

# UM ALGORITMO LMS PRÉ-FFT MODIFICADO APLICADO EM TRANSMISSÕES OFDM COM FORMATAÇÃO DE FEIXE

Gustavo Corrêa Lima e Carlos Aurélio F. da Rocha

**Resumo** – Na busca por maiores taxas de dados, uma técnica que vem se mostrando bastante atrativa em transmissões banda-larga, devido a sua maior robustez ao efeito multipercurso, é a Multiplexação por Divisão de Frequências Ortogonais (OFDM). Além disso, com o recente desenvolvimento de sistemas que empregam múltiplas antenas, torna-se interessante o uso da técnica de Múltiplo Acesso por Divisão no Espaço (SDMA), permitindo assim o aumento da capacidade multiusuário de uma célula. Kim *et al.* propuseram um algoritmo LMS pré-FFT para formatação de feixe em um sistema OFDM com múltiplas antenas, entretanto o algoritmo proposto apresenta uma perda de desempenho em situações onde o espalhamento de atraso do canal é significativo. Para minimizar este problema, propomos uma modificação no algoritmo de Kim, utilizando a informação do canal estimado, que geralmente está presente em sistemas OFDM com modulação coerente.

**Palavras-Chave** – OFDM, Formatação de Feixe, Antena Inteligente, Antenas Adaptativas.

**Abstract** – In the search for higher data rates, OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) has shown to be a very attractive technique for wideband communications, since it is more robust to the multipath effect. Moreover, with the recent development of systems that employ multiple antennas, it has also become interesting the use of SDMA (Spatial Division Multiple Access) in order to increase the multiuser capacity of a cell. Kim *et al.* proposed a pre-FFT LMS algorithm for beamforming in a multiple antenna OFDM system; however the proposed algorithm presents a performance loss when operating in conditions where the delay spread is significant. To minimize this problem, we propose a modification in the Kim's algorithm, using the channel estimation information, which is usually present in OFDM systems that employ coherent modulation.

**Keywords** – OFDM, Beamforming, Smart Antenna, Adaptive Antennas.

## I – INTRODUÇÃO

Com a crescente demanda por acesso a altas taxas de dados em ambientes de transmissão sem-fio, é necessário o desenvolvimento de um esquema de transmissão robusto aos efeitos do canal rádio-móvel, e que apresente boa

eficiência espectral. A Multiplexação por Divisão de Frequências Ortogonais (OFDM) tem sido adotada em alguns padrões de redes locais sem-fio (WLANs) como por exemplo, IEEE 802.11a (Wi-Fi); IEEE 802.16a (WiMAX) e ETSI BRAN HyperLAN2, devido a sua alta robustez ao efeito multipercurso. Esta robustez é conseguida graças à característica multiportadora do OFDM, onde cada subportadora sofre desvanecimento plano, desde que a largura de banda de cada subportadora seja inferior à banda de coerência do canal [1]. Outra importante característica da transmissão OFDM é que suas subportadoras são numericamente ortogonais entre si. Para garantir a ortogonalidade na recepção em ambientes com efeito multipercurso, deve-se incorporar ao sinal transmitido um prefixo cíclico, com duração superior ao atraso da componente multipercurso de energia significativa mais atrasada. Respeitadas estas condições, a equalização do sinal recebido em cada subportadora pode ser realizada por um simples equalizador de *tap* único [2].

Ao lidar com sistemas multiusuários, o acesso ao meio deve ser controlado de maneira a permitir o compartilhamento eficiente do canal pelos vários usuários. Algumas das técnicas mais conhecidas de múltiplo acesso ao canal são, por exemplo, a FDMA (Frequency Division Multiple Access), a TDMA (Time Division Multiple Access) e a CDMA (Code Division Multiple Access) [3]. Com o desenvolvimento das tecnologias de comunicação sem-fio que empregam múltiplas antenas (MIMO), é possível ainda a exploração da técnica conhecida como SDMA [4] (Space Division Multiple Access), onde o canal pode ser compartilhado por diversos usuários, desde que suas características “espaciais” permitam uma significativa redução da interferência que cada usuário estaria gerando para os demais usuários co-canal. Uma maneira de se conseguir este reuso do canal dentro de uma célula é através da formatação de feixe que, para apresentar uma maior eficiência, deve ser adaptativa [5], já que são inúmeras as possibilidades de diagramas de irradiação que melhor atendem as necessidades de cada usuário, e estas não são estáticas.

