Tarifação Dinâmica em Redes de Comunicações Móveis Celulares

Marc Olivero Monteiro e Marco Antonio Grivet

***Resumo*— Este artigo pretende analisar o problema de tarifação dinâmica cujo objetivo é o de determinar em tempo real o preço a ser cobrado por uma chamada telefônica originada em um terminal móvel de forma a maximizar a receita da empresa operadora do serviço, garantindo os valores máximos aceitáveis para as probabilidades de bloqueio e queda por handoff. Fundamental neste processo é a possibilidade de estimação do tráfego telefônico estratificado por camadas de nível sócio-econômico.**

***Palavras-chaves*— Sistemas móveis celulares, tarifação dinâmica, otimização.**

***Abstract*— This article presents an analysis of a dynamic pricing model whose objective is to determine the price to be charged for phone calls originated in the mobile phone in order to maximize the telephone enterprise revenue and at same time to guarantee the maximum acceptable values for blocking and drop to handoff probabilities.**

***Index Terms*— Mobile cellular systems, dynamic pricing, optimization**

I. INTRODUÇÃO

Usuários típicos de um sistema de telefonia móvel costumavam ser os que o utilizavam para fins comerciais e praticamente não havia penetração significativa no mercado privado. A expansão das redes de telefonia celular, o desenvolvimento tecnológico e a forte competição que se iniciou neste setor fizeram com que os preços cobrados por estes serviços despencassem, aumentando exponenciamente o número de pessoas, das mais diversas classes sócio-econômicas, que passaram a ter acesso a este serviço.

Este crescimento contínuo da demanda exige investimentos permanentes por parte das empresas operadoras do serviço móvel celular, na expansão da capacidade das redes existentes e na utilização de técnicas que permitam melhorar a utilização dos recursos disponíveis para que não haja impacto negativo na qualidade dos serviços prestados.

A capacidade de um sistema móvel celular é geralmente determinada com base nas estatísticas de comportamento do usuário e esta é bastante dependente do preço cobrado por este serviço. Devido as variações diárias da demanda de chamadas e a necessidade de atender aos requisitos de qualidade de serviço impostos pelos órgãos reguladores, este serviço pode estar sendo subutilizado durante períodos consideráveis e incapaz de atender a demanda em outros. É claramente por esta razão que as empresas possuem um plano de tarifas diferenciado por horário.

É possível então conceber um mecanismo de controle de tráfego que leve em consideração a reação do usuário ao preço cobrado. Esta reação poderia funcionar como um processo de realimentação de forma a controlar a qualidade de serviço porém com objetivos de maximização de receita.

Esquemas de tarifação dinâmica tem sido muito estudados para aplicações voltadas a Internet. Em [1] é analisado o problema de determinação de preço ótimo para redes ATM que fornecem serviços integrados. Um modelo é proposto para determinar o preço ótimo a ser cobrado em função da elasticidade da demanda e de seu custo de oportunidade de provisão. Em [2] são discutidos os efeitos da variação dinâmica do preço baseado na utilização dos recursos das rede e as consequências que a informação ao usuário deste preço variável pode ter no controle do tráfego total gerado na rede. Em [3] é feito um estudo sobre tarifação de uma rede que provê múltiplos serviços com diferentes níveis de qualidade. Em [4] é desenvolvido um modelo onde é discutida uma política de preços ótima e um estratégia de investimentos em capacidades de redes de serviços.

Para desenvolver o modelo de tarifação dinâmica aqui proposto, procurou-se agregar diversos conceitos utilizados em diferentes trabalhos, já que até o presente momento e dentro do limite de conhecimento dos autores, não foi encontrada nenhuma publicação específica dirigida a telefonia celular que analisasse, de forma semelhante como foi feita para a Internet, o problema de tarifação dinâmica.

O presente trabalho apresenta um modelo de tarifação dinâmica que tem por objetivo determinar o preço em função do tempo, que deve ser cobrado por uma chamada telefônica originada numa estação móvel, de forma a maximizar a receita da operadora tendo como restrição requisitos de qualidade de serviço.

