

Cálculo de Desempenho de Sistemas CDMA Utilizando Detecção Multiusuário Descorrelacionadora e Arranjo de Antenas

G. Fraidenraich, R. Baldini Filho and C. de Almeida

Resumo—Este artigo apresenta o desempenho de um sistema rádio celular CDMA, que utiliza conjuntamente detecção multiusuário descorrelacionadora e arranjo de antenas. Expressões de probabilidade de erro de bit e também de ganho de SIR são obtidas para se avaliar o desempenho do enlace reverso de sistemas CDMA em canais AWGN, em relação a sistemas CDMA com detecção convencional.

Palavras-Chave—CDMA, Detecção Multi-Usuário Descorrelacionadora, Arranjo de Antenas, Desempenho.

Abstract—This paper presents the performance of a cellular CDMA radio system which employs jointly a multiuser decorrelating detector and antenna array. Expression for the bit error probability and also for the gain of SIR are obtained for evaluating the reverse link of CDMA systems relative to CDMA systems employing matched-filter detection.

Keywords—CDMA, Decorrelating Multiuser Detection, Antenna Arrays, Performance.

I. INTRODUÇÃO

CDMA ("Code Division Multiple-Access") é uma técnica de múltiplo acesso que permite que usuários compartilhem com simultaneidade um mesmo espectro de frequência. Os símbolos de todos os usuários são espalhados temporalmente através do uso de diferentes seqüências de espalhamento. Na presença de ruído aditivo, a técnica de detecção convencional dos símbolos transmitidos utiliza filtros casados, e na ausência de interferência, mostra-se que o mesmo é ótimo no sentido de se minimizar a probabilidade de erro de bit [1]. Entretanto, isto não é válido em sistemas CDMA, pois a interferência de múltiplo acesso (MAI) está presente.

Com o objetivo de se melhorar o desempenho dos filtros casados, a detecção multiusuário foi proposta [2]. Detectores multiusuários eliminam a MAI, às custas de um pequeno aumento na potência do ruído. Entretanto, o detector multiusuário ótimo tem complexidade computacional, que cresce exponencialmente com o número de usuários. Devido à complexidade do detector ótimo, esforços foram feitos com o objetivo de se obter detectores lineares sub-ótimos, que possuam uma boa relação entre complexidade e desempenho. O detector descorrelacionador [2] pertence a esta classe e é ótimo sob o critério da resistência perto-longe. Sua simplicidade e bom desempenho o tornam atrativo para sistemas móveis de terceira geração [3].

Departamento de Comunicações, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, E-mails: {gf, baldini, celso}@decom.fee.unicamp.br.

Outra técnica promissora, com o objetivo de se melhorar a capacidade de sistema CDMA, é o arranjo de antenas. Um arranjo de antenas é utilizado, principalmente, com o objetivo de se eliminar parte da interferência de co-canal. É conhecido que, para usuários uniformemente distribuídos em uma célula, a interferência média em sistemas CDMA pode ser reduzida de M vezes, onde M é o número de antenas no arranjo [4].

Neste trabalho, expressões de probabilidade de erro de bit são obtidas para o enlace reverso de sistemas CDMA passa-faixa, utilizando detector multiusuário descorrelacionador e arranjo de antenas. É assumida modulação BPSK, controle de potência perfeito, seqüências de espalhamento aleatórias e síncronas e canal AWGN. É obtido também o ganho de relação sinal-interferência-mais-ruído (SIR) em relação à detecção por filtros casados.

A organização deste trabalho é descrita a seguir. O modelo de sistemas CDMA utilizando detecção multiusuário descorrelacionadora e arranjo de antenas é mostrado na Secção II. A Secção III apresenta o desempenho, em termos da probabilidade de erro de bit para sistemas CDMA síncronos em canais AWGN. Na Secção IV, o ganho de SIR é obtido. Finalmente, a Secção V mostra as conclusões.

II. MODELO DE SISTEMA CDMA PASSA-FAIXA

A envoltória complexa do sinal transmitido pelo k -ésimo usuário, é dada por:

$$p_k(t) = a_k b_k(t) s_k(t), \quad (1)$$

onde a_k representa a amplitude do sinal, $b_k(t)$ o bit transmitido de duração T_b , e $s_k(t)$ a seqüência de espalhamento aleatória, cujos chips assumem amplitudes ± 1 com mesma probabilidade, e têm duração T_c . A razão $T_b/T_c = G_p$ é denominada ganho de processamento. A análise de desempenho neste trabalho, em termos da probabilidade de erro de bit será feita para o enlace reverso de sistemas CDMA.

