

Sobre as restrições impostas ao comportamento estatístico das parcelas individuais de interferência externa em enlaces via satélite

Alexander Beremiz Hilario Tacuri e José Mauro Pedro Fortes

Resumo—Este artigo apresenta uma técnica que, de maneira sistemática, permite definir máscaras que limitam o comportamento estatístico das parcelas individuais de interferência que afetam um enlace via satélite, visando garantir o desempenho adequado do enlace. A técnica proposta considera o efeito conjunto das degradações devidas a chuvas e a interferências externas. Nesta técnica, uma expansão em série em uma base de funções ortonormais é utilizada para representar a função densidade de probabilidade da razão interferência-ruído térmico associada a cada parcela de interferência e a máscara limitante é obtida resolvendo-se um problema de otimização com restrições convenientemente definido. Um exemplo de aplicação que permite verificar a robustez da técnica utilizada é também apresentada.

Palavras-Chave—Máscaras de interferência, satélites, comunicações.

Abstract—This paper presents a technique that allows for a systematic way to define masks that limit the statistical behavior of the single-entry interference affecting a satellite link so that an adequate link performance is guaranteed. The proposed technique considers the joint effect of the degradations due to rain and to external interferences. In the method, a series expansion in a basis of orthonormal functions is used to represent the probability density function of the single-entry interference - thermal noise ratio and the limiting mask is obtained by solving a conveniently defined constrained optimization problem. An example of application to illustrate robustness of the technique is also presented.

Keywords—Interference Masks, satellite, communications.

I. INTRODUÇÃO

Quando diversos sistemas de comunicações compartilham uma determinada faixa de frequências, cada um dos sistemas envolvidos opera sujeito às interferências geradas pelos demais. Nesta situação é importante a realização de estudos e análises que visam definir as limitações que devem ser impostas aos sistemas interferentes de modo a garantir a proteção do sistema vítima. Estas análises são usualmente complexas e dependem fortemente das características técnicas dos sistemas envolvidos. O procedimento usual para este tipo de estudo inclui as seguintes etapas: (i) definição, por parte dos operadores do sistema vítima, dos requisitos de desempenho pretendido para seu sistema; (ii) definição, por parte dos operadores do sistema interferente, do tipo de limitação a ser imposta aos sinais transmitidos por seus satélites e/ou suas estações terrenas (e.g., máscaras para o comportamento

estatístico da potência interferente, máscaras para o comportamento estatístico da densidade de fluxo de potência interferente); (iii) obtenção de uma máscara que, ao limitar o comportamento estatístico da potência das transmissões do sistema interferente, garanta, sem impor restrições desnecessárias ao sistema interferente, que os requisitos de desempenho do sistema sejam satisfeitos. Dada a complexidade da última etapa deste processo, a definição da máscara adequada é usualmente feita de maneira iterativa: partindo-se de uma determinada máscara, verifica-se os requisitos de desempenho especificados pelo sistema vítima é atendido. Caso eles não sejam atendidos, a máscara inicial é modificada de modo a aumentar a restrição às transmissões do sistema interferente. Caso ele seja atendido com folga, a máscara inicial é modificada de modo a diminuir as restrições impostas aos sinais transmitidos. Este procedimento é feito iterativamente, conduzindo à definição de uma máscara que garanta a proteção do sistema vítima, sem impor restrições indevidas às potências de transmissão do sistema interferente.

A busca de metodologias que não utilizam o procedimento iterativo descrito acima, na definição de máscaras para limitar o comportamento estatístico das interferências, motivou o aparecimento de diversas outras técnicas e metodologias. Estas técnicas e metodologias adicionais consideram o efeito conjunto das degradações provocadas por chuvas e por interferências externas. Quatro delas estão descritas em seções do Anexo I da Recomendação S.1323 da União Internacional de Telecomunicações [1]. Entretanto, devido à complexidade e à dificuldade envolvida na implementação destas técnicas, sua utilização tem se limitado a aplicações acadêmicas bastante simples que não refletem as situações de real interesse.

Assim, é importante que sejam desenvolvidos estudos que visem à busca de algoritmos que possam facilitar o uso destas técnicas, permitindo sua aplicação a situações de interesse prático. Um primeiro passo neste sentido foi o estudo efetuado em [2,3], no qual foi proposta e testada uma técnica para o estabelecimento de máscaras para limitar o comportamento estatístico do agregado de interferências afetando o enlace via satélite. Na técnica proposta, as máscaras são obtidas através da solução de um problema de otimização com restrições convenientemente definido. É importante ressaltar, entretanto, que a técnica desenvolvida em [2,3] é capaz de produzir máscaras que devem ser aplicadas ao comportamento estatístico da interferência agregada (*aggregate interference masks*). Obviamente, do ponto de vista regulamentar, máscaras impostas às parcelas individuais de interferência são muito mais úteis pois

possibilitam que cada um dos sistemas interferentes conheça as restrições que lhe são impostas, independentemente das demais transmissões interferentes. A obtenção de máscaras para as parcelas individuais de interferência é muito complexa, sendo usual obtê-las por meio de aproximações que têm como base a máscara para interferência agregada, conforme indicado em [1,2,3].