II. MODELO DE TARIFAÇÃO DINÂMICA

No modelo aqui desenvolvido, considera-se que a empresa operadora do serviço de telefonia móvel é um empresa monopolista, ou seja, ela é a única empresa provedora deste tipo de serviço, não havendo concorrentes. Seu único objetivo é a maximização de receita desde que sejam respeitadas as restrições relacionadas com os valores máximos para probabilidade de bloqueio de uma chamada e a probabilidade de perda de ligação devido a handoff. Apesar do sistema ser composto por diversas células, consideraremos aqui a maximização da receita em uma única célula, que denominaremos de célula central. Chamadas em andamento nesta célula consomem uma unidade de recurso (ou canal), sendo que esta célula possui uma quantidade fixa de C unidades de recurso disponíveis.

O fato de se analisar uma única célula, ao contrário do que possa parecer, não leva a perda de generalidade, uma vez que o modelo proposto é descentralizado. Isso significa que a

Os autores pertencem respectivamente a EMBRATEL e CETUC/PUC-Rio e seus e-mails são molivero@uol.com.br e mgrivet@cetuc.puc-rio.br

decisão sobre o preço a ser cobrado não depende dos preços cobrados nas demais células.

Assume-se aqui que usuários da célula central possam ser classificados em N grupos distintos quanto a natureza do tráfego por eles gerados. A célula central faz fronteira com M células vizinhas de onde surgem os usuários que desejam efetuar procedimentos de handoff. Estes usuários estarão obviamente disputando recursos de comunicação com os usuários da célula central. Ao longo de cada grupo, usuários possuem características semelhantes de modo que apresentam as mesmas estatísticas quanto a geração e duração das chamadas. Assume-se que este processo de geração de chamadas é um processo de Poisson, o que é bastante aceitável para fins transmissão de voz. Além disso, estas características são função do preço $p_j(t)$ cobrado por unidade de tempo de conversação telefônica na célula j (0 é reservado para a célula central) no instante t.

Definamos as seguintes grandezas:

- $\lambda_i^B[p,t]$ é a taxa de geração de chamadas dos usuários do grupo i da célula central em função da tarifa p e do tempo t.
- μ_i^B taxa média de serviço de chamadas de usuários do grupo i e originadas dentro da célula central. Assume-se que este parâmetro independe do preço p e do tempo.
- $\beta^B(t)$ é a probabilidade de bloqueio de chamadas originadas na célula central no instante t.
- $\lambda_j^H[p_j(t),t]$ é a taxa de pedidos de handoff de chamadas oriundas da célula j (vizinha a célula central) onde o preço nela cobrado é $p_j(t)$.
- μ_i^H taxa média de serviço de chamadas em procedimento de handoff provenientes da célula j. De forma idêntica ao caso anterior, assume-se que este parâmetro independe do preço p e do tempo.
- $\beta^H(t)$ é a probabilidade de queda de ligação devido a handoff.

Assumindo que a tarifa de ligação telefônica é definida no exato instante de seu início e que permanece constante ao longo de sua duração, pode-se a partir dessas grandezas, determinar uma expressão que define a receita média total R da operadora ao longo de um intervalo de tempo $(0,T]$ e oriunda da célula central. Esta expressão é fornecida abaixo:

$$R(T) = R_B(T) + R_H(T) \tag{1}$$

onde

$$R_B(T) = \sum_{i=1}^{N} \int_0^T [1-\beta^B(t)].\left[\frac{\lambda_i^B(p_0(t),t)}{\mu_i^B}\right].p_0(t).dt \tag{2}$$

$$R_H(T) = \sum_{j=1}^{M} \int_0^T [1-\beta^H(t)].\left[\frac{\lambda_j^H(p_j(t),t)}{\mu_j^H}\right].p_j(t).dt \tag{3}$$

onde o termo entre colchetes nas expressões acima representam tráfegos aqui denotados por:

$$\rho_i^B[p_0(t),t] \triangleq \frac{\lambda_i^B(p_0(t),t)}{\mu_i^B} \tag{4}$$

$$\rho_j^H[p_j(t),t] \triangleq \frac{\lambda_j^H(p_j(t),t)}{\mu_j^H} \tag{5}$$

A probabilidade de bloqueio de chamadas e a probabilidade por perdas devido a handoff podem ser obtidas pelas expressões clássicas de Erlang-B e como elas são limitadas por imposição da qualidade de serviço, tem-se que:

$$\beta^B(t) = \mathbf{B}\left[\rho^B[p_0(t),t], C_B(t)\right] \le \beta^B_{max} \tag{6}$$

$$\beta^H(t) = \mathbf{B}\left[\rho^H[\mathbf{p}(t),t], C_H(t)\right] \le \beta^H_{max} \tag{7}$$

onde

- $\rho^B[p_0(t),t]$ é a soma dos tráfegos internos oriundos das diversos grupos de usuários
- $\rho^H[\mathbf{p}(t),t]$ é a soma dos tráfegos de handoff oriundos das células vizinhas a célula central e $\mathbf{p}(t)$ é o vetor de tarifas praticados nestas células.
- $C_B(t)$ e $C_H(t)$ são respectivamente o volume de recursos de comunicação disponíveis na célula central para tráfegos interno e de handoff.

Além disso o total de recursos de comunicação C deve ser compartilhado entre ligações internas e ligações geradas por handoff. Assim :

$$C_B(t) + C_H(t) \le C \tag{8}$$

Para que este problema atinja os objetivos delineados na introdução, é necessário saber como o usuário dos diferentes grupos reage ao preço cobrado por uma chamada. Conforme relatado em [5], o tráfego interno dos usuários do grupo i é de variáveis separáveis, ou seja, a reação do usuário ao preço independe da intensidade de tráfego gerada, podendo ser representada pelo produto de duas funções da forma:

$$\rho_i^B(p,t) = A_i^B(t).h_i^B(p) \tag{9}$$

onde $A_i^B(t)$ é uma função que representa o tráfego interno bruto associado ao grupo de usuários i (que depende exclusivamente do tempo) e $h_i^B(p)$ representa a reação dos usuários do grupo i ao preço p. Esta última função é usualmente monotônica decrescente com o preço p, seu valor na origem é 1 e vale 0 a partir de um preço entendido como o limitante para os usuários do grupo. Assume-se aqui que estas funções de reação são conhecidas para todos os grupos de usuários. Neste trabalho assume-se, como também sugerido em [5], que estas funções h são, para valores de preço $p < p_{0max}$ da forma:

$$h_i^B(p) = \left[1 - \frac{p}{p_{0max}}\right]^{\alpha_i} \tag{10}$$

valendo zero fora deste intervalo. A figura 1 ilustra algumas curvas típicas desta família de funções.

O problema de interesse consiste em dado um inteiro positivo K, achar K instantes de tempo da forma $0 = \tau_0 < \tau_1 < ... < \tau_{K+1} = T$ assim como os preços $p_0, p_1, ..., p_K$ onde o preço p_i é o cobrado por chamadas que se originaram no intervalo de tempo $(\tau_i, \tau_{i+1}]$ de modo que a receita $R_B(T)$ produzida na célula central seja maximizada. A função objetivo doravante considerada é a receita $R_B(T)$ produzida na célula central pois numa política descentralizada, somente esta depende dos preços nela cobrados. A receita oriunda por handoff, já teve seus preços estabelecidos quando do início das chamadas.

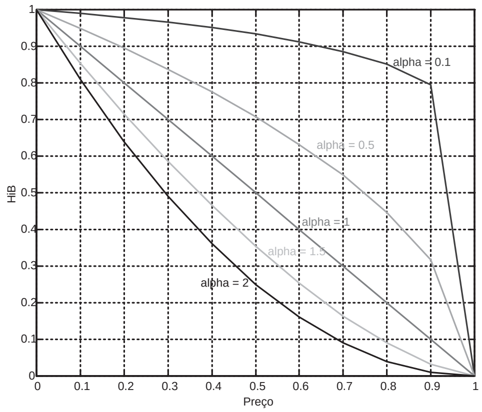

Fig. 1: Curvas Típicas de Reação de Usuário ao Preço Cobrado

Embora a função objetivo não considere a receita produzida em células vizinhas, os recursos da célula central são utilizados para handoff pelos usuários que nela ingressam. Então é necessário definir como os recursos de comunicação devem ser compartilhados entre as chamadas internas e aquelas originadas por handoff. Sem perda de generalidade, assumiremos que as chamadas originadas por handoff são prioritárias e que a capacidade de comunicação restante é destinada as chamadas originadas na célula central.