A envoltória complexa do sinal recebido na m -ésima antena da estação rádio-base (ERB) é dada por:

$$r_m(t) = \sum_{k=1}^K a_k \alpha_k b_k(t - t_k) s_k(t - t_k) e^{-j\phi_k} + \eta_m(t) \quad 1 \leq m \leq M, \quad (2)$$

onde α_k , ϕ_k e t_k representam a atenuação, fase e atraso do canal, respectivamente, para o k -ésimo usuário. O ruído associado à m -ésima antena, $\eta_m(t)$, é modelado como um processo

aleatório gaussiano de média nula e densidade espectral de potência bilateral igual a $N_0/2$.

Um arranjo linear com M antenas igualmente espaçadas é considerado, com espaçamento igual a Δ . A direção de chegada do sinal do k -ésimo usuário, θ_k , é modelada como uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $[0, 2\pi]$. Assim, $\mathbf{a}(\theta_k)$ representa o vetor de assinatura espacial, definido como:

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [a_1(\theta_k) \ a_2(\theta_k) \ \cdots \ a_M(\theta_k)]^T, \quad (3)$$

onde $()^T$ indica transposição, e

$$a_m(\theta_k) = \frac{e^{j2\pi(m-1)\frac{\Delta}{\lambda} \sin(\theta_k)}}{\sqrt{M}} \quad \text{for } 1 \leq m \leq M. \quad (4)$$

Usando notação vetorial, o sinal recebido nas antenas do arranjo da ERB vale:

$$\mathbf{r}(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k(t - t_k) s_k(t - t_k) \mathbf{a}(\theta_k) e^{-j\phi_k} + \boldsymbol{\eta}(t), \quad (5)$$

onde $A_k = a_k \alpha_k$, e o sinal na m -ésima antena é dado por (2). Além disso, $\boldsymbol{\eta}(t)$ representa o vetor de ruído aditivo nas antenas, dado por:

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [\eta_1(t) \ \eta_2(t) \ \cdots \ \eta_M(t)]. \quad (6)$$

A Fig. 1 mostra o modelo do receptor de um sistema CDMA com arranjo de antenas e detector multiusuário descorrelacionador. No receptor, $\mathbf{r}(t)$ é detectado pelas antenas e ponderado pelo vetor de assinaturas do i -ésimo usuário, $\mathbf{a}(\theta_i)$. Então, é passado pelo filtro casado com a sua seqüência de espalhamento. Assume-se que, tanto o vetor de assinaturas, quanto as fases de recepção podem ser perfeitamente estimadas. Para o i -ésimo receptor, o sinal após o filtro casado é amostrado no instante $t_i + T_b$ e é dado por:

$$y_i = \int_{t_i}^{t_i+T_b} \mathbf{a}^H(\theta_i) e^{j\phi_i} s_i(t - t_i) \mathbf{r}(t) dt, \quad (7)$$

onde $()^H$ representa o operador hermitiano.

Substituindo (5) em (7), resulta

$$y_i = \sum_{k=1}^K \rho_{i,k} \mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_k) A_k b_k(t - t_k) + n, \quad (8)$$

onde $\rho_{i,k}$ é a correlação cruzada das seqüências de espalhamento do i -ésimo e k -ésimo usuários, dada por:

$$\rho_{i,k} = \int_{t_i}^{t_i+T_b} s_i(t - t_i) s_k(t - t_k) dt, \quad (9)$$

e

$$n = \int_{t_i}^{t_i+T_b} s_i(t - t_i) \mathbf{a}^H(\theta_i) \boldsymbol{\eta}(t) dt. \quad (10)$$

