

Reconfiguração Determinística de Topologia para Geração de Característica “Small-World”

Marconi P. Fardin, Moisés R. N. Ribeiro e Luis C. Calmon.

Resumo—A aplicação do princípio “Small-World” (SW) geralmente limita-se a uma redução do diâmetro da rede por conexões aleatórias, sem se preocupar com a disposição física dos nós. Propomos um modelo determinístico em rede bidimensionais que leva em conta o comprimento total dos enlaces. Os resultados obtidos mostram superiores taxas de redução de diâmetro sem elevar significativamente o comprimento total dos enlaces para região de SW.

Palavras-Chave – Redes Small-World, Topologia física.

Abstract- Classical Small-World (SW) diameter reduction through random reconfiguration disregards node physical location. A deterministic approach to SW diameter reduction in bidimensional networks is here proposed. Results show higher rates of diameter reduction without noticeable increase in the total link length.

Key-words –Small-World networks, Physical topology.

I INTRODUÇÃO

Os estudos sobre “Small-World” (SW) começaram nos anos 60 com os trabalhos de Stanley Milgram em psicologia social. Foi verificado que a comunicação entre dois desconhecidos no território Norte-Americano se dava, em média, através de seis pessoas [1]. Observou-se que os indivíduos conhecem muitas pessoas a uma pequena distância e apenas algumas com uma distância considerável.

Aplicações desse princípio em redes de comunicação se limitaram a reduzir o seu diâmetro com uma distribuição aleatória, imitando a rede social [2], [3]. Outra abordagem preocupou-se em reduzir o diâmetro de uma rede unidimensional (anel) deterministicamente [4], porém ignorando o efeito desta redução sobre o comprimento total dos enlaces. O nosso modelo propõe uma reconfiguração determinística sobre redes bidimensionais que permite uma redução para um dado diâmetro sem penalizar o comprimento total dos enlaces.

Laboratório de Telecomunicações (LABTEL), Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, Brasil. E-mail: mfardin@labtel.ele.ufes.br. Trabalho parcialmente financiado por projeto ANEL/ELETRONORTE.

II. DEFINIÇÕES

A definição de uma rede SW implica, inicialmente, em uma rede de alta conectividade entre os nós próximos fisicamente. O cenário investigado constitui-se de distribuição espacial de N^2 nós sobre uma grade bidimensional $N \times N$, e a distância ($d_{u,v}$) entre os nós u e v , definidos como os pares ordenados $u(i_1, j_1)$ e $v(i_2, j_2)$, seja:

$$d_{u,v} = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2| \quad (1)$$

Os nós estarão ligados aos vizinhos a distâncias menores ou iguais a uma constante q inteira. Na Figura 1(a) temos uma grade com $N=10$ e $q=1$.

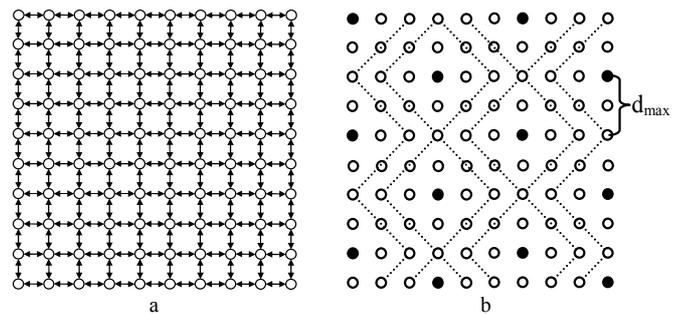


Fig.1.(a) Conexões de pequena distância (b) Distribuição dos hubs (nós preenchidos), losango de abrangência de cada hub e d_{max} .

Definimos também o diâmetro $D_0 = \text{Max}[\text{Min}(d_{u,v})] \forall u, v$ e o principal objetivo do trabalho é reduzi-lo a um diâmetro determinado D através de um modelo determinístico de alocação dos enlaces de longa distância (aqueles com $d_{u,v} > q$). Esta redução não deve comprometer a realização da rede elevando significativamente o comprimento total dos enlaces, por isso torna-se importante verificar esta métrica.

III. MODELO PROPOPSTO

O modelo proposto reduz o diâmetro da rede selecionando apenas N_H nós (hubs) para terem ligações de longas distâncias. Os hubs são interligados através de uma rede de diâmetro conhecido D_H . A partir de um diâmetro desejado, podemos definir a máxima distância (d_{max}) entre um nó e um hub como pode ser visto na Figura 1(b).

$$d_{max} = \frac{D - D_H}{2} \quad (2)$$

O número mínimo de hubs, N_H , para atingir o diâmetro desejado é dado por:

$$N_H = \left\lceil \frac{N-1}{2d_{max}+2} \right\rceil \times \left\lceil \frac{N-1}{2d_{max}} \right\rceil + \left\lceil \frac{N-d_{max}-2}{2d_{max}+1} \right\rceil + 1 \times \left\lceil \frac{N-d_{max}-1}{2d_{max}+1} \right\rceil \quad (3)$$

A escolha dos hubs se dá de forma a garantir que d_{\max} seja a maior distância entre qualquer nó e um deles. Desta forma, podemos distribuí-los sobre a grade, não deixando nenhum nó fora dos losangos de abrangência, como ilustrado na Figura 1(b). Para o presente estudo, utilizamos uma rede estrela para interligação dos hubs, isto é $D_H=2$. O hub mais central da rede é escolhido como núcleo da estrela de forma a reduzir o comprimento dos enlaces de longa distância.

