

Estimativa do erro de NLOS em medidas de ToA com base no espalhamento da potência recebida

Alberto Gaspar Guimarães e Marco Antonio Grivet Mattoso Maia

Resumo—A ausência de linha de visada (NLOS-*Non Line of Sight*) entre o terminal móvel e uma ou mais estações rádio-base (ERB) ocorre com frequência em ambientes urbanizados. Em sistemas de localização baseados no parâmetro *tempo de chegada* (ToA - *Time of Arrival*), a ocorrência de NLOS altera significativamente a média e variância das medidas. Neste trabalho desenvolve-se um estimador para o erro de NLOS em medidas de ToA. A estimativa é feita a partir de uma média temporal de N medidas independentes do espalhamento da potência do sinal recebido em um receptor RAKE. Admite-se o conhecimento *a priori* do modelo de espalhamento temporal do canal. Escolhendo-se um estimador sob o critério WLS (*Weighted Least Squares*), demonstra-se analiticamente que este é despolarizado e pode atingir o limitante de Cramér-Rao para N elevado. Considera-se ainda a aplicação do estimador proposto para um cenário em que os elementos espalhadores em torno do terminal têm distribuição gaussiana.

Palavras-Chave—Radiolocalização, ToA, NLOS.

I. INTRODUÇÃO

A radiolocalização de terminais móveis tem sido alvo de grande interesse por parte de empresas fabricantes e operadoras de telecomunicações. Isto se deve ao grande apelo comercial deste tipo de serviço e à necessidade de cumprir as exigências estabelecidas para chamadas de emergência (chamadas 911 nos EUA).

Um dos métodos convencionais para a estimativa da posição de terminais baseia-se em medidas de ToA. Estas medidas, no entanto, são corrompidas por ruído e, eventualmente, pelo erro de NLOS, que surge quando um anteparo (construções, árvores etc.) impede a propagação em linha reta do sinal transmitido. Neste caso, a propagação do sinal ocorre por meio de difrações e reflexões, e a média e variância das medidas de ToA são alteradas em relação ao estado LOS, comprometendo seriamente a precisão da estimativa de posição [1]. Encontra-se frequentemente na literatura a afirmação de que o erro de medida por NLOS é o principal desafio para a implementação de um sistema de localização em ambientes urbanos [2][3][4].

Vários métodos têm sido propostos para reduzir os efeitos deste tipo de erro sobre a estimativa da posição. O presente artigo segue a abordagem desenvolvida em [3], que realiza a mitigação do erro de NLOS com base em modelos de espalhamento temporal do canal. Porém, naquele artigo, admite-se de forma simplificada que é possível obter o tempo de chegada de cada versão atrasada do sinal transmitido que chega ao receptor. Ou seja, admite-se implicitamente que no

receptor a capacidade de resolução é “infinita”, o que viabiliza uma solução completamente diferente da apresentada neste trabalho.

Admite-se aqui que a resolução temporal do receptor é determinada pelo correlator RAKE, o qual permite obter uma “medida” discreta do espalhamento da potência do sinal recebido, com resolução da ordem do intervalo entre chips. Demonstra-se que esta medida e o conhecimento *a priori* do modelo de espalhamento temporal do canal possibilitam estimar o erro de NLOS e subtraí-lo das medidas obtidas de ToA.

O restante do artigo está organizado como se segue. Na Seção II apresenta-se as características da resposta do canal consideradas para a formulação do estimador. Na Seção III determina-se o espalhamento temporal da potência do sinal recebido como função dos coeficientes estimados nas derivações (“dedos”) do RAKE. Em IV é apresentado o desenvolvimento analítico para o estimador do erro de NLOS, bem como suas propriedades estatísticas, e em V este estimador é aplicado supondo um cenário típico com arranjo gaussiano para os espalhadores. Finalmente, na Seção VI, são apresentadas as conclusões do trabalho.

II. CANAL DE PROPAGAÇÃO EM MACRO-CÉLULAS

A compreensão dos mecanismos de propagação e o estabelecimento de modelos matemáticos apropriados para o canal de radiopropagação móvel têm um papel importante no desenvolvimento de técnicas de mitigação do erro em medidas para radiolocalização. Esta seção tem o objetivo de caracterizar o canal móvel segundo modelos usualmente considerados na literatura.

Admite-se que o canal proporciona múltiplos percursos de propagação individualizados para o sinal transmitido e, associado a cada percurso, há um valor de atraso (retardo de propagação) τ_i e um fator de atenuação correspondente α_i . Sob este modelo, é possível demonstrar que a envoltória complexa da resposta ao impulso do canal multipercurso é dada por

$$h_l(\tau, t) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \exp(-j\theta_i) \delta(\tau - \tau_i), \quad (1)$$

onde k denota o número de percursos proporcionados pelo canal, t é o instante de observação e τ é o intervalo de tempo entre a observação e a aplicação do impulso. A variável θ_i representa o desvio de fase proporcionado pelo i -ésimo

Alberto Gaspar Guimarães, Seção de Engenharia Elétrica, Instituto Militar de Engenharia (IME) e Marco Antonio Grivet Mattoso Maia, Centro de Telecomunicações da PUC-Rio (CETUC), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, e-mails: agaspar@ime.ub.br, mgrivet@cetuc.puc-rio.br

percurso e $\delta(\cdot)$ é a distribuição delta de Dirac¹.

