	0,0304	0,0308
6	0,1307	0,1312	0,1318	0,0275	0,0279	0,0283
7	0,1142	0,1147	0,1153	0,0262	0,0266	0,0269

Por meio desses parâmetros, pode-se obter as curvas da probabilidade  $\Pr(I(\phi_i, \phi_j) > I)$ , considerando a variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  normalizada, para os valores obtidos nas Tabelas I, II, III e IV. Essas curvas de probabilidade são mostradas nas Figuras 6 e 7

Como se pode perceber pelas Figuras 6 e 7, a probabilidade de que a potência mútua de interferência entre dois sinais que

TABELA II  
ESTIMATIVAS  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$ , COM SEUS RESPECTIVOS INTERVALOS DE CONFIANÇA, PARA  $Ro = 20\text{dB}$  E  $d = \lambda/4$

M	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu}_s$	$\hat{\sigma}_i$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}_s$
3	0,3161	0,3169	0,3176	0,0376	0,0381	0,0386
4	0,2475	0,2482	0,2489	0,0354	0,0359	0,0364
5	0,2044	0,2050	0,2057	0,0336	0,0341	0,0345
6	0,1740	0,1746	0,1752	0,0314	0,0319	0,0323
7	0,1524	0,1530	0,1535	0,0295	0,0299	0,0303

TABELA III  
ESTIMATIVAS  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$ , COM SEUS RESPECTIVOS INTERVALOS DE CONFIANÇA, PARA  $Ro = 26\text{dB}$  E  $d = \lambda/2$

M	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu}_s$	$\hat{\sigma}_i$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}_s$
3	0,28,0	0,2892	0,2899	0,0360	0,0365	0,0370
4	0,2236	0,2242	0,2249	0,0341	0,0346	0,0351
5	0,1826	0,1832	0,1838	0,0318	0,0323	0,0327
6	0,1546	0,1552	0,1557	0,0299	0,0303	0,0307
7	0,1342	0,1347	0,1353	0,0283	0,0287	0,0291

chegam ao arranjo linear com ângulos de chegada  $\phi_i$  e  $\phi_j$ , esteja acima de um determinado valor, depende principalmente da abertura do arranjo, que corresponde ao seu comprimento total, e da razão  $Ro$ . A razão  $Ro$  estabelece qual deve ser a amplitude do principal lóbulo secundário em relação à amplitude do lóbulo principal. A amplitude dos outros lóbulos fica abaixo da amplitude do lóbulo principal. Um estudo mostrando alguns limitantes para a variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  pode ser encontrado na Referência [3], na qual também é mostrada uma comparação entre a potência mútua para diferentes métodos de projetos de coeficientes de excitação dos elementos do arranjo. Pode-se usar por exemplo amplitude e espaçamento aleatórios no arranjo e é mostrado, por meio das curvas de valor médio de  $I(\phi_i, \phi_j)$ , que arranjos projetados com parâmetros aleatórios são mais eficientes para o cancelamento de interferência mútua que as configurações que usam expansão binomial ou polinomial.

Na referência [1], por exemplo, é mostrado que a avaliação da probabilidade de exclusão  $P_{\text{out}}$  no enlace direto (descida) de um sistema com essa configuração pode ser feita por meio da expressão

$$P_{\text{out}} = \Pr\left(G_1 + G_2 > \frac{L}{S} - \frac{\sigma^2}{P_0}\right), \quad (17)$$

em que as variáveis  $G_1$  e  $G_2$  representam a relação (potência de interferência)-(potência do sinal desejado) devido aos sinais dos usuários internos e externos à célula do usuário desejado,

TABELA IV  
ESTIMATIVAS  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$ , COM SEUS RESPECTIVOS INTERVALOS DE CONFIANÇA, PARA  $Ro = 26\text{dB}$  E  $d = \lambda/4$

M	$\hat{\mu}_i$	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu}_s$	$\hat{\sigma}_i$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}_s$
3	0,3551	0,3558	0,3566	0,0387	0,0392	0,0397
4	0,28,0	0,2843	0,2850	0,0372	0,0377	0,0383
5	0,2366	0,2373	0,2380	0,0354	0,0359	0,0364
6	0,2035	0,2041	0,2048	0,0335	0,0340	0,0345
7	0,1790	0,1796	0,1802	0,0322	0,0326	0,0331