Assim, o sinal processado pelo arranjo de antenas e pelo banco de filtros casados pode ser escrito em forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n}, \quad (11)$$

onde

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_K]^T,$$

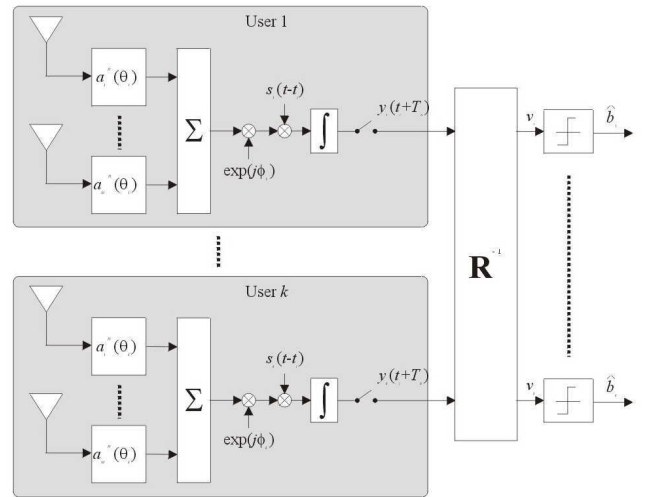


Fig. 1. Modelo do Receptor com Arranjo de Antenas e Detecção Multiusuário Descorrelacionadora.

cujos elementos são dados por (8) e \mathbf{R} é a matriz de correlação de dimensão $K \times K$, que inclui as correlações cruzadas entre as seqüências, assim como os vetores de assinatura espacial, cujos elementos são expressos por:

$$R_{ij} = \mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_j) \rho_{ij}. \quad (12)$$

Além disso, \mathbf{A} é a matriz diagonal de amplitudes de dimensão $K \times K$, \mathbf{b} é o vetor coluna de dimensão K dos bits transmitidos e \mathbf{n} representa o vetor coluna do ruído aditivo filtrado.

O detector descorrelacionador foi desenvolvido originalmente para eliminar a MAI, através do uso da inversa da matriz \mathbf{R} . O detector descorrelacionador multiplica as saídas do banco de filtros casados por \mathbf{R}^{-1} , resultando em:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{n}, \quad (13)$$

conforme mostra a Fig. 1. Finalmente, \mathbf{v} é passado por um banco de comparadores para produzir uma estimativa dos bits transmitidos. Note que a interferência é completamente eliminada, às custas de um aumento na potência do ruído.

III. ANÁLISE DE DESEMPENHO EM CANAIS AWGN

Nesta seção, a probabilidade de erro de bit de sistemas CDMA síncronos, com portadora de RF, em canais AWGN é obtido.

A probabilidade de erro de bit média para o i -ésimo usuário é dada por [2]:

$$P_{b_i} = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}\bar{\beta}_i}\right), \quad (14)$$

onde E_b é a energia por bit e $\bar{\beta}_i$ representa a eficiência assintótica multi-usuário do i -ésimo usuário, que é dada por [2]:

$$\bar{\beta}_i = E\left(\frac{1}{R_{i,i}^{-1}}\right), \quad (15)$$

onde $R_{i,i}^{-1}$ representa o elemento (i, i) da inversa da matriz \mathbf{R} e $E(\cdot)$ denota o operador esperança.

A. Caso de Dois Usuários

Por simplicidade, o usuário 1 será o usuário alvo. Iniciaremos a análise de $\bar{\beta}_1$ para o caso de dois usuários, e então generalizaremos para o caso de K usuários.

Assim, a matriz de correlação \mathbf{R} , cujos elementos são dados por (12), pode ser facilmente determinada para 2 usuários como:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \rho \\ \mathbf{a}^H(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1) \rho & 1 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

onde ρ representa a correlação cruzada das seqüências de espalhamento dos usuários 1 e 2, e θ_1 e θ_2 são as direções de chegada dos usuários 1 e 2, respectivamente.

Portanto, \mathbf{R}^{-1} é dada por:

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & \frac{\mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \rho}{D} \\ -\frac{\rho \mathbf{a}^H(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1)}{D} & \frac{1}{D} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

onde $D = 1 - \rho^2 \mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \mathbf{a}^H(\theta_2) \mathbf{a}(\theta_1)$.