Fixado o parâmetro t , a caracterização estocástica de $h(\tau, t)$ é determinada em função da estatística de primeira ordem assumida para os parâmetros k , $\{\theta_i\}$, $\{\tau_i\}$ e $\{\alpha_i\}$. Na literatura, há um conjunto de trabalhos [5][6] (dentre outros) que abordam a simulação e modelagem de canais móveis e fazem, implícita ou explicitamente, hipóteses acerca das propriedades estatísticas destas variáveis. Na maior parte dos casos, tais hipóteses são corroboradas por medidas de campo. Com base nestes trabalhos, apresenta-se a seguir as propriedades de $\{\theta_i\}$, $\{\tau_i\}$ e $\{\alpha_i\}$ assumidas no desenvolvimento realizado na Seção III.

1) $\{\theta_i\}$: As fases $\theta_i = 2\pi f_c \tau_i$ (f_c - freq. da portadora) são mutuamente independentes, independentes dos demais parâmetros, e idêntica e uniformemente distribuídas em $[0, 2\pi)$.

2) $\{\tau_i\}$: As variáveis de atraso τ_i têm função densidade de probabilidade idêntica, $f_\tau(\cdot)$, são descorrelacionadas entre si e independentes dos demais parâmetros. A definição de $f_\tau(\cdot)$ resulta de modelos que caracterizam o arranjo geométrico de espalhadores distribuídos em torno da ERB e terminal. Os modelos elíptico, circular e gaussiano são usuais, sendo que o último consegue notável correspondência com medidas obtidas em ambientes urbanos [7].

3) $\{\alpha_i\}$: Os coeficientes de ganho do canal associados aos múltiplos percursos são considerados estatisticamente independentes dos demais parâmetros e iguais entre si em uma faixa restrita de valores de atraso, i.e.,

$$\alpha_i = \alpha_{ab}, \quad \tau_a < \tau_i < \tau_b. \quad (2)$$

Este modelo simplificado para os coeficientes α_i é implicitamente adotado em alguns trabalhos que propõem técnicas de simulação do canal móvel [8][9][10] (dentre outros). Neste caso, a função densidade de probabilidade das variáveis de atraso é proporcional ao espectro de potência por atraso considerado para o canal. Os trabalhos [11], [12] e [13] apresentaram resultados que indicam este comportamento do canal para áreas urbanizadas.

Cabe ressaltar que esta “invariância” das amplitudes pode ser observada também na variável t . Bertoni *et al.* [14], dentre outros autores, consideram que a variação da potência instantânea do canal é função apenas da combinação dos fasores $e^{j\theta_i}$, dentro de uma região (tipicamente 20 vezes o comprimento de onda) em que o efeito do sombreamento é aproximadamente constante. Portanto, nestes trabalhos, α é considerado constante ao longo do tempo em que o terminal está confinado à região mencionada, e função da distância entre transmissor e receptor e do grau de sombreamento.

III. ESPALHAMENTO TEMPORAL DA POTÊNCIA DO SINAL RECEBIDO

A. Receptor RAKE

Um esquema simplificado do receptor RAKE é apresentado na Figura 1 [15], para uma transmissão BPSK. Há M correlatores conectados em paralelo e operando de forma

¹Em (1) a dependência das variáveis com o instante de observação t não foi colocada explicitamente a fim de simplificar a notação utilizada.

sincronizada. As saídas destes correlatores são “ajustadas” segundo o princípio de *combinação de máxima razão* [15], cujo objetivo é maximizar a relação sinal-ruído para a detecção do símbolo transmitido. Neste ajuste, os coeficientes complexos de atenuação ($\beta_m e^{j\phi_m}$) proporcionados pelo canal para as M “janelas” de atraso são estimados, e as saídas dos correlatores são multiplicadas pelo complexo conjugado destes coeficientes. A realização do receptor ótimo de máxima razão baseia-se na suposição de que os coeficientes de atenuação do canal são estimados perfeitamente [15].

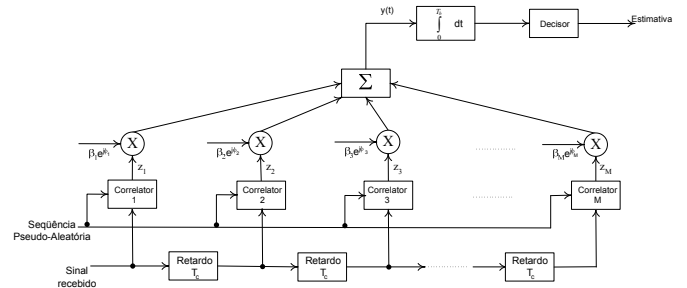


Fig. 1. Diagrama em blocos do receptor RAKE.

