

# Procura de Códigos Convolucionais Baseado no Critério da Distância de *Hamming* entre Símbolos - Busca Serial

Getúlio Antero de Deus Júnior, Jaime Portugheis

**Resumo**— Sistemas FFH-CDMA codificados possuem um ganho considerável em termos do número de usuários simultâneos quando comparados a sistemas não-codificados. Este trabalho apresenta um sistema FFH-CDMA codificado cujo receptor trabalha com a regra de *máxima verossimilhança* para saídas não quantizadas dos detectores de envoltória. A partir de uma aproximação para a probabilidade par-a-par, um critério de projeto dos codificadores é sugerido. Tanto os resultados de desempenho obtidos através de simulação computacional, bem como, através do limitante da probabilidade de erro, mostram a eficiência do novo critério de projeto para os codificadores. No entanto, a quantidade de códigos convolucionais baseados na distância de *Hamming* entre símbolos e na minimização do número de vizinhos do espectro de pesos. Deste modo, uma classe de códigos convolucionais foi obtida. Os códigos encontrados podem ser utilizados na implementação de um sistema FFFH-CDMA codificado e outras aplicações práticas, onde a distância de *Hamming* é importante, como nos canais com desvanecimento e/ou interferência.

**Palavras-Chave**— Códigos Convolucionais, Receptores FFH-CDMA, Capacidade de Canal, Taxa de Corte de Canal, *Perceptron*, Redes Neurais Artificiais.

## I. INTRODUÇÃO

NO sistema FFH-CDMA não codificado considerado em [1], a comunicação de cada grupo de  $M$  usuários com a estação rádio base (ERB) é realizada à uma taxa de  $R$  bits/s, através do compartilhamento de um mesmo canal de largura de banda igual a  $W$  Hz. A modulação utilizada para esta técnica é o chaveamento por deslocamento de frequências  $M$ -ário (M-MFSK), com  $M = 2^K$ . O número de ramos de diversidade,  $L$ , é igual ao comprimento do vetor de endereço (um padrão de salto) gerado por cada usuário. O intervalo de modulação é  $T$  e o intervalo de *chip* (intervalo de uma frequência padrão de salto) é  $T_c = T/L$ . Consideramos sistemas onde  $M = WT_c$ . Assumimos também padrões de salto aleatórios e sincronização de *chip*.

Em [2] é apresentado um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza uma conversão *bit*-símbolo forçada. Após o particionamento da fonte de dados em quadros, contendo cada um  $n_p$  *bits*, são adicionados  $n_{tail}$  *bits* de terminação do código. Assim, na saída do codificador teremos  $n_{cod} = (n_p + n_{tail})/R_{CO} + n_{st}$  *bits* codificados por quadro, onde  $R_{CO}$  é a taxa do codificador convolucional e

$n_{st}$  são *bits* de preenchimento. Os *bits* de preenchimento são necessários pois na maioria dos códigos utilizados neste esquema de codificação, não teremos uma perfeita conversão entre os  $n_{cod}$  *bits* que saem do codificador. A representação  $(n', k', m')$  para um código convolucional (CC), indica um código com  $k'$  *bits* de entrada,  $n'$  *bits* de saída e  $m'$  registradores de deslocamento. Deste modo, a taxa do CC é  $R_{CO} = k'/n'$ . Entretanto, a taxa efetiva do código convolucional,  $R_{CO}^{(eff)}$ , neste caso será dada por

$$R_{CO}^{(eff)} = \frac{n_p}{n_{cod}} = \frac{n_p}{(n_p + n_{tail})/R_{CO} + n_{st}}. \quad (1)$$