Tomando-se a média do elemento (1,1) de \mathbf{R} , podemos escrever:

$$\bar{\beta}_1 = 1 - E(\rho^2) E(|\mathbf{a}^H(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2)|^2), \quad (18)$$

onde usamos o fato de que a correlação cruzada instantânea é independente da direção de chegada instantânea. Os termos médios de (18) são dados, respectivamente, por [5] [4]:

$$E(\rho_{i,j}^2) = \frac{1}{G_{p,K=2}}, \quad (19)$$

$$E(|\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_j)|^2) = \frac{1}{M} + \frac{2}{M^2} \sum_{m=1}^{M-1} (M-m) J_0^2\left(\frac{2\pi m \Delta}{\lambda}\right), \quad (20)$$

onde $G_{p,K=2}$ é o ganho de processamento para um sistema CDMA com $K = 2$ usuários, $J_0(\cdot)$ é a função de Bessel de ordem zero e primeira espécie. Pode-se mostrar que (20) pode ser bem aproximado por [4]:

$$E(|\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_j)|^2) \cong \frac{1}{M}. \quad (21)$$

Substituindo o resultado de (19) e (20) em (18), temos:

$$\bar{\beta}_1 = 1 - \frac{1}{G_{p,K=2}} \left[\frac{1}{M} + \frac{2}{M^2} \sum_{m=1}^{M-1} (M-m) J_0^2\left(\frac{2\pi m \Delta}{\lambda}\right) \right]. \quad (22)$$

Usando a aproximação (21), em (22) temos:

$$\bar{\beta}_1 \cong 1 - \frac{1}{G_{p,K=2} M}. \quad (23)$$

Usando (23), a probabilidade de erro aproximada é dada por:

$$P_b \cong Q\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} \left(1 - \frac{1}{G_{p,K=2} M}\right)}\right). \quad (24)$$

B. Caso de K -Usuários

O fator de carga é definido como a razão entre o número de interferentes e o ganho de processamento, ou seja:

$$\mu = \frac{K-1}{G_p}. \quad (25)$$

Sabemos que a probabilidade de erro de bit é constante para uma dada carga. Portanto, mudando o número de usuários K no sistema, ou o ganho de processamento, G_p , mas mantendo o fator de carga constante, o desempenho do sistema não se altera. Portanto, o ganho de processamento para 2 usuários é igual ao ganho de processamento para K usuários dividido pelo número de interferentes, ou seja:

$$G_{p,K=2} = \frac{G_p}{K-1}. \quad (26)$$

Substituindo (26) em (24), obtém-se a probabilidade de erro para K usuários:

$$P_b \cong Q\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} \left(1 - \frac{K-1}{G_p M}\right)}\right). \quad (27)$$

IV. GANHO DE SIR

A probabilidade de erro de bit para o caso de detecção convencional com filtro casado é dada por:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\left(\frac{K-1}{G_p} + \frac{1}{2 \frac{E_b}{N_0}}\right)^{-1}}\right). \quad (28)$$

O ganho de SIR da estratégia proposta pode ser obtido pela comparação da sua probabilidade de erro com aquela referente à detecção convencional. Portanto, comparando (28) e (27), temos que o ganho de SIR é dado por:

$$\mathcal{G} = \frac{2 \frac{E_b}{N_0} \left(1 - \frac{K-1}{G_p M}\right)}{\left(\frac{K-1}{G_p} + \frac{1}{2 \frac{E_b}{N_0}}\right)^{-1}} = \left(2 \frac{E_b}{N_0} \mu + 1\right) \left(1 - \frac{\mu}{M}\right). \quad (29)$$

Assim, o máximo ganho de SIR e o seu fator de carga correspondente são dados, respectivamente, por:

$$\mathcal{G}_{max} \cong \frac{\frac{E_b}{N_0} M + 1}{2} \quad \text{para } \frac{E_b}{N_0} \gg 1, \quad (30)$$

$$\mu \mathcal{G}_{max} = \frac{M}{2} - \frac{1}{4 \frac{E_b}{N_0}} \cong \frac{M}{2} \quad \text{para } \frac{E_b}{N_0} \gg 1. \quad (31)$$

A Fig. 2 mostra o ganho de SIR em função do fator de carga para $E_b/N_0 = 4$ e $E_b/N_0 = 10$. O número de antenas foi fixado em $M = 4$. Observe inicialmente a existência de ganhos de SIR bastante apreciáveis em relação à detecção convencional. Observe ainda que o ganho de SIR é diretamente proporcional ao quociente E_b/N_0 e ao número de antenas M . Finalmente, note que (30) e (31) são boas aproximações para o valor do ganho máximo e o fator de carga correspondente.