B. Potência média do sinal recebido ($E[\Pi]$)

Seja o receptor RAKE mostrado na Figura 1. Admite-se que os coeficientes complexos são estimados sem erro, sendo o coeficiente na m -ésima derivação do receptor resultado da combinação de todas as versões do sinal com valores de atraso no intervalo

$$\Delta_m = [\tau_0 + mT_c - T_c/2; \tau_0 + mT_c + T_c/2], \quad (3)$$

onde τ_0 é o tempo de propagação do sinal em linha reta e T_c é o intervalo entre chips. Ou seja, com base no modelo de resposta de canal definido em (1), pode-se escrever

$$\beta_m e^{j\phi_m} = \sum_{i=1}^{k_m} \alpha_i e^{j\theta_i}, \quad (4)$$

onde α_i e θ_i representam a amplitude e fase da i -ésima versão atrasada do sinal em Δ_m , e k_m é o número de percursos cujos valores de atraso pertencem a Δ_m . Admite-se portanto que as réplicas do sinal com valores de atraso no intervalo Δ_m não são distinguidos no receptor, mas a combinação destes resulta no complexo dado em (4), que pode ser estimado para cada derivação do RAKE.

Seja agora o parâmetro

$$\Pi_m = |\beta_m|^2, \quad (5)$$

que representa a potência instantânea no intervalo de atrasos Δ_m de uma dada realização do canal. Com base em (4) e (5), o valor esperado de Π_m é dado por

$$E[\Pi_m] = E_{k_m} \left[E \left[\sum_{i=1}^{k_m} \sum_{j=1}^{k_m} \alpha_i \alpha_j e^{j(\theta_i - \theta_j)} \middle| k_m \right] \right], \quad (6)$$

onde o valor esperado externo é calculado para a variável k_m . Admitindo-se que θ_i são variáveis iid (independentes e identicamente distribuídas), uniformes em $[0, 2\pi]$ e independentes de α_i , é fácil mostrar que a expressão anterior resulta em

$$E[\Pi_m] = E_{k_m} \left[\sum_{i=1}^{k_m} E[\alpha_i^2] \right]. \quad (7)$$

Fazendo-se a aproximação $\alpha_i = \alpha$ para a faixa de valores de atraso coberta pelo RAKE ($[\tau_0, \tau_0 + MT_c + T_c/2]$), chega-se à seguinte expressão

$$E[\Pi_m] = E[\alpha^2]E[k_m]. \quad (8)$$

Considerando agora que os valores de atraso τ_i são variáveis iid, é fácil notar que, dado o número *total* de percursos proporcionados pelo canal, κ , a variável aleatória k_m tem distribuição binomial com valor esperado e variância dadas por

$$E[k_m | \kappa = K] = Kp_m \quad (9)$$

$$\text{Var}[k_m | \kappa = K] = Kp_m(1 - p_m), \quad (10)$$

onde p_m é calculado por

$$p_m = \Pr(\tau \in \Delta_m) = \int_{x \in \Delta_m} f_\tau(x) dx, \quad (11)$$

sendo $f_\tau(\cdot)$ a fdp dos valores de atraso. Substituindo (9) em (8), chega-se finalmente a

$$E[\Pi_m] = E[\alpha^2]E[\kappa]p_m \propto \int_{x \in \Delta_m} f_\tau(x) dx. \quad (12)$$

A expressão (12) mostra uma interessante relação entre a potência instantânea média do sinal processado em cada derivação do RAKE e $f_\tau(\cdot)$.

C. Definição e estatística do estimador de $E[\Pi]$

Seja o vetor aleatório $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1, \dots, \gamma_M]^T$ no qual a m -ésima componente é dada por

$$\gamma_m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Pi_m^{(n)}, \quad (13)$$

onde $\Pi_m^{(n)}$ representa a potência instantânea do sinal recebido na m -ésima derivação do receptor RAKE, na n -ésima realização do canal. Admite-se que as amostras $\Pi_m^{(n)}$, ($n = 1, \dots, N$), são obtidas periodicamente com intervalo Δ_t maior que o tempo de coerência do canal, e que a resposta do canal móvel é estacionária em sentido amplo durante o intervalo $N\Delta_t$. Portanto, sob estas condições, as seguintes propriedades são válidas para $\Pi_m^{(n)}$ ($n = 1, \dots, N$):

i) são mutuamente descorrelacionadas;

ii) $E[\Pi_m^{(n1)}] = E[\Pi_m^{(n2)}] \quad ; \quad n1, n2 \in \{1, \dots, N\}$

Pode-se afirmar que a variável γ_m representa uma estimativa não polarizada e consistente para a potência média $E[\Pi_m]$, obtida durante o intervalo de tempo $[t, t + N\Delta_t]$.

Supondo N suficientemente grande, admite-se, com base no Teorema do Limite Central, que γ_m é variável gaussiana.