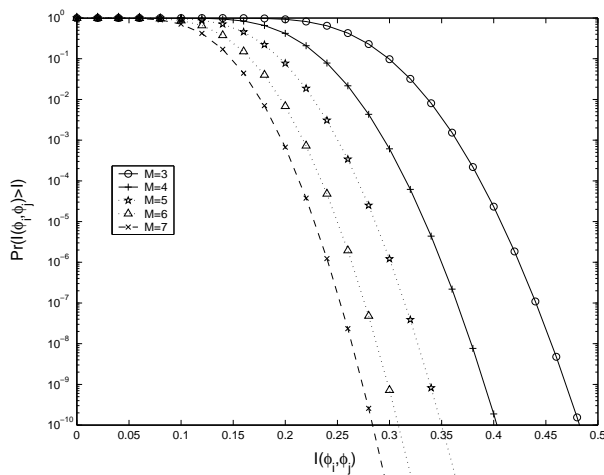
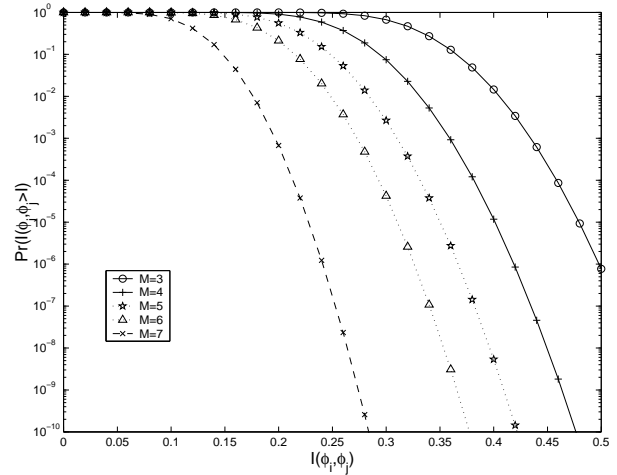

 (a) Arranjo com  $d = \lambda/4$  e  $Ro = 20$  dB

 (b) Arranjo com  $d = \lambda/2$  e  $Ro = 20$  dB

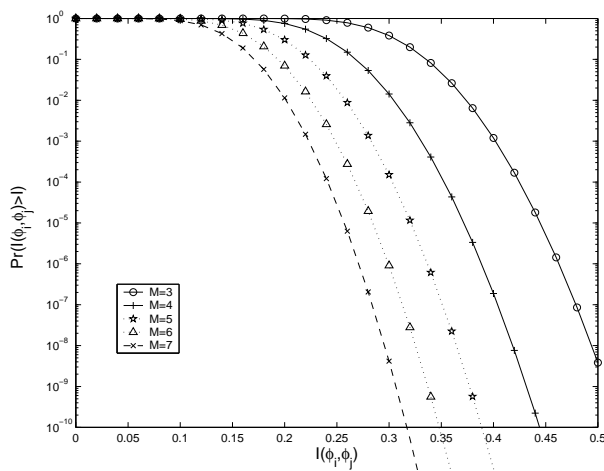
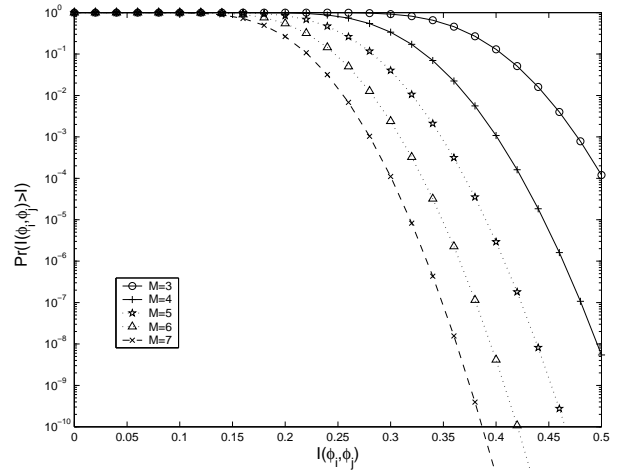
 Fig. 6. Curvas de probabilidade da variável aleatória  $I(\phi_i, \phi_j)$ , considerando-se um arranjo linear simétrico com  $2M$  elementos distribuídos ao longo do plano  $x - y$ , com excitação polinomial e relação de amplitudes  $Ro = 20$  dB.