Este problema pode ser expresso como a seguir: deseja-se conhecer valores para $0 = \tau_0 < \tau_1 < ... < \tau_{K+1} = T$ e $p_0, p_1, ..., p_K$ de modo a minimizar a seguinte função objetivo:

$$z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=0}^{K} \left[\int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \left[1 - \beta^B(t)\right] .A_i^B(t).dt \right] .h_i^B(p_k).p_k \tag{11}$$

restrito a:

$$\beta^B(t) = \mathbf{B} \left[\sum_{i=1}^{N} A_i^B(t).h_i^B(p_j), C_B(t) \right] \leq \beta_{max}^B \tag{12}$$

$$C_B(t) = max\left[0, C - C_H(t)\right] \tag{13}$$

$$C_H(t) = \mathbf{H}\left[\rho^H[\underline{p}(t), t], \beta_{max}^H\right] \tag{14}$$

onde **H** é a função que fornece o no. de troncos nas fórmulas de Erlang-B a partir de tráfego e probabilidade de bloqueio.

Note que conhecidos os valores da capacidade disponível $C_B(t)$ e da probabilidade máxima de bloqueio β_{max}^B, pode-se determinar pela fórmulas de Erlang-B o máximo tráfego total interno escoável $\rho_{max}^B(t) = \mathbf{R}[C_B(t), \beta_{max}^B]$. Como os tráfegos são funções decrescentes com o preço p, pode-se então determinar o preço mínimo $p_{min}(t)$ que produz o valor máximo escoável para o tráfego total interno $\rho_{max}^B(t)$ ou seja:

$$\rho_{max}^B(t) = \rho^B\left[p_{min}(t), t\right] \tag{15}$$

Este preço mínimo $p_{min}(t)$ desempenha um papel fundamental pois ele define um valor de preço que, se não violado, garante que todas as restrições do problema sejam atendidas. Assim o problema de otimização acima pode ser rescrito como: deseja-se conhecer valores para $0 = \tau_0 < \tau_1 < ... < \tau_{K+1} = T$ e $p_0, p_1, ..., p_K$ de modo a minimizar a seguinte função objetivo:

$$z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{K} \left[\int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \left[1 - \beta^B(t)\right] .A_i^B(t).dt \right] .h_i^B(p_j).p_j \tag{16}$$

restrito a:

$$p_k \geq \max_{t \in [\tau_k, \tau_{k+1}]} p_{min}(t) \tag{17}$$

para todos os valores de k no intervalo $[1, K]$.

É possivel que quando a otimização seja efetuada, o valor ótimo do preço seja exatamente o valor seu valor mínimo. Isto significa que o valor que maximiza a receita (doravante chamado de $p_{otimo}(t)$) é na realidade inferior a $p_{min}(t)$, que não pode ser violado.

III. Heurística de um Solução Sub-Ótima

Desnecessário dizer que, embora seja possível numericamente resolver este problema de otimização, a sua complexidade computacional é elevada o suficiente para que fuja de uma abordagem prática. É nosso objetivo mostrar que algoritmos sub-ótimos de esforço computacional reduzido podem ser definidos e mesmo assim produzir valores de função custo bastante aceitáveis.

Uma maneira de abordar o problema consiste em observar que se os valores de $\{\tau_i\}$ são fixados, a determinação do preço ótimo para cada intervalo de tempo é simples de ser efetuado. Consequentemente uma heurística simples consiste em agir sequencialmente na determinação dos intervalos de acordo com o seguinte procedimento:

- Seja $k = 1$
- Determine o valor de $\tau_k \in [0, T]$ de modo que a função objetivo descrita em (16) seja maximizada.
- Faça $k = k + 1$ e se $k < K_{max}$ retorne ao item anterior. Caso contrário termine o algoritmo.

Note que o que este algoritmo em essência faz é reduzir a busca multidimensional a uma seqüência de buscas unidimensionais. Técnicas para esta otimização unidimensional são várias, destacando-se Bissecção Binária, e busca de Fibbonacci [6]

IV. Resultados Obtidos

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos por um programa de simulação desenvolvido em linguagem MATLAB, que resolve o problema descrito em (16). Seu objetivo é, a partir de um no. fixo K de janelas de tempo, determinar estas janelas assim como a tarifa ótima a ser cobrada em cada uma destas janelas, de modo a maximizar a receita da operadora ao longo de um período de tempo de duração T, sem violar entretanto os requisitos de qualidade de serviço expressos pela probabilidade de bloqueio de 5% e de perdas por handoff de 1%. O no. de canais existentes na célula central é iniciamente fixado em 50.