Na realidade, é fácil mostrar que as componentes de $\boldsymbol{\gamma}$ são conjuntamente gaussianas, e portanto $\boldsymbol{\gamma}$ é vetor gaussiano com parâmetros calculados a seguir:

1) *Valor esperado de $\boldsymbol{\gamma}$* : De (13) segue imediatamente que

$$\mathbf{m}_\boldsymbol{\gamma} = E[\boldsymbol{\gamma}] = [E[\Pi_1], \dots, E[\Pi_M]]^T. \quad (14)$$

2) *Matriz covariância de $\boldsymbol{\gamma}$* : Seja a matriz covariância

$$\boldsymbol{\Lambda} = E[(\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}_\boldsymbol{\gamma})(\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{m}_\boldsymbol{\gamma})^T], \quad (15)$$

cujo elemento (m, r) é dado por

$$[\boldsymbol{\Lambda}]_{mr} = \text{Cov}(\gamma_m, \gamma_r) = \frac{1}{N} \text{Cov}(\Pi_m, \Pi_r) \quad (16)$$

onde $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$ denota a covariância entre variáveis aleatórias e $m, r \in \{1, \dots, M\}$. Após algumas manipulações algébricas, é possível demonstrar que a matriz $\boldsymbol{\Lambda}$, condicionada ao valor de α , é diagonal, com elemento (m, m) igual a

$$\text{Var}[\gamma_m] \approx \frac{\alpha^4 E_\kappa p_m}{N} (1 + E_\kappa p_m). \quad (17)$$

onde $E_\kappa = E[\kappa]$.

IV. ESTIMAÇÃO DO ERRO DE NLOS

A. Determinação de $\boldsymbol{\gamma}$ para o estado de NLOS

Considera-se agora a situação em que o receptor encontra-se sem linha de visada com o transmissor, devido à existência de anteparos próximos ao terminal móvel de grande altura relativa. Neste caso, o sinal chega ao terminal com tempo de propagação significativamente maior do que o tempo correspondente ao estado de LOS (τ_0). Ou seja, o sinal é recebido após τ_0^* segundos de sua transmissão, onde $\tau_0^* = \tau_0 + \delta$, sendo δ um valor positivo que representa o acréscimo ao ToA devido ao estado de NLOS. Neste estado do canal, os coeficientes de atenuação do canal estimados no receptor RAKE são resultados das somas das cópias do sinal recebidos nos intervalos

$$\Delta_{m,\delta} = [\tau_0 + \delta + mT_c - T_c/2; \tau_0 + \delta + mT_c + T_c/2], \quad (18)$$

e admite-se que as variáveis de atraso continuam iid, mas a fdp correspondente passa a ser dada pela expressão

$$f_\tau^{NLOS}(\zeta) = \begin{cases} k f_\tau^{LOS}(\zeta) & , \zeta \geq \tau_0 + \delta \\ 0 & , \zeta < \tau_0 + \delta \end{cases} \quad (19)$$

onde $f_\tau^{LOS}(\cdot)$ é a fdp associada aos valores de atraso se o canal estivesse em LOS, e k é uma constante de normalização².

Neste caso a potência média correspondente à m -ésima derivação do receptor RAKE, é dada por

$$E[\Pi_m] = E[\alpha^2] E_{\kappa^*} p_{m,\delta}^*, \quad (20)$$

onde

$$p_{m,\delta}^* = \int_{x \in \Delta_{m,\delta}} f_\tau^{NLOS}(x) dx = k \int_{x \in \Delta_{m,\delta}} f_\tau^{LOS}(x) dx, \quad (21)$$

e

$$E_{\kappa^*} = E[\kappa^*], \quad (22)$$

$${}^2k = \left[\int_{\tau_0 + \delta}^{\infty} f_\tau^{LOS}(\zeta) d\zeta \right]^{-1}$$

sendo κ^* o número de cópias do sinal que chegam ao receptor na condição de NLOS.

É fácil mostrar que $E_{\kappa^*} = E_{\kappa}/k$, portanto a expressão (20) pode ser simplificada para

$$E[\Pi_m] = E[\alpha^2]E_{\kappa}p_{m,\delta}, \quad (23)$$

onde

$$p_{m,\delta} = \int_{x \in \Delta_{m,\delta}} f_{\tau}^{LOS}(x) dx. \quad (24)$$

Ou seja, o vetor γ , que foi definido como estimativa para $[E[\Pi_1], \dots, E[\Pi_M]]^T$, passa a ser função do acréscimo δ ao tempo de chegada. Admitindo-se que δ é aproximadamente constante durante o intervalo $(t, t + N\Delta_t)$ em que se obtém $\Pi_m^{(n)}$, o vetor γ definido em (13), condicionado ao valor de α , tem média dada por

$$\mathbf{m}_{\gamma} = \alpha^2 E_{\kappa} [p_{1,\delta}, \dots, p_{M,\delta}]^T, \quad (25)$$

e matriz covariância:

$$\mathbf{\Lambda} = \frac{\alpha^4 E_{\kappa}}{N} \text{diag}([p_{1,\delta}(1 + E_{\kappa}p_{1,\delta}), \dots, p_{M,\delta}(1 + E_{\kappa}p_{M,\delta})]) \quad (26)$$

onde $\text{diag}(\mathbf{v})$ denota uma matriz quadrada cuja diagonal é dada pelo vetor \mathbf{v} e os demais elementos são iguais a zero.