A Fig. 3 mostra a probabilidade de erro de bit em função do fator de carga. O número de antenas no arranjo assume os valores 1, 2 and 4, e $E_b/N_0 = 10$. Observe que o uso do detector multiusuário descorrelacionador associado a um

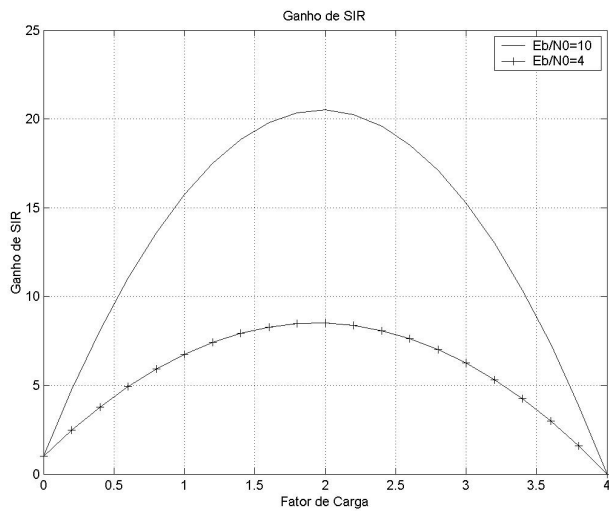


Fig. 2. Ganho de SIR em função do fator de carga e da relação E_b/N_0 .

arranjo de antenas proporciona um aumento significativo do fator de carga para uma dada probabilidade de erro de bit em relação à detecção convencional. Observe também que um maior fator de carga torna-se mais atrativo com o aumento no número de antenas.

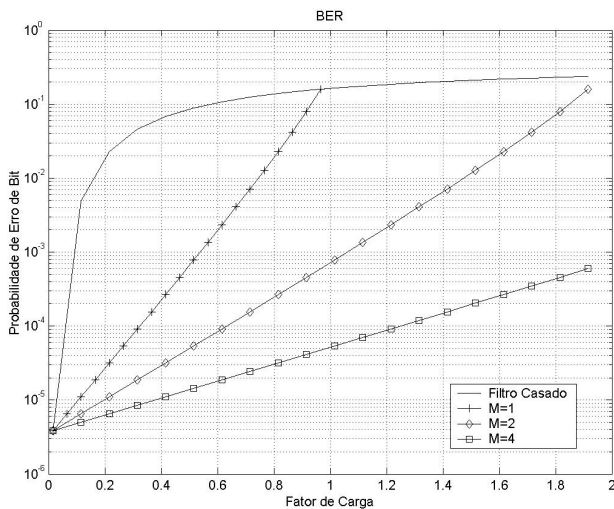


Fig. 3. Probabilidade de Erro de Bit em Função da Carga do Sistema e do Número de Antenas.

V. CONCLUSÕES

Obtivemos expressões para avaliar o desempenho do enlace reverso de sistemas CDMA que utilizam simultaneamente arranjo de antenas e detecção multi-usuário descorrelacionadora. Mostrou-se que tais sistemas apresentam ganho de desempenho substancial em termos da SIR, e conseqüentemente da probabilidade de erro de bit, quando comparados a sistemas que utilizam detecção convencional.

REFERÊNCIAS

- [1] J. G. Proakis, Digital Communications, McGraw-Hill, 1995.
- [2] S. Verdu, Multiuser Detection, Cambridge University Press, 1998.
- [3] H. Holma and A. Toskala, WCDMA for UMTS: Radio Access for Third Generation Mobile Communications, John Wiley & Sons, 2000.
- [4] S. K. Teshima and C. de Almeida, Lower Bound on Normalised Interference Mean and Standard Deviation for CDMA Systems Using Antenna Arrays, Electronics Letters, vol. 37, no. 21, pp. 1761, 1762, June 2000.
- [5] R. K. Morrow, JR and J. S. Lehnert - "Bit-to-Bit Error Dependence in Slotted DS/SSMA Packet Systems with Random Signature Sequences-IEEE Transactions on Communications, Vol. 37, No 10, October 1989.