No modelo clássico de SW, as conexões de longa distância são adicionadas a cada nó u da rede com probabilidade p . Seus comprimentos são escolhidos com a probabilidade l^r onde $l = \text{Max}(d_{u,v}) \forall v$; e $r > 0$ pode ser entendido como uma inibição a enlaces muito longos simulando o custo de sua realização. A outra extremidade do enlace, v , é selecionada uniformemente dentre os nós que satisfazem o comprimento escolhido anteriormente.

De forma possibilitar a comparação entre o modelo clássico SW e o modelo determinístico proposto, igualamos o número médio de enlaces de longa distância do modelo clássico ($p \times N^2$) ao número de enlaces de longa distância que unem os N_H-1 hubs ao hub núcleo da estrela, resultando em:

$$p = \frac{N_H - 1}{N^2} \quad (5)$$

Visando normalizar os resultados obtidos, obtemos o diâmetro D_I da rede inicial composta apenas por enlaces de pequena distância como $D_I = 2N - 2$ e comprimento total dos enlaces, C_I , pela soma do comprimento dos enlaces de curta distância, dado por $C_I = 4(N - 2)^2 + 12(N - 2) + 8$.

IV. RESULTADOS

Analisamos os resultados através do diâmetro da rede e comprimento total dos enlaces, ambos normalizados à rede inicial com 400 nós, em função do valor de p . A Figura 2 compara o novo diâmetro da rede após reconfiguração determinística, com os resultados da média de 20 simulações no SW clássico para $r=\{0,1,2,3\}$. Note que SW clássico com $r=0$ tem maior potencial de redução de diâmetro em virtude da sua desconsideração do custo do comprimento do enlace. Podemos constatar que a reconfiguração proposta apresentou uma redução de diâmetro mais acentuada com um mesmo número médio de ligações de longa distância do SW mesmo quando $r=0$.

Observe que o efeito característico de SW aparece para o método proposto na região com $p=0,125$, isto é, reduzir o diâmetro inicial de 38 para apenas 4 com o uso de 50 enlaces adicionais interconectando 51 hubs. Acima deste valor o decréscimo de diâmetro não é mais significativo.

Podemos utilizar a Figura 3 para verificar se esta solução é equivalente com o SW clássico do ponto de vista do comprimento total dos enlaces. Como esperado, $r=0$ produz o maior incremento médio no comprimento dos enlaces à

medida que p cresce. Observamos que para $p=0,125$ não há diferença visível entre os métodos, atestando a eficácia da metodologia proposta. Resultados similares foram obtidos para outros tamanhos de rede.

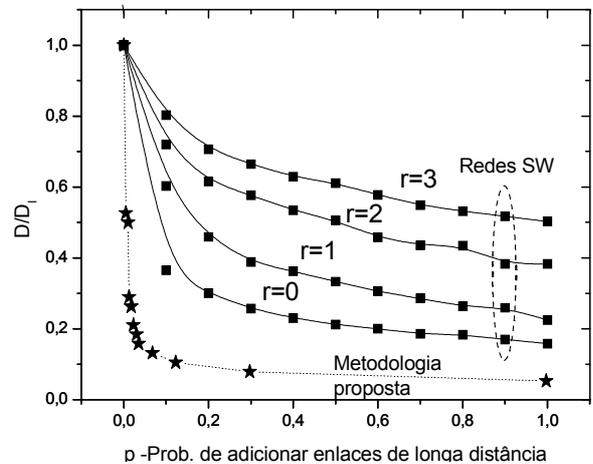


Fig. 2. Redução do diâmetro normalizado.

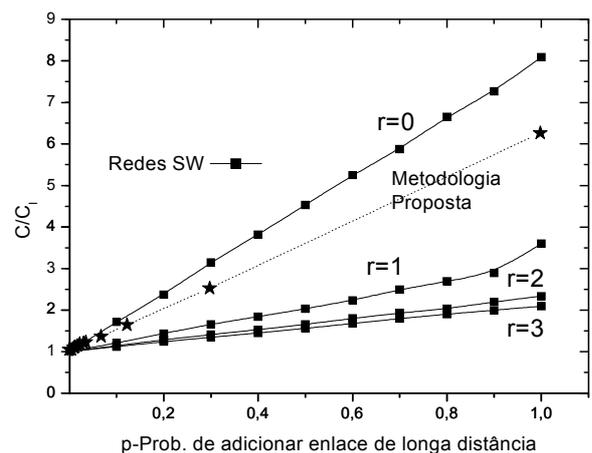


Fig. 3. Aumento do comprimento total dos enlaces.

V. CONCLUSÕES

O método de reconfiguração determinístico de topologia proposto apresenta uma redução de diâmetro mais acentuada com um mesmo número médio de ligações de longa distância quando comparado com o modelo SW clássico. Na região de característica “small-world” o aumento no comprimento total dos enlaces é similar em todos os modelos apresentados.

V. REFERÊNCIAS

- [1] S. Milgram, “The Small-World problem,” *Psychology Today* 1, 61 (1967).
- [2] J. Kleinberg, “The Small-World Phenomenon: An Algorithmic Perspective”, Cornell Computer Science Technical Report (1999).
- [3] D. Watts, and H. Strogatz, “Collective dynamics of small world” networks, *Nature* 393, 440-442 (1998).
- [4] F. Cornellas, J. Ozón and J. Peters; “Deterministic small-world communication networks,” *Inform. Process. Lett.* 76, 83-90, (2000).