B. Cenário para estimação

Considera-se um sistema de posicionamento baseado em medidas de ToA dos sinais transmitidos por L ERBs. Admite-se que as medidas obtidas de L^* ERBs ($L^* \leq L$) contêm erros de NLOS. Deseja-se estimar portanto os escalares

$$\delta_1, \dots, \delta_{L^*}, \quad (27)$$

onde δ_i é o acréscimo na medida de ToA para o sinal transmitido entre o terminal e a i -ésima ERB.

Admite-se que é possível obter os vetores γ_l , $l = 1, \dots, L^*$, que representam as medidas obtidas no RAKE das potências médias dos sinais recebidos das L^* ERBs. Com base no que foi visto anteriormente, pode-se escrever estes vetores da forma

$$\gamma_l = K_l \mathbf{g}(\underbrace{\delta_l, \sigma_1, \dots, \sigma_p}_{\boldsymbol{\eta}_l}) + \boldsymbol{\omega}_l, \quad (28)$$

para $l = 1, \dots, L^*$, onde:

- $\boldsymbol{\eta}_l = [\delta_l, \sigma_1, \dots, \sigma_p]$ é o vetor a ser estimado. É formado pelo escalar δ_l (parâmetro de interesse) e pelos parâmetros $(\sigma_1, \dots, \sigma_p)$ que parametrizam a fdp $f_{\tau}(\cdot)$.
- \mathbf{g} é uma função vetorial ($\mathbf{g} : \mathbb{R}^{(1+p)} \rightarrow \mathbb{R}^M$), definida por

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}_l) = [g_{1,l}, \dots, g_{M,l}]^T, \quad (29)$$

onde

$$g_{m,l} = \int_{x \in \Delta_{m,\delta_l}} f_{\tau}(x) dx = p_{m,\delta_l}. \quad (30)$$

Na expressão (30) Δ_{m,δ_l} é o intervalo definido em (18). Por questões de clareza de notação, foram omitidos o sobre-escrito "LOS" de f_{τ} , bem como a dependência desta função com os parâmetros $(\sigma_1, \dots, \sigma_p)$.

- K_l é uma constante escalar dada por

$$K_l = \alpha_l^2 E_{\kappa}. \quad (31)$$

- $\boldsymbol{\omega}_l \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{\Lambda}_l)$, ou seja, $\boldsymbol{\omega}_l$ tem distribuição gaussiana com vetor média nulo e matriz covariância dada pela eq. (26), para $\delta = \delta_l$.

Uma vez que o mapeamento probabilístico entre o *espaço de parâmetros* e o *espaço de observações* pode ser descrito pelas fdp's $f_{\gamma_l|\boldsymbol{\eta}_l}$ (gaussianas com parâmetros $(K_l \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}_l), \mathbf{\Lambda}_l)$), e assumindo que $M > 1 + p$, é possível construir uma regra de estimação apropriada para este problema. A expressão (28) tem significado importante, pois ela resume a relação entre o vetor de parâmetros que se deseja estimar, $\boldsymbol{\eta}_l$, e o vetor de observações disponível (vetor γ_l).

Deve ser ressaltado que os L^* parâmetros $\delta_1, \dots, \delta_{L^*}$ são estimados separadamente, de forma desacoplada. Esta solução é possível porque o conjunto $[\gamma_{1,l}, \gamma_{2,l}, \dots, \gamma_{M,l}]$, que representa a potência média estimada nas M derivações do RAKE para o sinal recebido da l -ésima ERB, contém informação somente de δ_l e dos parâmetros $[\sigma_1, \dots, \sigma_p]$.

Nas expressões desenvolvidas a seguir, o sub-escrito l será omitido para simplificar a notação utilizada. Fica implícito, portanto, que as grandezas envolvidas referem-se à estimativa do erro de NLOS entre o terminal e uma dada ERB.

C. Matriz de Informação de Fisher

O vetor de observações γ é gaussiano, portanto os elementos da matriz de informação de Fisher podem ser calculados através da seguinte expressão [16]

$$[\mathbf{Y}(\boldsymbol{\eta})]_{ij} = \left[\frac{\partial \mathbf{m}_{\gamma}}{\partial \eta_i} \right]^T \mathbf{\Lambda}^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{m}_{\gamma}}{\partial \eta_j} \right] + \frac{1}{2} \text{tr} \left[\mathbf{\Lambda}^{-1} \frac{\partial \mathbf{\Lambda}}{\partial \eta_i} \mathbf{\Lambda}^{-1} \frac{\partial \mathbf{\Lambda}}{\partial \eta_j} \right], \quad (32)$$

onde $\text{tr}[\mathbf{x}]$ representa a soma dos elementos da diagonal da matriz \mathbf{x} , e $\left[\frac{\partial \mathbf{m}_{\gamma}}{\partial \eta_i} \right]_j = \frac{\partial [\mathbf{m}_{\gamma}]_j}{\partial \eta_i}$, $\left[\frac{\partial \mathbf{\Lambda}}{\partial \eta_i} \right]_{jk} = \frac{\partial [\mathbf{\Lambda}]_{jk}}{\partial \eta_i}$.