O modulador FFH de salto em frequência muda a frequência *chip* em cada forma de onda básica, antes da transmissão, de acordo com a  $L$ -upla do endereço do usuário. Os padrões de salto em frequência não serão abordados neste trabalho, mas todas as  $L$  frequências das saídas são distintas [1]. Deste modo, a duração de um *chip* é relacionada com  $R_b$  através de

$$R_b = \frac{K}{LT_c} R_{CO}^{(eff)}, \quad (2)$$

onde  $R_{CO}^{eff} = 1$  para um sistema FFH-CDMA não-codificado. O espaçamento entre *chips* vizinhos ortogonais é  $1/T_c$ . Assim, a eficiência espectral  $\eta$  é dada por

$$\eta = U \frac{K}{LM} R_{CO}^{(eff)}, \quad (3)$$

onde  $U = J + 1$  é o número total de usuários simultâneos no canal e  $J$  é o número de interferentes. A energia média por *chip* passa a ser calculada por

$$E_c = E_b R_{CO}^{(eff)} \frac{K}{L}, \quad (4)$$

onde  $E_b$  é a média de energia recebida por *bit* de informação. Deste modo, o recíproco da relação sinal-ruído por *chip*,  $d$ , também passa a ser dado por

$$d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{L}{K R_{CO}^{(eff)}} \left( \frac{E_b}{N_0} \right)^{-1}. \quad (5)$$

No esquema de comunicação proposto por *Fiebig* é necessário a introdução de dois blocos no diagrama do transmissor: (a) um entrelaçador de *bits*; (b) um bloco de *bits* de preenchimento. O entrelaçador é necessário devido

Getúlio Antero de Deus Júnior, Escola de Engenharia Elétrica e de Computação (EEEC/UFG), Goiânia-GO, Brasil, e-mail: getulio@eee.ufg.br. Jaime Portugheis, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC/UNICAMP), Campinas-SP, Brasil, e-mail: jaime@decom.fee.unicamp.br.

à correlação entre os *bits* introduzida pelo codificador. A introdução de  $n_{st}$  *bits* de preenchimento é necessária, pois na maioria dos códigos utilizados neste esquema de codificação, não teremos uma perfeita conversão dos  $n_{cod}$  *bits* que saem do codificador em símbolos da modulação.

Agora considere a nova proposta para um sistema de comunicação FFH-CDMA codificado sugerida em [3], [4], [5], [6]. A figura 1 apresenta o diagrama de blocos do novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado proposto. Observe que neste caso, o sistema de comunicação é mais simples do que o proposto em [2], pois não há o entrelaçador de *bits* e o bloco de *bits* de preenchimento. Deste modo, os componentes básicos são: (a) o gerador de quadros; (b) o bloco de *bits* de terminação; (c) o codificador; (d) o conversor binário- $m$ -ário; (e) o modulador por salto em frequência (modulação  $M$ -FSK,  $L$  *chips*); (f) o canal com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequências ( $M$  canais independentes) com ruído térmico do receptor e interferência multi-usuário; (g) o demodulador FFH-CDMA; (h)  $M$  detectores de energia (não coerentes); (i) o decodificador.

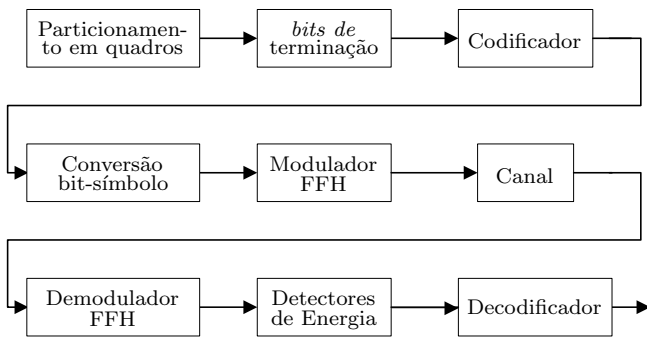


Fig. 1. Diagrama de blocos do transmissor para um codificador convolucional que utiliza uma conversão *bit-símbolo* não casada.

Após o particionamento da fonte de dados em quadros, contendo cada um  $n_p$  *bits*, são adicionados  $n_{tail}$  *bits* de terminação do código. Assim, na saída do codificador teremos  $n_{cod} = (n_p + n_{tail})/R_{CO}$  *bits* codificados por quadro, onde  $R_{CO}$  é a taxa do CC.