Para a implementação de um sistema de recepção que emprega formadores de feixe adaptativos, existem vários algoritmos capazes de realizar o processamento do sinal presente no arranjo de antenas. Para o caso específico da transmissão OFDM, Kim *et al.* [6] propuseram o emprego de um algoritmo LMS que utiliza o sinal recebido antes que este seja processado pela FFT. Tal abordagem permite uma redução na complexidade do receptor, uma vez que a soma ponderada dos sinais provenientes das múltiplas antenas do arranjo é realizada sem a necessidade de uma FFT para o sinal recebido em cada antena do arranjo. Entretanto, este algoritmo apresenta uma perda de desempenho em situações onde o espalhamento de atraso do canal é significativo, tornando-o ineficaz justamente em situações onde o emprego da transmissão OFDM é mais propício. Para suplantarmos este problema, propomos uma modificação no algoritmo de Kim, utilizando a informação do canal estimado, que geralmente existe no receptor. Dessa maneira, o sistema formador de feixe passa a

Gustavo Corrêa Lima e Carlos Aurélio F. da Rocha, Grupo de Pesquisa em Comunicações (GPqCom), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis - SC, Brasil, Emails: [guto@eel.ufsc.br](mailto:guto@eel.ufsc.br), [aurelio@eel.ufsc.br](mailto:aurelio@eel.ufsc.br). Este trabalho foi financiado pelo CNPq sob proc. n° 472448/2003-0.

apresentar um comportamento que não é degradado pelo efeito multipercurso do canal.

As seções seguintes abordam os seguintes pontos: a seção II apresenta o modelo do sinal recebido pelo arranjo de antenas; a seção III faz uma breve descrição do algoritmo proposto por Kim *et al.*; a seção IV apresenta a modificação proposta, além de conjecturas sobre as situações onde o funcionamento do algoritmo é válido; a seção V apresenta alguns resultados de simulação e os parâmetros utilizados; e a seção VI apresenta as conclusões finais.

## II – MODELO DO SINAL

Uma maneira computacionalmente eficiente de se gerar o símbolo OFDM é utilizando uma transformada inversa rápida de Fourier (IFFT). Assim, podemos modelar o sinal antes da inclusão do prefixo cíclico como:

$$x_n(p) = \sum_{k=0}^{K-1} X_k(p) e^{j2\pi mk/K} \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

onde  $N$  e  $K$  são iguais ao número de subportadoras,  $X_k(p)$  é o símbolo transmitido na subportadora  $k$ , do  $p$ -ésimo símbolo OFDM e  $x_n(p)$  é o  $n$ -ésimo amostra do  $p$ -ésimo símbolo OFDM. A inclusão do prefixo cíclico se resume à inclusão de uma cópia dos  $CP$  últimos  $bins$  do símbolo OFDM ao início do símbolo original. Assim, o novo símbolo gerado passa a ter  $K+CP$  amostras. Devido as características cíclicas do sinal, ao se tomar  $K$  amostras consecutivas em qualquer ponto da janela de  $K+CP$  amostras, as subportadoras mantêm a característica de ortogonalidade numérica entre si na etapa de transmissão [2].

Modelando o canal multipercurso como um filtro de resposta ao impulso finita (FIR), de comprimento  $L$ , e considerando que após a retirada do prefixo cíclico do sinal recebido este tenha sido capaz de evitar a interferência entre símbolos OFDM distintos, o sinal recebido em uma antena, que consideraremos como a antena de referência do arranjo, será:

$$y_n(p) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l x_{n-\tau_l}(p) + r_n(p) \quad 0 \leq n \leq K-1 \quad (2)$$

onde  $h_l$  é o ganho do multipercurso  $l$ , e  $\tau_l$  é seu atraso normalizado em número de  $bins$ ,  $r_n$  é o ruído aditivo presente no  $n$ -ésimo  $bin$  do  $p$ -ésimo símbolo OFDM

recebido  $y_n(p)$  após a retirada do prefixo cíclico.