Considerou-se a existência de cinco grupos de usuários na célula central onde as suas curvas de resposta a preços são mostradas na figura 1. Os tráfegos gerados por cada um destes grupos é suposto conhecido e encontram-se ilustrados na figura

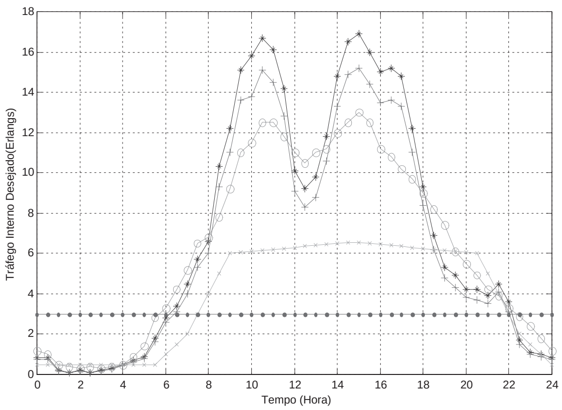

Fig. 2: Tráfegos (em Erlangs) Gerados pelos Diferentes Grupos de Usuários

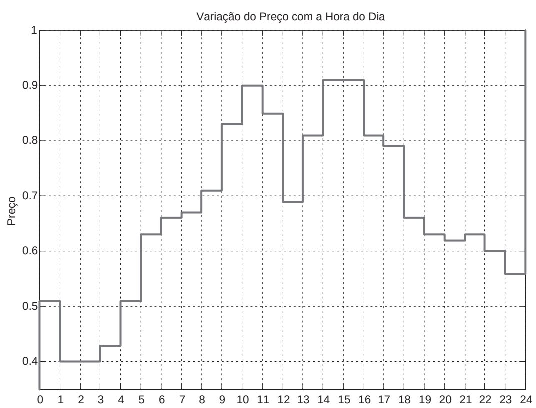

Fig. 3: Evolução do Preço Ótimo em função da Janela de Tempo
figure

2. O tráfego externo de usuários para a célula central foi fixado em 15% do tráfego interno total na célula central, para não exaurir os recursos nela existentes.

Para estes valores considerados, e assumindo que os instantes de tempo estão limitados aos valores inteiros de hora, a função $p_{otimo}(t)$ que representa o valor que maximiza receita tem o comportamento ilustrado na figura 3.

A solução do problema de otimização de interesse pode ser visualizada na tabela 1 onde se mostra a variação da receita ótima em função do no. de subintervalos escolhidos para o intervalo [0,T]. Esta tabela ilustra dois casos com no. diferentes de valores de C e mostra que mesmo para valores pequenos de K, o ganho de receita pode ser significativo.

Um subproduto interessante do problema aqui apresentado, é que ele permite, por exemplo, a investigação do comportamento das grandezas de interesse com a variação de parâmetros do sistema. Tomemos por exemplo, o intervalo de tempo $(4, 5]$ (que corresponde a um horário de tráfego reduzido) e vejamos o comportamento do preço ótimo e da receita em função do no. de canais C disponíveis na célula central. Este comportamento pode ser visualizado na figura 4.

TABELA I: Receita Total em Função do No. de Intervalos

No. de subintervalos	Receita (C=40)	Receita (C=33)
1	11136	8340
2	11136	8341
3	11490	9000
4	11637	9245
5	11702	9395
6	11854	9493
7	11904	9519
8	11984	9541
9	11991	9548
10	12017	9549
11	12024	9550
12	12026	9552
16	12030	9553
24	12033	10086

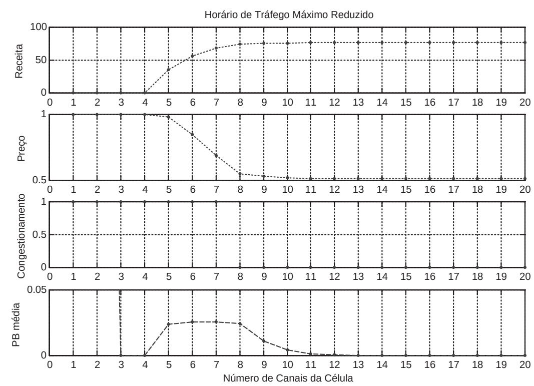

Fig. 4: Receita, Tarifa, Congestionamento e Probabilidade de Bloqueio em função do no de canais

Fica fácil de verificar que somente a partir de 8 canais, não há mais congestionamento e que a probabilidade de bloqueio se situa confortavelmente dentro dos limites desejados. É exatamente para este valor que a receita começa a atingir seu valor máximo.