Após algumas manipulações algébricas simples, e supondo que $E_{\kappa} g_m \gg 1$, para todo m , é possível mostrar que a matriz de informação de Fisher para o problema de estimação é dada por

$$[\mathbf{Y}(\boldsymbol{\eta})]_{ij} = (N + 2) \sum_{m=1}^M \frac{\partial g_m}{\partial \eta_i} g_m^{-2} \frac{\partial g_m}{\partial \eta_j} \quad (33)$$

D. Estimador de $\boldsymbol{\eta}$

O critério de *mínimos quadrados ponderados* (do inglês: *Weighted Least Squares* (WLS)) será utilizado para a estimativa do vetor $\boldsymbol{\eta}$. Na abordagem WLS a estimativa é calculada por³

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{WLS}(\boldsymbol{\gamma}) = \arg \min_{\boldsymbol{\eta}} ((\boldsymbol{\gamma} - K\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}))^T \mathbf{\Lambda}^{-1}(\boldsymbol{\eta})(\boldsymbol{\gamma} - K\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}))), \quad (34)$$

onde $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz covariância de γ definida em (26). A estimativa $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{WLS}$ é portanto obtida resolvendo-se o problema de minimização da função escalar $J(\boldsymbol{\eta})$, definida por

$$J(\boldsymbol{\eta}) = (\boldsymbol{\gamma} - K\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}))^T \mathbf{\Lambda}^{-1}(\boldsymbol{\eta})(\boldsymbol{\gamma} - K\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})), \quad (35)$$

³A estimativa em (34) não é de *máxima verossimilhança* porque $\mathbf{\Lambda}$ é função do vetor a ser estimado.

E. Considerações sobre a polarização, erro médio quadrático e otimalidade de $\hat{\eta}_{WLS}$

O vetor polarização \mathbf{b} , a matriz covariância \mathbf{P} e a matriz de erro médio quadrático \mathbf{Q}_{EMQ} para a estimativa WLS de η são definidos por

$$\mathbf{b} = \mathbf{E}[\hat{\eta}] - \eta^\dagger, \quad (36)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{E}[(\hat{\eta} - \mathbf{E}[\hat{\eta}])(\hat{\eta} - \mathbf{E}[\hat{\eta}])^T], \quad (37)$$

$$\mathbf{Q}_{EMQ} = \mathbf{E}[(\hat{\eta} - \eta^\dagger)(\hat{\eta} - \eta^\dagger)^T]. \quad (38)$$

Nestas equações e nas expressões a seguir, $\hat{\eta}$ corresponde à estimativa WLS definida em (34), e η^\dagger é o valor *verdadeiro* do vetor η .

Como a função $\mathbf{g}(\eta)$ é não-linear em η , uma abordagem conveniente para calcular a polarização e erro médio quadrático de $\hat{\eta}$ é linearizar $\mathbf{g}(\eta)$ por uma série de Taylor em torno de um dado ponto de seu domínio. Utilizando esta abordagem, e supondo N elevado, é possível demonstrar que⁴

$$\mathbf{E}[\hat{\eta}(\gamma)] = \eta^\dagger, \quad (39)$$

ou seja, a estimativa WLS é não polarizada para N elevado, e as matrizes \mathbf{P} e \mathbf{Q}_{EMQ} são iguais. É possível também demonstrar que o elemento (i, j) da matriz inversa de \mathbf{P} , dado que $E_{\kappa} g_m \gg 1$ ($\forall m$), é dado por

$$[\mathbf{P}^{-1}]_{ij} = N \sum_{m=1}^M \frac{\partial g_m}{\partial \eta_i} g_m^{-2} \frac{\partial g_m}{\partial \eta_j}. \quad (40)$$

Comparando (40) com (33), e supondo $N \gg 1$, chega-se à interessante conclusão de que a matriz covariância de $\hat{\eta}_{WLS}$ converge para a matriz inversa da matriz de informação de Fisher. Em outras palavras, a estimativa WLS atinge o limitante de Cramér-Rao (CRLB-*Cramér-Rao Lower Bound*) para o problema em questão, quando $N \rightarrow \infty$.

F. Redução da dimensão do problema de minimização

A variável escalar K na expressão (35) tem valor desconhecido, e que portanto deve, em uma primeira análise do problema, ser considerada como uma variável a ser determinada conjuntamente com η no procedimento de minimização.

É possível, entretanto, escrever K como função do vetor η e mostrar que os dois problemas são equivalentes. Esta abordagem reduz a dimensão do problema de otimização, diminuindo o esforço computacional e o tempo de convergência do algoritmo na busca pelo ponto mínimo da função.