Para um mapeamento casado com o número de frequências do modulador,  $n_{cod}$  deverá ser divisível por  $K = \log_2(M)$ , sendo o número de símbolos,  $n_{sym}$ , dado por  $n_{sym} = n_{cod}/K$ . Deste modo, as Equações (2), (3), (4) e (5), também podem ser aplicadas para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA proposto. Entretanto, a nova taxa efetiva do código convolucional,  $R_{CO}^{(eff)}$ , neste caso será dada pela equação 1, com  $n_{st} = 0$ .

#### A. Métrica para um sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit-símbolo* forçada

Para o sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit-símbolo* forçada, a métrica do ramo utilizada em [2] é obtida como segue. Seja  $m$  um símbolo transmitido. Este símbolo pode ser convertido em  $K$  *bits*, representados pela  $K$ -upla  $\mathbf{b} = (b_{K-1}, \dots, b_1, b_0)$ , que é mapeada através de  $m = \sum_{j=0}^{K-1} b_j 2^j$ , com  $m = \{0, 1, \dots, M-1\}$ . Seja também  $\mathbf{R}$  a matriz recebida pelo decodificador. Deste modo, a

probabilidade *a posteriori*  $p(m|\mathbf{R})$  é dada por

$$p(m|\mathbf{R}) = \frac{p(\mathbf{R}|m)}{\sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} p(\mathbf{R}|\tilde{m})}. \quad (6)$$

A probabilidade *a posteriori* do  $j$ -ésimo *bit* codificado,  $p_0(b_j = 0|\mathbf{R})$ , será dada por

$$p_0(b_j = 0|\mathbf{R}) = \sum_{r=0}^{(M/2)-1} p(m|\mathbf{R}), \quad (7)$$

onde  $m = r \lfloor \frac{r}{2^j} \rfloor + 2^j$  e  $\lfloor (\cdot) \rfloor$  denota o menor inteiro menor ou igual a  $(\cdot)$ , com  $j = \{0, 1, \dots, K-1\}$ . Seja  $\mathbf{a} = (a_{n'}, \dots, a_1, a_0)$  a  $n'$ -upla associada ao ramo na treliça de decodificação do sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit-símbolo* forçada. Deste modo, a métrica do ramo neste caso, poderá ser expressa como

$$M(\mathbf{R}|\mathbf{a}) = \sum_{i=0}^{n'-1} \log [m(\mathbf{R}|a_i)], \quad (8)$$

onde  $\log [m(\mathbf{R}|a_i)] = \log [p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)]$ , caso  $a_i = 0$  e  $\log [m(\mathbf{R}|a_i)] = \log [1 - p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)]$ , caso  $a_i = 1$ . Vale ressaltar ainda que tanto as probabilidades *a posteriori*,  $p_0(b_j = 0|\mathbf{R})$ , bem como as probabilidades condicionadas,  $p_0(\mathbf{R}|b_j = 0)$ , diferenciam-se apenas por uma constante numérica, se os *bits* codificados são igualmente prováveis. Portanto, ambas as probabilidades poderão ser utilizadas no cálculo das métricas dos ramos do algoritmo de decodificação (algoritmo de *Viterbi*).

#### B. Critério de projeto dos códigos para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado

Para obtermos um novo critério de projeto dos códigos, iremos considerar o canal visto pelo codificador convolucional que é modelado pelas densidades  $p(R_{nl}|m)$  [1]. Seja  $\mathbf{m} = (m_0, \dots, m_i, \dots, m_{n_{sym}-1})$  uma seqüência de símbolos de comprimento  $n_{sym}$ , correspondente a uma seqüência de saída do codificador, e  $\mathbf{R} = (\mathbf{R}^0, \dots, \mathbf{R}^i, \dots, \mathbf{R}^{n_{sym}-1})$  uma seqüência recebida. Como as saídas dos detectores de energia  $R_{nl}$  são estatisticamente independentes condicionados a uma mensagem  $\mathbf{m}$  [1], podemos escrever a densidade conjunta  $p(\mathbf{R}|\mathbf{m})$  como

$$p(\mathbf{R}|\mathbf{m}) = \prod_{i=0}^{n_{sym}-1} \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}^i|m_i), \quad (9)$$

onde  $R_{nl}^i$  é a saída  $R_{nl}$  da  $i$ -ésima matriz recebida.