Considerando que a condição de não-interferência entre símbolos OFDM distintos seja satisfeita, que o canal não apresente variação durante o período de um símbolo OFDM, e que haja perfeito sincronismo, podemos afirmar que o sinal recebido não apresenta interferência interportadoras (ICI) [1]. Assim, o sinal na saída da FFT presente no receptor será:

$$Y_k(p) = H_k X_k(p) + R_k(p) \quad 0 \leq k \leq K-1 \quad (3)$$

onde  $H_k$  é o ganho complexo do canal na subportadora  $k$ , e  $R_k(p)$  é dado pela transformada de Fourier do ruído aditivo  $r_n(p)$ .

Existem diferentes possíveis configurações espaciais para um arranjo de antenas. Neste caso, iremos utilizar um arranjo linear uniforme onde o espaçamento entre elementos contíguos é constante. Para o caso de formatação de feixe, este espaçamento deve ser de no máximo meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ) [5]. Considerando que o espaçamento entre elementos adotado seja igual a  $\lambda/2$ , a composição dos sinais dos vários usuários recebida no arranjo de antenas será igual a:

$$y_{n,m}(p) = \sum_{u=0}^{U-1} \sum_{l=0}^{L-1} h_{l,u} x_{n-\tau_{l,u}}(p) \exp(-j\pi \sin(\theta_{l,u})(m-1)) + r_{n,m}(p) \quad (4)$$

onde  $u$  é o índice que representa um dos usuários co-canais,  $m$  representa um dos elementos constituintes do arranjo de  $M$  antenas, e  $\theta_{l,u}$  representa o ângulo de chegada (DOA) do multipercurso  $l$  correspondente ao usuário  $u$ .

Assumindo que o espalhamento angular do sinal recebido de cada usuário seja pequeno ( $\theta_{l,u} \approx \theta$ ), e que o sinal apresentado à FFT do receptor seja processado pelo formador de feixe, como apresentado na Figura 1, o sinal na saída da FFT pode ser modelado por:

$$Y_k(p) = \mathbf{w}^H(p) \sum_{u=0}^{U-1} X_{k,u}(p) H_{k,u} \mathbf{a}(\theta_u) + R_k(p) \quad (5)$$

onde  $\mathbf{w}(p)$  é o vetor formador de feixe e  $\mathbf{a}(\theta_u)$  é vetor de

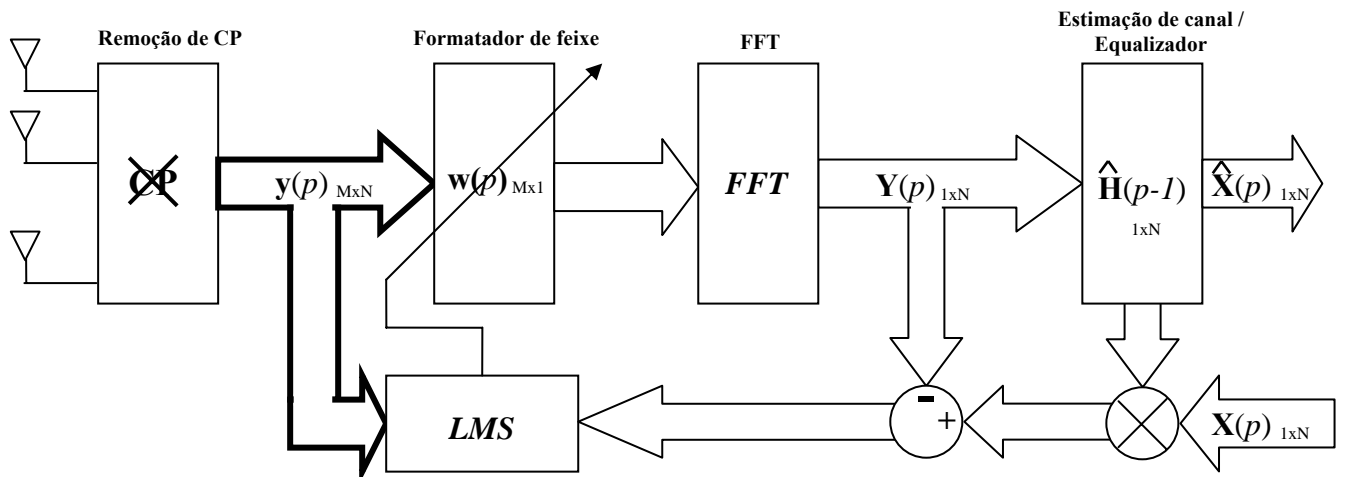


Figura 1 – Diagrama do receptor proposto

direção do sinal de cada usuário  $u$ , e é dado por:

$$\mathbf{a}(\theta_u) = [1 \exp(-j\pi\sin(\theta_u)) \exp(-j2\pi\sin(\theta_u)) \dots \exp(-j(M-2)\pi\sin(\theta_u)) \exp(-j(M-1)\pi\sin(\theta_u))]^T \quad (6)$$

### III – ALGORITMO LMS PRÉ-FFT

Para adaptar os coeficientes do formatador de feixe, um algoritmo LMS utiliza o produto entre o sinal de entrada e o sinal de erro entre a saída do sinal processado e o sinal de referência [7]. Entretanto, na estrutura OFDM apresentada, o sinal de entrada encontra-se no domínio temporal, enquanto que o sinal de erro encontra-se no domínio da frequência. Para solucionar este problema, sem a necessidade de se realizar uma transformada de Fourier em cada sinal de entrada do arranjo de antenas, Kim *et al.* propõem que o sinal de erro obtido no domínio da frequência seja convertido para o domínio temporal por uma IFFT. Além disso, o algoritmo permite a operação de adaptação utilizando somente algumas subportadoras piloto [6]. Entretanto, vale ressaltar que, quanto maior o número de subportadoras utilizadas, maior a velocidade de convergência possível, ao custo de uma menor eficiência na transmissão [8]. A seguir é apresentada a formulação original do algoritmo de Kim:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(p) &= \text{FFT}[\mathbf{w}^H(p)\mathbf{y}(p)] \\ \mathbf{E}_k(p) &= \begin{cases} \mathbf{Y}_k(p) - \mathbf{X}_k(p), & \text{se } k \text{ for subportadora piloto,} \\ 0, & \text{demais } k \end{cases} \\ \mathbf{e}(p) &= \text{IFFT}[\mathbf{E}(p)] \\ \mathbf{w}(p+1) &= \mathbf{w}(p) - \mu \cdot \mathbf{y}(p)\mathbf{e}^H(p) \end{aligned} \quad (7)$$

### IV – ALGORITMO MODIFICADO PROPOSTO

Como mencionado anteriormente, o algoritmo proposto por Kim *et al.* apresenta uma perda de desempenho quando o espalhamento de atraso do canal passa a ser significativo. Este efeito pode ser explicado, observando-se a equação (5), onde é possível verificarmos o efeito do canal sobre o sinal recebido. O vetor formatador de feixe obtido utilizando o algoritmo proposto por Kim *et al.* busca minimizar o erro médio quadrático de todas as subportadoras. Uma vez que os ganhos complexos que afetam os sinais de cada subportadora tornam-se mais descorrelacionados quanto maior o espalhamento de atraso, mais complexa se torna a tarefa do formatador de feixe para separar o sinal dos diferentes usuários. Isto se deve à necessidade do algoritmo de minimizar não só a interferência proveniente dos usuários co-canais, mas também o erro devido a descorrelação entre os sinais das diferentes subportadoras [9]. Assim, se pudermos inserir a informação de canal estimado no processo de obtenção do vetor formatador de feixe, de maneira que o algoritmo passe a buscar a solução que minimize somente a interferência proveniente dos usuários co-canais, obteremos um melhor desempenho.

Para tal fim, propomos a utilização da informação obtida pelo estimador de canal, permitindo assim fornecer ao algoritmo formatador de feixe um sinal de erro onde o efeito de descorrelação dos ganhos do canal é consideravelmente reduzido. Isto é possível em situações onde o canal apresenta pouca variação no tempo, pois a última estimativa do canal é multiplicada pelo sinal de referência. O algoritmo modificado é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(p) &= \text{FFT}[\mathbf{w}^H(p)\mathbf{y}(p)] \\ \mathbf{E}_k(p) &= \begin{cases} \mathbf{Y}_k(p) - \mathbf{X}_k(p) \otimes \hat{\mathbf{H}}_k(p-1), & \text{se } k \text{ for subp.piloto,} \\ 0, & \text{demais } k \end{cases} \\ \mathbf{e}(p) &= \text{IFFT}[\mathbf{E}(p)] \\ \mathbf{w}(p+1) &= \mathbf{w}(p) - \mu \cdot \mathbf{y}(p)\mathbf{e}^H(p) \end{aligned} \quad (8)$$