Observa-se inicialmente que o objetivo no problema de minimização é determinar o ponto

$$\vartheta = (K^*, \delta_1^*, \dots, \delta_{L^*}^*, \sigma_1^*, \dots, \sigma_p^*) \equiv (K^*, \eta^*), \quad (41)$$

tal que

$$J(\vartheta) = \min J. \quad (42)$$

De acordo com (42) e considerando $J(K, \eta)$ uma função contínua e diferenciável em $\mathbb{R}^{(p+1)}$, pode-se afirmar que ϑ é

ponto crítico. Conclui-se, portanto, que este ponto pertence ao conjunto Ω definido da seguinte forma

$$\Omega = \left\{ \mathbf{x}; \frac{\partial J(K, \eta)}{\partial K} \Big|_{(K, \eta) = \mathbf{x}} = 0 \right\}. \quad (43)$$

Partindo de (43), conclui-se que o escalar K para pontos em Ω é dado por

$$K = \frac{\mathbf{g}^T(\eta) \mathbf{\Lambda}(\eta) \boldsymbol{\gamma}}{\mathbf{g}^T(\eta) \mathbf{\Lambda}(\eta) \mathbf{g}(\eta)} \triangleq h(\eta), \quad (44)$$

e com isto o problema de minimização pode ser reformulado considerando agora a função erro com dimensão igual à do vetor η :

$$\tilde{J}(\eta) = (\boldsymbol{\gamma} - h(\eta) \mathbf{g}(\eta))^T \mathbf{\Lambda}^{-1}(\eta) (\boldsymbol{\gamma} - h(\eta) \mathbf{g}(\eta)). \quad (45)$$

A minimização da função $\tilde{J}(\eta)$ corresponde a minimizar a função $J(K, \eta)$ para o conjunto de pontos em Ω . Como $\vartheta \in \Omega$, pode-se afirmar que os dois problemas são equivalentes.

V. APLICAÇÃO AO MODELO DE ESPALHAMENTO GAUSSIANO

Admitindo-se que o terminal móvel encontra-se em uma região com distribuição espacial de espalhadores *gaussiana* [7], e que as diversas réplicas produzidas pelo canal chegam ao terminal após uma reflexão (modelo *single-bounce*) em elementos próximos ao terminal, a fdp dos valores de atraso $f_\tau(\tau)$ tem expressão fechada (eq. (39) de [7]) e é parametrizada por τ_0 e σ_s , que representam, respectivamente, o tempo de propagação do sinal em linha reta e o desvio-padrão da concentração de espalhadores em torno do terminal.

Considera-se agora um sistema de localização que realiza a estimativa da posição do terminal com base em medidas de ToA. Supondo que o ruído de medida possa ser filtrado (p. ex. por filtragem de Kalman), tornando-se desprezível comparado a τ_0 , pode-se escrever

$$\tau_l^{KF} = \tau_{0,l} + \delta_l; \quad l = 1, \dots, L \quad (46)$$

onde $\delta_l \geq 0$, $\tau_{0,l}$ é o tempo de propagação em linha reta do sinal entre o terminal e a l -ésima ERB, e τ_l^{KF} é o valor de ToA medido após ser filtrado.

Substituindo (46) na expressão de $f_\tau(\tau)$ correspondente ao espalhamento gaussiano, torna-se explícita a dependência do espalhamento temporal com o erro de NLOS δ_l . Além disso, $f_\tau(\cdot)$ é parametrizada por σ_s , cujo valor em princípio é desconhecido e portanto é variável a ser estimada juntamente com δ_l , $l = 1, \dots, L^*$. Ou seja, os vetores η_l ($l = 1, \dots, L^*$) a serem determinados pela minimização da função erro em (45) são definidos por

$$\eta_l = [\delta_l, \sigma_s]^T. \quad (47)$$

A. Desempenho do estimador para espalhamento gaussiano

Considerando somente uma ERB em NLOS com o terminal ($L^* = 1$), obtém-se a Figura 2, que mostra gráficos de $\xi = c\sqrt{N \times CRLB_\delta}$ (dado em metros) em função de δ^\dagger , onde $CRLB_\delta$ é o limitante de Cramér-Rao para a estimativa de δ , δ^\dagger é o valor verdadeiro do parâmetro, N é o número de

⁴Por restrição de espaço o desenvolvimento não é mostrado no artigo.

medidas na definição do vetor γ e c é a velocidade da luz. Os traçados foram obtidos para diferentes valores de distância D (500 e 1000 m) entre ERB e terminal e número de derivações do RAKE M (3 e 4). O valor do desvio padrão σ_s e largura das janelas T_c considerados foram respectivamente de $206 m^5$ e $0,81 \mu s$ (padrão IS-95). A faixa de valores para δ^\dagger foi de 0,5 a $1,5 \mu s$, correspondendo, em metros, a erros de 150 a 450 m.