Sendo assim, a regra de *Máxima Verossimilhança* (MV) para seqüências de símbolos é: escolha  $\mathbf{m}$  se

$$p(\mathbf{R}|\mathbf{m}) > p(\mathbf{R}|\mathbf{q}), \quad \forall (\mathbf{q} \neq \mathbf{m}). \quad (10)$$

Como em [1], podemos usar o fato de que não somente para  $m = q$ , mas também para  $n \neq m \neq q$ ,  $p(R_{nl}|m) =$

$p(R_{nl}|q)$ . Assim, a regra de MV é equivalente a: escolha  $\mathbf{m}$  se

$$\prod_{i \in A} \prod_{l=0}^{L-1} \frac{p(R_{ml}^i|m_i)}{p(R_{ml}^i|q_i)} > \prod_{i \in A} \prod_{l=0}^{L-1} \frac{p(R_{ql}^i|q_i)}{p(R_{ql}^i|m_i)}, \quad \forall (\mathbf{q} \neq \mathbf{m}), \quad (11)$$

onde  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{q}$  são duas seqüências distintas, o conjunto  $A$  representa os índices  $i$  com símbolos distintos e a cardinalidade do conjunto  $A$  é  $\xi$ .

Definindo  $Z(\mathbf{m})$  ( $Z(\mathbf{q})$ ) como o lado esquerdo (direito) da Equação (11), a probabilidade de erro par-a-par,  $P_1 = Pr[(Z(\mathbf{m}) - Z(\mathbf{q})) < 0 | \mathbf{m}]$ , pode ser obtida. Assim, estendendo os resultados para a aproximação do ponto-sela apresentados em [3], podemos escrever

$$P_1 \approx \frac{\Phi_{MV}^{(L \cdot \xi)}(\bar{\alpha})}{\bar{\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\Phi_{MV}(\bar{\alpha})}{2\pi L \xi \cdot |\Phi_{MV}''(\bar{\alpha})|}}, \quad (12)$$

onde  $\Phi_{MV}'(\bar{\alpha}) = 0$ ,  $|\Phi_{MV}(\bar{\alpha})| < 1$  e  $\Phi_{MV}(\bar{\alpha})$  tem um mínimo porque a transformada de Laplace é convexa [6].

A Equação (12) mostra que a probabilidade de erro par-a-par não depende de  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{q}$  específicos, mas apenas do produto  $L \cdot \xi$ . Seja  $\xi_{\min}$  o menor valor de  $\xi$  para todos os possíveis pares de seqüência  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{q}$  ( $\mathbf{m} \neq \mathbf{q}$ ). Fixando  $L$ , podemos sugerir como critério de projeto: para códigos de mesma taxa e mesma complexidade, escolha aquele que possui o maior valor de  $\xi_{\min}$ [3], [6].

O critério proposto é equivalente ao critério de projeto para canais com desvanecimento, onde  $\xi$  é substituído pela distância de Hamming entre símbolos,  $d_{Ham}$ , ou seja, a menor distância de Hamming de quaisquer duas seqüências de símbolos codificadas. A distância de Hamming é encontrada na literatura como o comprimento efetivo do código.

### C. Métrica para um sistema FFH-CDMA que utiliza o novo critério de construção dos códigos

Os receptores FFH-CDMA codificados implementados neste trabalho, utilizam na decodificação, o algoritmo de Viterbi com terminação. Deste modo, o decodificador é implementado através do diagrama de treliça do codificador convolucional. Para os sistemas FFH-CDMA que utilizam o novo critério de construção dos códigos (Seção I-B), cada uma das  $M$  métricas dos ramos, associadas a uma seção da treliça e, que serão utilizadas pelo algoritmo de Viterbi, pode ser obtida da Equação (9) e é dada por

$$\begin{aligned} M(\mathbf{R}|m) &= \log \left[ \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}|m) \right] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \log [p(R_{nl}|m)], \end{aligned} \quad (13)$$

onde  $m \in \{0, \dots, M-1\}$ .