 (a) Arranjo com  $d = \lambda/4$  e  $Ro = 26$  dB

 (b) Arranjo com  $d = \lambda/2$  e  $Ro = 26$  dB

 Fig. 7. Curvas de probabilidade da variável aleatória  $I(\phi_i, \phi_j)$ , considerando um arranjo linear simétrico com  $2M$  elementos distribuídos ao longo do plano  $x - y$ , com excitação polinomial e relação de amplitudes  $Ro = 26$  dB.

respectivamente, e são dados por

$$G_1 = \sum_{j=2}^{N_u} \varphi_j \|\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_0^0\|^2 \quad (18)$$

$$G_2 = \sum_{l=1}^K \sum_{j=1}^{N_u} \varphi_j \frac{P_l}{P_0} \|\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_0^l\|^2. \quad (19)$$

O usuário desejado, nesse caso, é o usuário avaliado, que se encontra na célula central; e sofre a interferência dos usuários que estão na mesma célula que ele e nas células vizinhas.

As variáveis  $\varphi_j$  são variáveis aleatórias com distribuição de Bernoulli e probabilidade de sucesso  $\nu$  que modelam o fator de atividade de voz dos usuários, ou seja, um determinado usuário fica ativo com probabilidade  $\nu$ . É assumido que todos os sinais

recebidos na unidade móvel do usuário avaliado, a partir da mesma estação radiobase, sofrem o mesmo desvanecimento e perdas de percurso. Dessa forma, assumindo que as estações radiobase transmitem o mesmo nível de potência para todos os usuários em sua volta, a potência de cada sinal chegando no móvel desejado a partir da  $l$ -ésima célula é dada por

$$P_l = P\beta_l^2, \quad (20)$$

em que  $\beta_l^2$  é uma variável que engloba o desvanecimento e o somreamento experimentado por todos os sinais que chegam no móvel desejado a partir da  $l$ -ésima célula. As variáveis  $N_u$ ,  $K$  e  $L$  representam respectivamente o número de usuários por célula, o número de células e o ganho de processamento obtido com o uso de um esquema de acesso como o CDMA, por exemplo. Por fim, as variáveis  $S$  e  $\sigma^2$  e

$P_o$  representam, respectivamente, a relação (energia por bit)-(energia da interferência mais ruído), potência do ruído do sistema e um limitante inferior para a taxa de erro de bit, adequada ao bom desempenho do sistema.

O termo  $\|\mathbf{a}_i^H \mathbf{a}_o\|^2$ , corresponde justamente à potência de interferência mútua entre dois usuários que chegam à antena da estação radiobase com ângulos de chegada iguais a  $\phi_i$  e  $\phi_o$ , por exemplo. Nas seções anteriores esse termo, no caso de ângulos de chegada  $\phi_i$  e  $\phi_j$ , foi denotado por  $I(\phi_i, \phi_j)$ .

Incluindo esse termo nas expressões obtidas para  $G_1$  e  $G_2$  nas Equações (18), obtém-se o último histograma desta seção, que diz respeito à soma das variáveis  $G_1 + G_2$ . Este histograma é mostrado na Figura 8 e foi obtido considerando-se um arranjo linear simétrico com 10 elementos igualmente espaçados com  $d = \lambda/2$ , projetado pelo método de Dolph-Tschebyscheff, em um sistema celular com 18 células e 60 usuários por célula. A razão entre as amplitudes máximas do diagrama de radiação,  $R_o$ , foi considerada 26 dB e a variância do sombreado igual a 8 dB. O histograma da Figura 8 mostra que a variável  $G_1 + G_2$  também pode ser aproximada por uma distribuição de Rayleigh, por exemplo, aplicando o mesmo procedimento usado para modelar a potência de interferência mútua.