onde  $\hat{\mathbf{H}}(p)$  é a estimativa da resposta em frequência do canal, e que pode ser obtida através de várias técnicas de estimação como, por exemplo, MMSE, ZF, ou técnicas robustas de estimação de canal, e seu valor inicial deve ser diferente de zero. O símbolo  $\otimes$  representa o produto elemento a elemento de dois vetores.

### V – RESULTADOS E SIMULAÇÃO

Para as simulações apresentadas foram utilizados dois perfis de potência dados na Tabela 1, onde o atraso é normalizado pelo período de amostragem do símbolo OFDM (*bins*). Estes perfis de potência foram escolhidos aleatoriamente, visando demonstrar o efeito da seletividade em frequência do canal sobre os algoritmos apresentados. Comparativamente, o primeiro canal apresenta uma seletividade mais acentuada que o segundo.

O canal simulado, através de uma estrutura FIR, é quase-estático, ou seja, varia a cada pacote de 500 símbolos OFDM transmitidos. Tal simplificação é aceitável para baixos espalhamentos Doppler, que correspondem a usuários de baixa mobilidade. A distribuição de probabilidade das amplitudes dos *taps* dos canais utilizados são modelados por uma distribuição Rayleigh, com energia média dada pela Tabela 1, e fase uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$ . O número de subportadoras utilizadas foi de 256, onde 64 são igualmente espaçadas dentro do espectro e utilizadas como subportadoras piloto. O comprimento do prefixo cíclico é de 32 amostras, a modulação empregada é a QPSK, e a estimação do canal nas subportadoras de dados foi obtida através da técnica de interpolação cúbica [10]. As curvas apresentadas mostram o comportamento da convergência do algoritmo, utilizando como figura de mérito a probabilidade de erro de bit (BER), obtida por meio de 500 realizações do processo adaptativo. O valor do passo de adaptação utilizado foi  $\mu=0,01$ .

Tabela 1 – Perfis de potência dos canais simulados

Coefficiente	1	2	3	4	5	6
Atraso	0	1	2	8	12	26
Canal 1						
Energia	0.19	0.38	0.24	0.09	0.06	0.04
Canal 2						
Energia	0.60	0.25	0.11	0	0.04	0

O arranjo de antenas utilizado é composto por 5 elementos, e sua configuração espacial é linear uniforme com espaçamento entre elementos igual a meio comprimento de onda. O sinal desejado tem DOA=30°, e os sinais interferentes apresentam DOA's iguais à -30°, 0°, 60° e 90°. A razão sinal-interferência para cada usuário co-canal é igual a 0 dB.