Utilizando as mesmas simplificações que levaram à Equação (11), as métricas dos ramos podem ser obtidas como

$$M(\mathbf{R}|m) = \sum_{l=0}^{L-1} f(R_{ml}), \quad (14)$$

onde  $m \in \{0, \dots, M-1\}$  e  $f(\cdot)$  é a não-linearidade [1]. Vale ressaltar que, as métricas equivalentes de (14) calculam apenas  $L$  somas (em vez de  $NL$  somas como em (13)), e que a não-linearidade pode ser implementada pelo mesmo *perceptron* sugerido em [3], [5].

### D. Limitantes de Desempenho para o novo sistema de comunicação FFH-CDMA codificado

Seja a matriz  $\mathbf{A}$ , de dimensões  $2^{m'}$  por  $2^{m'}$ , onde cada elemento  $a_{ij}$  de  $\mathbf{A}$  pode ser ainda denotado na forma  $a_{ij} = X^f Y^g$ , onde  $f$  denota o peso de Hamming do símbolo codificado, correspondente à transição do estado  $i$  para o estado  $j$  ( $f = 0$  ou  $1$ ). Por outro lado,  $g$  denota o peso de Hamming do símbolo que entra no codificador ( $g = 0$  ou  $1$ ). O polinômio enumerador de pesos  $T(X, Y)$  é dado por

$$T(X, Y) = \sum_{l,m} B_{l,m} X^l Y^m, \quad (15)$$

onde  $B_{l,m}$  denota o número de palavras-código com peso de Hamming  $l$ , associadas à seqüência de informação de peso de Hamming  $m$ .

Em [7] é apresentado um método para a obtenção da distribuição de pesos para um código de bloco linear derivado de um código convolucional. Para uma decodificação com o algoritmo de Viterbi com terminação (*zero tail*), o polinômio enumerador de pesos  $T(X, Y)$  será dado pelo elemento  $a_{11}$  da matriz  $\mathbf{A}^{n_{sym}}$ , onde  $n_{sym}$  é o número de símbolos da seqüência codificada. Assim, para um valor elevado de  $n_{sym}$ , o cálculo computacional convencional de  $\mathbf{A}^{n_{sym}}$  mostrou-se proibitivo. Em [8] é apresentado o cálculo para a taxa de erro de bit para códigos convolucionais não terminados, através da limitação do número de termos da função de transferência. O método utilizado para o cálculo da função de transferência é bastante rápido e eficiente, pois não necessita do armazenamento de todas as operações. Estendendo o método apresentado em [8], podemos calcular o valor do elemento  $a_{11}$  de  $\mathbf{A}^{n_{sym}}$  de forma recursiva, de tal modo que os recursos computacionais alocados, sejam bem menores do que através do método convencional [3].

A partir do polinômio enumerador de pesos  $T(X, Y)$ , podemos facilmente obter  $T(X)$  dado por

$$\begin{aligned} T(X) &= \left. \frac{\partial T(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=1} \\ &= \sum_l C_l X^l, \end{aligned} \quad (16)$$

onde  $C_l$  é o número total de símbolos de informação não nulos correspondentes aos caminhos com peso de Hamming entre símbolos igual a  $l$ .

Uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolos de palavra,  $P_p^{(c)}$ , pode ser encontrada para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza o novo critério de construção dos códigos. Deste modo, podemos escrever

$$P_p^{(c)} \leq \sum_{l=d_{Hamming}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{n_{sym}}, \quad (17)$$

onde  $gt$  é o grau do polinômio enumerador  $T(X)$ , e  $P_l$  é a probabilidade de erro de palavra par-a-par apresentada em [3], com  $\xi = l$ . Observe que o limitante deve ser dividido por  $n_{sym}$ , o número de símbolos de informação, pois os coeficientes de  $T(X)$  representam o número de símbolos que entram no codificador para um caminho com distância  $l$ .