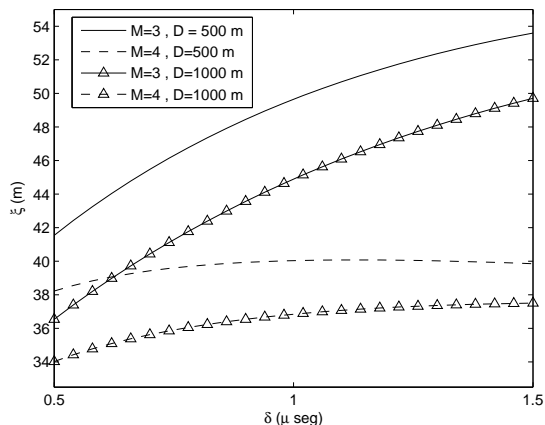


Fig. 2. Gráfico de $\xi = c\sqrt{N \times CRLB_\delta}$

Da figura pode-se observar que

- 1 - A distância D entre ERB e terminal tem limitada influência no valor de $CRLB_\delta$.
- 2 - Um número maior de derivações do receptor RAKE envolvidos na estimativa de γ aumenta significativamente a precisão de $\hat{\delta}$. Além disso, observa-se que $M = 4$ torna ξ aproximadamente independente de δ^\dagger .
- 3 - A figura mostra que o desvio padrão da estimativa (considerando que $\hat{\eta}$ atinge o CRLB) tem valor máximo em torno de 53,5 m, obtido em $\delta^\dagger = 1,5 \mu s$. Este valor corresponde a apenas $53/(1,5 \times 10^{-6} \times c) \approx 12\%$ do valor verdadeiro do erro de NLOS.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado um estimador para o erro de NLOS em medidas de ToA. A estimativa é feita com base em observações da potência instantânea do sinal recebido em um receptor RAKE. Demonstra-se a relação entre potência média (estocástica) do sinal processado em cada derivação do RAKE com as propriedades de espalhamento temporal do canal. Na prática, esta potência pode ser estimada por uma média temporal, dado que as condições de estacionariedade do canal e independência entre medidas sejam satisfeitas.

Na situação em que há erros nas medidas de ToA provocados pelo estado de NLOS, define-se um estimador WLS assintoticamente eficiente. Admitindo-se que os elementos espalhadores do sinal têm distribuição gaussiana em torno do terminal, gráficos do CRLB em função do erro de NLOS a ser estimado mostram que a precisão da estimativa aumenta com

o uso de um maior número de derivações do RAKE para a medida do espalhamento da potência. Em um cenário típico, com $N = 64$, no pior caso o valor verificado para o desvio padrão da estimativa de δ foi de 53,5 m, representando apenas 12 % do valor verdadeiro do erro de NLOS.

REFERÊNCIAS

- [1] M. Silventoinen e T. Rantalainen, "Mobile station emergency locating in GSM," em *Proc. IEEE Personal Wireless Commun. Conf.*, 1996, pp. 232–238.
- [2] J. J. Caffery, Jr., *Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems*. Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] S. Al-Jazzar, J. J. Caffery, Jr., e H.-R. You, "A scattering model based approach to NLOS mitigation in TOA location systems," em *Proc. IEEE Veh. Technol Conf (Spring)*, 2002, pp. 861–865.
- [4] L. Cong e W. Zhuang, "Nonline-of-sight error mitigation in mobile location," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, pp. 560–573, Mar. 2005.
- [5] H. Suzuki, "A statistical model for urban radio propagation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, pp. 673–680, 1977.
- [6] H. Hashemi, "Simulation of the urban radio propagation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-28, pp. 213–225, Ago. 1979.
- [7] R. Janaswamy, "Angle and time of arrival statistics for the gaussian scatter density model," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 1, no. 3, pp. 488–497, 2002.
- [8] P. Höher, "A statistical discrete time model for the WSSUS multipath channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-41, pp. 461–468, Nov. 1992.
- [9] P. M. Crespo e J. Jiménez, "Computer simulation of radio channels using a harmonic decomposition technique," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 44, pp. 414–419, Ago. 1995.
- [10] K.-W. Yip e T.-S. Ng, "Efficient simulation of digital transmission over WSSUS channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 2907–2913, Dez. 1995.
- [11] G. L. Turin, F. D. Clapp, T. L. Johnston, S. B. Fine, e D. Lavry, "A statistical model of urban multipath propagation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-21, pp. 1–9, Fev. 1972.
- [12] T. Rappaport, S. Y. Seidel, e R. Singh, "900 MHz multipath propagation measurements for US digital cellular radiotelephone," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 39, pp. 132–139, Maio 1990.
- [13] K. I. Pedersen, P. E. Mogensen, e B. H. Fleury, "A stochastic model of the temporal and azimuthal dispersion seen at the base station in outdoor propagation environments," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 49, pp. 437–447, Mar. 2000.
- [14] C. Cheon e H. L. Bertoni, "Fading of wide band signals associated with displacement of the mobile in urban environments," em *Proc. IEEE Veh. Technol Conf (Spring)*, 2002, pp. 1–5.
- [15] J. G. Proakis, *Digital Communications*. USA: Mc Graw Hill, 1995.
- [16] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing (Estimation Theory)*. UK: Prentice Hall, 1993.

⁵Este valor para σ_s corresponde a um valor de espalhamento de atrasos RMS de 900 nseg.