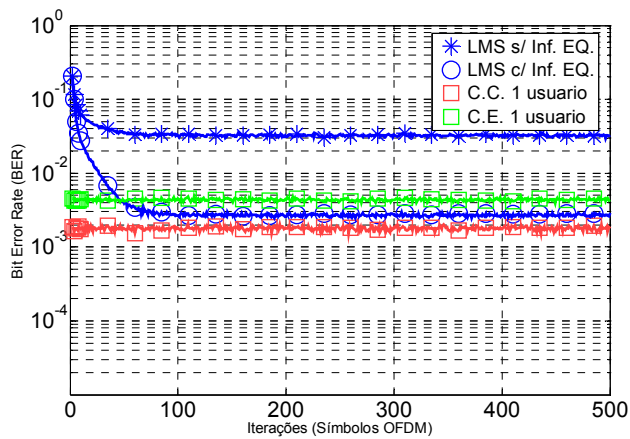


Figura 2 – Convergência dos algoritmos.  
Canal 1; SNR=25 dB

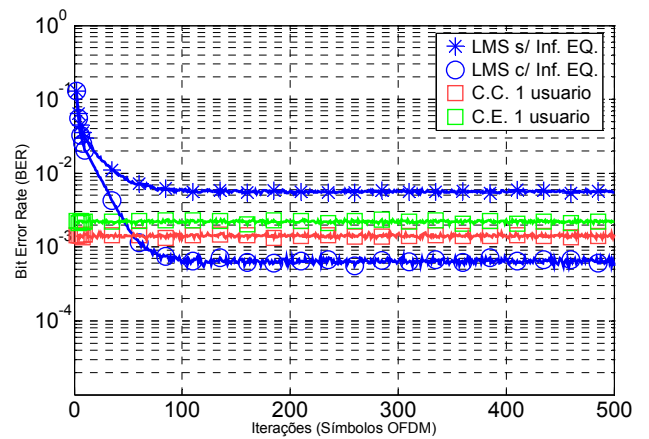


Figura 4 – Convergência dos algoritmos.  
Canal 2; SNR=25 dB

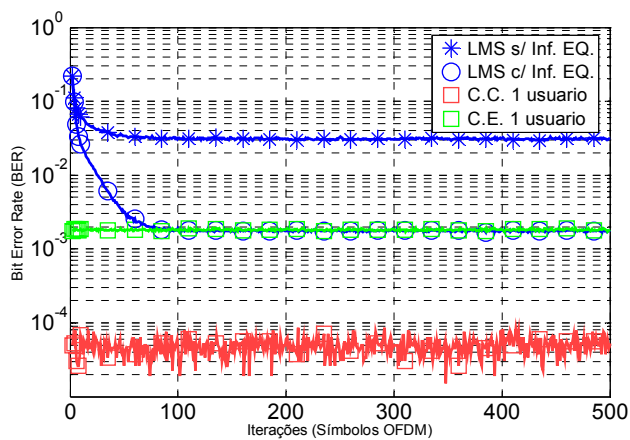


Figura 3 – Convergência dos algoritmos.  
Canal 1; SNR=40 dB

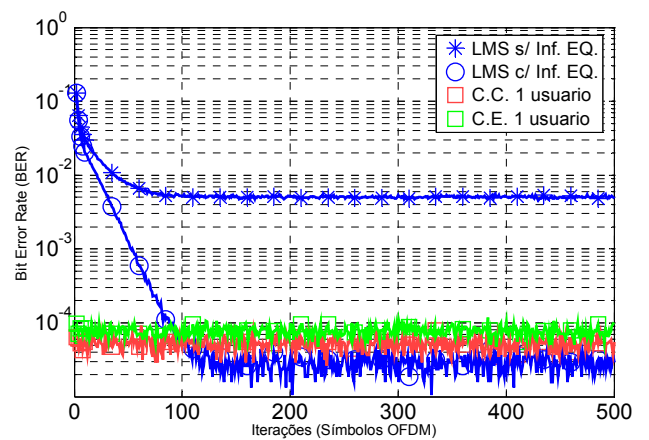


Figura 5 – Convergência dos algoritmos.  
Canal 2; SNR=40 dB

As figuras 2 e 3 apresentam o comportamento de convergência do algoritmo para o canal 1 e razões sinal-ruído de 25 e 40 dB respectivamente, e as figuras 3 e 4 para o canal 2 e razões sinal-ruído também de 25 e 40 dB respectivamente. As curvas para 1 usuário referem-se às situações onde não existem usuários co-canais interferentes, apenas uma antena receptora é empregada, e o canal é considerado conhecido no receptor (C.C.), ou estimado via interpolação cúbica (C.E.) nas subportadoras de dados. Como se pode perceber em todas as situações simuladas, existe realmente uma perda na eficiência do algoritmo formatador de feixe de Kim *et al.*, e esta perda está diretamente ligada ao espalhamento de atraso do canal. Ao avaliarmos as curvas para o canal 1, notamos que para o número de subportadoras piloto utilizadas, apesar de o sistema proposto apresentar desempenho superior ao do algoritmo de Kim *et al.*, este permanece incapaz de obter probabilidades de erro próximas da situação onde o canal é perfeitamente conhecido (C.C.) mesmo com um acréscimo na SNR. Para os casos apresentados, em que o formatador de feixe é capaz de oferecer suficiente cancelamento das interferências co-canais, o limitante do sistema que emprega o algoritmo modificado é o erro de estimação de canal do usuário desejado. Na Figura 3 é possível verificar este efeito, pois tanto a situação sem usuários co-canais com estimação de canal (C.E.), quanto a situação que emprega o algoritmo proposto, apresentam uma probabilidade de erro muito acima da situação de canal conhecido (C.C.).