Um limitante de probabilidade de erro de bit,  $P_b^{(c)}$ , pode ser obtido de forma semelhante a conversão da probabilidade de erro de palavra,  $P_p$ , e a probabilidade de erro de bit,  $P_b$ , com  $P_b = \frac{M}{2(M-1)} P_p$ , dado por

$$P_b^{(c)} \leq \frac{M}{2(M-1)} \cdot \sum_{l=d_{Hamming}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{n_{sym}}. \quad (18)$$

## II. PROCURA SERIAL DE CÓDIGOS CONVOLUCIONAIS SEGUNDO O CRITÉRIO PROPOSTO

A quantidade de códigos convolucionais baseados na distância de *Hamming* entre símbolos,  $d_{Hamming}$ , disponíveis na literatura é bastante escassa. Assim, é proposta a procura serial aleatória para a obtenção de um codificador convolucional  $(n', k', m')$ , segundo o critério baseado na  $d_{Hamming}$ .

Um limitante superior para a distância de *Hamming*,  $d_{Hamming}$ , fixado e utilizado pelo algoritmo de procura, é dado por

$$d_{Hamming} = \begin{cases} \lfloor \frac{ntm}{k'} \rfloor + 1, & ntm \geq k' \\ 1, & ntm < k' \end{cases}, \quad (19)$$

onde  $ntm$  é o número total de memórias do CC  $(n', k', m')$ .

Dois importantes subrotinas foram implementadas e utilizadas pelo algoritmo de procura dos códigos, a subrotina `Verifica_Catastroficidade()`, que retorna um valor para a catastroficidade de um código convolucional, e a subrotina `ECL()`, que calcula a distância de *Hamming* entre símbolos de um código convolucional. A construção da subrotina `ECL()`, baseia-se em uma pequena alteração do algoritmo para o cálculo da distância livre sugerido em [9]. Vale ressaltar que há uma inconsistência no algoritmo apresentado em [9] e que foi corrigido por [10].

Em [3], é apresentado o algoritmo para a implementação da subrotina `ECL()`, bem como o algoritmo serial de procura aleatória de códigos convolucionais não-catastróficos. A subrotina `Verifica_Catastroficidade()` pode ser implementada a partir da subrotina `ECL()`.

### A. Códigos encontrados

O algoritmo implementado para a procura aleatória e serial dos códigos convolucionais foi implementado em um

programa de computador na linguagem C/C++. A busca serial em toda a faixa de procura na última camada foi proibitiva em alguns casos. Nestes casos, reduziu-se a faixa de procura. Além disso, em muitos casos, foi ainda alterado o valor do tamanho do bloco da seção treliça. As Tabelas I, II, III, IV, V e VI, apresentam várias classes de codificadores convolucionais encontradas com a utilização do algoritmo de procura aleatória, baseado na minimização do número de vizinhos.

Durante a procura dos códigos, observamos que o número de entradas, o número de saídas e o número de estágios de memória do codificador, são os parâmetros que influenciam na complexidade de busca do algoritmo. Deste modo, quanto maior o número de saídas,  $n'$ , do codificador convolucional, maior a dificuldade na procura de códigos.

Os códigos convolucionais encontrados podem também ser utilizados em outras aplicações práticas, onde a distância de *Hamming* entre símbolos é importante, como nos canais com desvanecimento e/ou interferência. Em [11] são apresentadas duas classes de códigos convolucionais indicadas para canais que utilizam uma sinalização ortogonal e uma demodulação não-coerente. Entretanto, os códigos encontrados em [11] não são indicados para a implementação de sistema FFH-CDMA codificado, pois sugerem o uso de códigos que apresentam uma taxa de código,  $r$ , muito baixa.