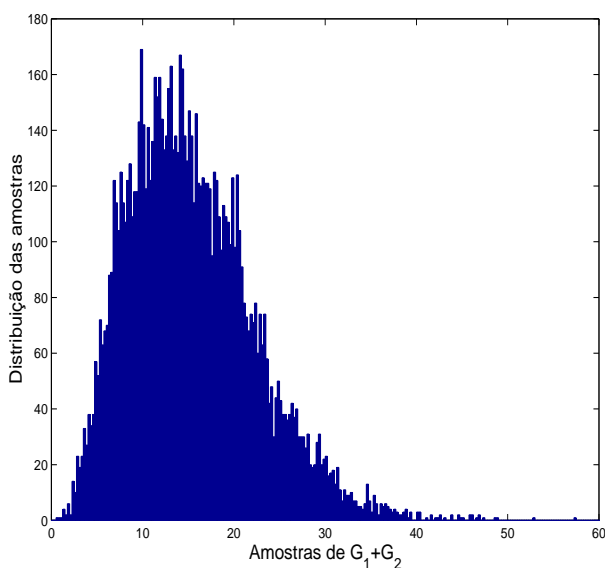


Fig. 8. Histograma da variável  $G_1 + G_2$ , para um arranjo linear simétrico com 10 elementos,  $d = \lambda/2$  e  $R_o = 26$  dB, 18 células e 60 usuários por célula.

### III. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi mostrada uma aproximação para a variável aleatória potência de interferência mútua, que representa a potência de interferência vista pela estação radiobase, de um usuário em relação a outro. Essa potência é modelada na saída de um arranjo linear simétrico colocado na estação radiobase de um sistema móvel celular. Foi admitido que os ângulos de chegada dos sinais que alcançam a antena têm distribuição uniforme no intervalo  $(-\pi, \pi)$  e sob essa consideração foi mostrado que um procedimento convencional, como mostrado no começo do trabalho, leva a expressões complexas

que são inapropriadas para serem avaliadas numericamente. Uma solução foi mostrar por meio numérico, que a variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  pode ser aproximada por uma distribuição normal de média  $\hat{\mu}$  e variância  $\hat{\sigma}^2$ . A partir dessa aproximação, pôde-se então obter expressões simplificadas para a probabilidade da variável  $I(\phi_i, \phi_j)$  estar acima ou abaixo de um certo limiar prefixado.

### AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro a este trabalho.

### REFERÊNCIAS

- [1] Ayman F. Naguib and Arogyaswami Paulraj. Capacity Improvement with Base Station Antenna Arrays in Cellular CDMA. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 43(3):691–698, August 1994.
- [2] Constatine A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [3] Wamberto. L. Queiroz, Fabricio G. S. Silva, and Marcelo S. Alencar. Use of a Symmetrical Linear Array Structure to Reduce Mutual Interference Between Users in a Circular Cell System. *Proceedings of IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference 2003 - IMOC2003, Foz do Iguacu, Brazil*, September 2003.
- [4] Warren L. Stutzman and Gary A. Thiele. *Antenna Theory and Design*. John Wiley & Sons, INC, 1998.
- [5] Luis M. Correia. *Wireless Flexible Personalised Communications*. John Wiley & Sons, INC, 2001.
- [6] Merrill I. Skolnik. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill, Inc, 1962.
- [7] Nicolaos S. Tzannes. *Communication and Radar Systems*. Prentice-Hall, 1985.
- [8] Joseph C. Liberti and Theodore S. Rappaport. *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Prentice Hall, 1999.
- [9] Richard B. Ertel, Paulo Cardieri, Kevin W. Sowerby, Theodore S. Rappaport, and Jeffrey H. Reed. Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication Systems. *IEEE Personal Communications*, 5(1):10–22, February 1998.
- [10] Per H. Lehne and Magne Pettersen. An Overview of Smart Antenna Technology for Mobile Communications Systems. *IEEE Communications Surveys: www.consoc.org/pubs/surveys*, 2(4):2–13, 1999.
- [11] Josef FUHL. *Smart Antennas for Second and Third Generation Mobile Communications Systems*. PhD thesis, Technische Universität Wien, A-2803 Schwarzenbach, Eggenbuch 17, March 1997.
- [12] Lal C. Godara. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-forming and Direction-of-arrival Considerations. *Proceedings of the IEEE*, 85(8), August 1997.
- [13] Wamberto J. L. Queiroz, Fabricio S. Silva, and Marcelo S. Alencar. Analyse of Linear Array Configurations with Randomic Parameters. *Proceeding of International Telecommunications Symposium 2002 (ITS 2002), Natal-Brasil*, October 2002.
- [14] Wamberto. L. Queiroz and Marcelo S. Alencar. Project of Antenna Arrays with Random Parameters. *Proceedings of IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference 2003 - IMOC2003, Foz do Iguacu, Brazil*, September 2003.