Ao analisarmos o caso do canal 2, fica nítida a eficiência do algoritmo modificado, uma vez que a probabilidade de erro na convergência é inferior até mesmo à probabilidade de erro de um receptor com única antena e sem interferência co-canal (C.E.). Nota-se até mesmo um ganho frente à situação onde o canal é perfeitamente conhecido (C.C. - Figura 5), o que supomos ser resultado do ganho de arranjo oferecido pelo formatador de feixe. Este ganho aparece em situações onde não existem usuários co-canais e um formatador de feixe é empregado, pois a variância do ruído branco na entrada é reduzida após o processamento espacial [9]. Como, neste caso, a interferência co-canal residual é inferior à variância do ruído branco na saída do formatador de feixe, este ganho ainda é perceptível.

## VI - CONCLUSÃO

Como pudemos comprovar neste artigo, o algoritmo formatador de feixe proposto por Kim *et al.* apresenta problemas em canais seletivos em frequência, devido à decorrelação entre os ganhos de canal nas subportadoras piloto de uma transmissão OFDM, quando estas estão afastadas no espectro por intervalos maiores que a banda de coerência do canal. Para contornar este problema, propomos uma modificação no algoritmo original, utilizando a informação do estimador de canal presente em uma recepção coerente. Assim, o desempenho do formatador de feixe torna-se dependente apenas das características das interferências co-canais, e da técnica de

estimação de canal. Caso a estimação de canal seja suficientemente boa, é possível obter-se, até mesmo, desempenho compatível com a situação sem interferências co-canais.

## VII – REFERÊNCIAS

- [1] VAN DE BEEK, J.J.; SANDELL, M.; EDFORS, O. *et al.*; An Introduction to Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, Research report / 1996:16, Division of Signal Processing , Luleå University of Technology, 1996.
- [2] MORRISON, R.; CIMINI, L.J., JR.; WILSON, S.K.; On the Use of a Cyclic Extension in OFDM, *Proceedings of 54<sup>th</sup> IEEE Vehicular Technology Conference*, Vol. 2, Pages: 664–668, 2001.
- [3] LEE, W.C.Y.; *Mobile Cellular Telecommunications Systems*, 2<sup>nd</sup> Ed., McGraw-Hill, New York, NY, 1989.
- [4] GODARA, L.C.; Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications. I. Performance Improvement, Feasibility, and System Considerations, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 85, Issue: 7, Pages: 1031–1060, July 1997.
- [5] GODARA, L.C.; Application of Antenna Arrays to Mobile Communications. II. Beamforming and Direction-of-Arrival Considerations, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 85, Issue: 8, Pages: 1195–1245, Aug. 1997.
- [6] KIM, C.K.; LEE, K.; CHO, Y.S.; Adaptive Beamforming Algorithm for OFDM Systems with Antenna Arrays, *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 46, Issue: 4, Pages:1052–1058, Nov. 2000.
- [7] HAYKIN, S., *Adaptive Filter Theory*, 4<sup>th</sup> Edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J., 2002.
- [8] LIMA, G.C.; ROCHA, C.A.F.; Performance Analysis of Beamforming Adaptive Algorithms Applied to OFDM Transmission, *Proceedings of International Information and Telecommunication Technologies Symposium*, 2003.
- [9] LIMA, G.C.; *Estudo de Técnicas de Formatação de Feixe para Transmissão OFDM*, Florianópolis, Brasil, Dissertação Apresentada à Universidade Federal de Santa Catarina como Parte dos Requisitos Necessários para a Obtenção do Título de Mestre em Eng. Elétrica, 2004.
- [10] KANG, S.G.; HA, Y.M.; JOO, E.K.; A Comparative Investigation on Channel Estimation Algorithms for OFDM in Mobile Communications, *IEEE Transactions on Broadcasting*, Vol. 49, Issue: 2, Pages: 142–149, Jun. 2003.