### B. Limitantes de Desempenho

O número de usuários ativos poderia ser incrementado pelo uso de códigos com taxas baixas. Entretanto, códigos com taxas baixas de transmissão possuem uma dispendiosa largura de faixa. Sendo assim, existe um código com taxa ótima que maximiza a capacidade de usuário normalizada em função da taxa do código. A taxa de corte de canal,  $R_0$ , pode ser dada em função do número de usuários ativos,  $U$ . Para sistemas codificados,  $r = R/K$  é a taxa normalizada. Supondo que estes sistemas trabalham próximo à taxa de corte de canal, podemos traçar  $Ur = UR_0/K$  em função da taxa  $r$  [12], [13].

A otimização está fundamentada na maximização da capacidade de usuário normalizada,  $Ur$ , em função da taxa do código,  $r$  (para  $M$  e  $L$  fixos). A capacidade normalizada foi derivada da taxa de corte de canal. Deste modo, a otimização levou à implementação de sistemas FFH-CDMA codificados variando entre taxas médias e altas [3].

Para taxas  $r$  otimizadas, vários resultados foram obtidos através de limitantes de probabilidade de erro [3]. Alguns codificadores comprovaram que um sistema FFH-CDMA codificado (com uma treliça de 1024 estados) pode trabalhar bem próximo da taxa de corte de canal.

## III. CONCLUSÕES

Motivados pelos ganhos de capacidade previstos pelo limitante da capacidade de canal e pela taxa de corte de canal do receptor não-quantizado, propusemos a implementação de um sistema FFH-CDMA codificado, cujo receptor utiliza as saídas não quantizadas dos detectores de energia. Juntamente com a proposta do novo sistema

TABELA I  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/3$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal		
2/3	1	2	2	2	1	6	11
	2	4	3	3	5	32	56
	3	4	4	4	67	155	313
	4	7	5	5	1022	1573	1745
	5	8	6	6	3705	5274	7247

TABELA II  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/4$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal			
2/4	1	2	2	2	5	1	11	6
	2	4	3	3	65	11	35	7
	3	7	4	4	171	45	206	167
	4	8	5	5	1571	237	725	167
	5	11	6	6	7130	3651	2474	6432
3/4	1	2	2	2	32	12	43	34
	2	4	3	3	362	112	413	355
	3	5	4	4	3643	1164	4132	3565

TABELA III  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/5$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal				
2/5	1	3	2	2	1	1	15	5	16
	2	5	3	3	5	15	71	21	62
	3	8	4	4	25	71	355	111	316
	4	11	5	5	131	355	1665	446	1471
3/5	1	4	2	2	3	13	73	24	65
	2	5	3	3	53	163	733	224	635
	3	7	4	4	543	1673	7334	2235	6353
4/5	1	3	2	2	27	67	350	111	313
	2	4	3	3	547	1667	7330	2233	6352

TABELA IV  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/6$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal					
3/6	1	4	2	2	13	23	63	33	54	25
	2	5	3	3	623	624	733	43	273	605
	3	8	4	4	4353	5473	7123	1324	7043	6445
4/6	1	2	2	2	53	113	313	174	275	136
	2	4	3	3	1153	1353	5754	2074	3675	176
5/6	1	2	2	2	262	462	1423	764	1330	566

TABELA V  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/7$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal						
3/7	1	3	2	2	22	32	72	2	62	23	4
	2	7	3	3	463	463	723	664	603	445	273
	3	7	4	4	4674	4612	7210	6602	6057	4462	2720
4/7	1	4	2	2	133	173	373	33	334	115	36
	2	11	3	3	2442	3775	7751	703	6452	2054	713
5/7	1	4	2	2	1233	630	750	1730	1302	223	1535
6/7	1	2	2	2	4674	4612	7210	6602	6057	4462	2720

TABELA VI  
CODIFICADORES CONVOLUCIONAIS COM TAXA  $k'/8$ .