Se agora fizermos a mesma análise para intervalos de tempo onde o tráfego é mediano (intervalo (12,13]) e onde é máximo (intervalo (14,15]), os resultados podem ser visualizados nas figuras 5 e 6.

V. Conclusões

Este trabalho analisa a possibilidade da formulação de um problema de determinação de valores ótimos de tarifa telefônica de forma a maximizar a receita da empresa operadora do serviço móvel, garantindo valores aceitáveis para probabilidade de bloqueio de uma chamada e probabilidade de queda de ligação devido a handoff. Estas tarifas funcionam com elemento de controle do tráfego escoado, ora atraindo usuários em períodos ociosos, ora repelindo-os como nos momentos de alto tráfego.

Esta formulação inicialmente desenvolvida para o caso contínuo, foi utilizada num problema mais real onde o intervalo de tempo de interesse foi arbitrariamente discretizado, gerando planos de tarifas à semelhança dos que são hoje

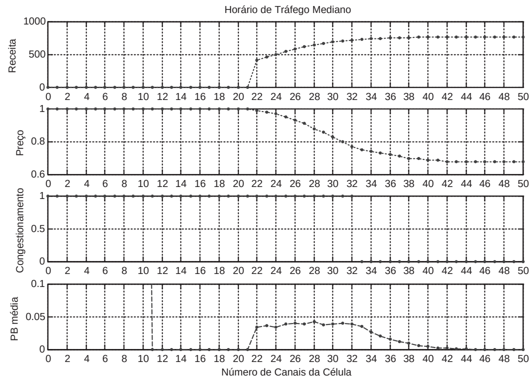

Fig. 5: Receita, Tarifa, Congestionamento e Probabilidade de Bloqueio em função do no de canais

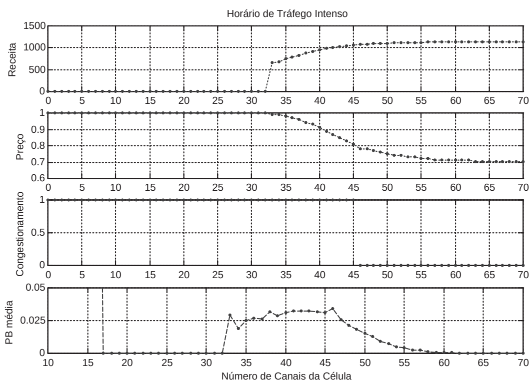

Fig. 6: Receita, Tarifa, Congestionamento e Probabilidade de Bloqueio em função do no de canais

utilizados pelas operadoras. Embora este trabalho represente um início de investigação para o caso de telefonia móvel, os resultados obtidos são animadores no sentido que ganhos de receita da ordem de 10% a 20% são viáveis.

REFERÊNCIAS

[1] J.M.Peha Q.Wang and M.A.Sirbu. Optimal pricing for integrated services networks with guaranteed quality of service. *Internet Economics*, 1996.

[2] L.Murphy J.K.MacKie-Mason and J.Murphy. The role of responsive pricing in the internet. *Scientifc American*, july 1996.

[3] D.Estrin R.Cocchi, S.Shenker and L.Zhang. Pricing in computer networks:motivation, formulation ans example. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1(6):614–627, December 1993.

[4] S.Dewan and H.Mendelson. User delay costs and internal pricing for a service facility. *Management Science*, 36(12):1502–1517, 1990.

[5] J.M.Peha and Q.Wang. State-Dependent Pricing and Its Economics Implications. *Proc. 7th. International Conference on Telecommunications Systems and Analysis*, March 1999.

[6] L.S. Lasdon. Optimization Theory for Large Scale Systems. *Collier-MacMillan*, 1970.