$R_{CO}$	$m'$	$d_{free}$	$d_{Hamm}$	Limitante $d_{Hamm}$	geradores em octal							
3/8	1	6	2	2	35	25	45	25	65	15	16	77
	2	8	3	3	344	254	434	254	634	164	175	756
	3	11	4	4	6243	7064	4322	5515	5363	4350	6601	3255
4/8	1	6	2	2	371	154	343	121	233	376	61	127
	2	10	3	3	6243	7064	4322	5515	5363	4350	6601	3255
5/8	1	4	2	2	1427	370	644	272	1575	1766	1373	120
6/8	1	5	2	2	3235	5737	2461	2203	4025	4262	1244	5576

FFH-CDMA codificado, sugerimos um novo critério de construção dos códigos convolucionais. Propusemos ainda, uma otimização para a taxa de código,  $r$ , utilizada por um sistema FFH-CDMA codificado. A otimização está fundamentada na maximização da capacidade de usuário normalizada,  $Ur$ , em função da taxa do código,  $r$  (para  $M$  e  $L$  fixos). A capacidade normalizada foi derivada da taxa de corte de canal. Deste modo, a otimização levou à implementação de sistemas FFH-CDMA codificados variando entre taxas médias e altas. Entretanto, os códigos convolucionais utilizados por esses sistemas são bem escassos na literatura. Assim, desenvolvemos um algoritmo serial para procura de códigos. Vários códigos foram encontrados com o algoritmo serial. Os códigos encontrados podem ser utilizados em inúmeras aplicações práticas, onde o critério da distância de *Hamming* de símbolo é importante.

#### REFERÊNCIAS

- [1] O.-C. Yue. Maximum likelihood combining for noncoherent and differentially coherent frequency-hopping multiple-access systems. *IEEE Trans. on Information Theory*, IT-28(4):631–639, July 1982.
- [2] U.-C. Fiebig and P. Robertson. Soft-decision and erasure decoding in fast frequency-hopping systems with convolutional, turbo, and reed-solomon codes. *IEEE Trans. on Communications*, 47(11):1646–1653, Nov. 1999.
- [3] DEUS JÚNIOR, G. A. DE, **Sistemas FFH-CDMA Codificados**, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2002.
- [4] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Coding for ffh-cdma systems. *2002 IEEE International Symposium on Information Theory*, page 336, June-July 2002.
- [5] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Sistemas ffh-cdma codificados - parte i: Capacidade e taxa de corte. *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, CD-ROM, Set. 2001.
- [6] G. A. de Deus Júnior and J. Portugheis. Sistemas ffh-cdma codificados - parte ii: Critério de projeto. *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, CD-ROM, Set. 2001.
- [7] J. K. Wolf and A. J. Viterbi. On the weight distribution of linear block codes formed from convolutional codes. *IEEE Trans. on Communications*, 44(9):1049–1051, Sept. 1996.
- [8] P. J. Lee. A very efficient transfer function bounding technique on bit error rate for viterbi decoded, rate 1/n convolutional codes. *TDA Progress Report 42-79*, pages 114–123, July-Sept. 1984.
- [9] L. R. Bahl, C. D. Cullum, W. D. Frazer, and F. Jelinek. An efficient algorithm for computing free distance. *IEEE Trans. on Information Theory*, 18(3):437–439, May 1972.
- [10] K. J. Larsen. Comments on “an efficient algorithm for computing free distance”. *IEEE Trans. on Information Theory*, 19(4):577–579, July 1973.
- [11] W. E. Ryan and S. G. Wilson. Two classes of convolutional codes over  $gf(q)$  for  $q$ -ary orthogonal signaling. *IEEE Trans. on Communications*, 39(1):30–40, Jan. 1991.
- [12] T. Kawahara and T. Matsumoto. Forward link capacity limit of coded ffh/cdma multiuser mobile radios. *Electronics Letters*, 27(21):1918–1919, Oct. 1991.
- [13] T. Kawahara and T. Matsumoto. Optimum rate reed solomon codes for ffh/cdma mobile radios. *Electronics Letters*, 27(22):2066–2068, Oct. 1991.