O trabalho desenvolvido neste artigo apresenta uma técnica similar àquela apresentada em [2,3], mas aplicável na obtenção direta de máscaras para a limitação do comportamento estatístico das parcelas individuais de interferência (*single-entry masks*). Conforme já mencionado, a obtenção de *single entry masks* não é tão simples quanto a obtenção de *aggregate interference masks* (a complexidade envolvida vem do fato da degradação conjunta devida a chuvas e interferências externas ser a soma das degradações, em dB, devidas a cada um destes fatores, enquanto que a potência da interferência agregada corresponde à soma das potências das interferências individuais quanto não expressas em dB).

Na Seção II descreve-se a modelagem matemática que suporta as metodologias de obtenção de máscaras para limitar o comportamento estatístico da potência interferente considerando o efeito conjunto da atenuação por chuvas e de interferências externas. Na Seção III esta modelagem é complementada com o estabelecimento de uma representação em série de funções para a densidade de probabilidade da razão interferência-ruído térmico e com a definição de um problema de otimização convenientemente escolhido, cuja solução produz uma máscara adequada à limitação do comportamento estatístico da interferência. Na Seção IV é apresentado o resultado numérico para um caso de interesse. Finalmente, Conclusões são apresentadas na Seção V.

II. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para garantir o desempenho adequado de um enlace via satélite é usual estabelecer um conjunto de restrições (digamos m restrições) que devem ser satisfeitas pela taxa de erro de bit (BER) do enlace. Isto é feito limitando-se as percentagens de tempo durante as quais níveis pré-estabelecidos de BER podem ser excedidos. De certa forma, estas restrições podem ser expressas como

$$P(b > BER_j) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (1)$$

onde b é uma variável aleatória que caracteriza a taxa de erro de bit do enlace, $\{BER_j, j = 1, \dots, m\}$ denotam níveis pré-especificados de BER e $\{p_j, j = 1, \dots, m\}$ são valores de probabilidade que refletem a percentagem de tempo durante as quais estes valores podem ser excedidos. Note que a taxa de erro de bit está sendo modelada por uma variável aleatória devido à sua dependência de fatores de degradação como, por exemplo, a atenuação por efeito de chuvas e a presença de interferências externas. Esta dependência pode ser estabelecida conforme descrito a seguir. Em primeiro lugar, seja e a variável aleatória que caracteriza a razão E_b/N_0 (razão entre a energia por bit e o nível espectral de ruído térmico, expressa em dB) e $f(e)$ a função que representa sua influência sobre a BER, ou seja,

$$b = f(e) \quad (2)$$

A função f é decrescente e, conseqüentemente,

$$P(b > BER_j) = P\left(e < (E_b/N_0)_j\right) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (3)$$

com os valores BER_j e $(E_b/N_0)_j$ relacionados através da função f , ou seja,

$$BER_j = f\left((E_b/N_0)_j\right) \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (4)$$

Note que (3) permite estabelecer uma equivalência entre o conjunto de pares $\{(BER_j, p_j) ; j = 1, \dots, m\}$ e o conjunto de pares $\{((E_b/N_0)_j, p_j) ; j = 1, \dots, m\}$. Deste modo, as restrições de desempenho em (1) são equivalentes às restrições

$$P\left(e < (E_b/N_0)_j\right) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (5)$$

Observe que a variável aleatória e em (5) corresponde à razão E_b/N_0 degradada, significando que ela é igual à diferença entre a razão E_b/N_0 correspondente à situação de céu claro e a degradação z devido a chuvas e/ou interferências externas, ambas expressas em dB. Assim,

$$e = (E_b/N_0)_{CS} - z \quad (6)$$

onde $(E_b/N_0)_{CS}$ denota a razão E_b/N_0 de céu claro e, z é a degradação total devida a diversos fatores, expressa em dB. Neste trabalho, são consideradas conjuntamente as degradações devidas a chuvas e a interferências externas. Assim, a variável aleatória z em (6) pode ser escrita como

$$z = x + y \quad (7)$$

onde x e y são variáveis aleatórias caracterizando, respectivamente, as degradações de E_b/N_0 , em dB, devidas a chuvas e a interferências externas. Considerando-se que estas duas variáveis aleatórias são estatisticamente independentes, a função distribuição de probabilidade de z é dada por

$$F_z(Z) = F_x(Z) * p_y(Z) \quad (8)$$

Considerando que o comportamento estatístico da degradação x devida a chuvas é conhecido, surge a questão relativa a quais restrições devem ser impostas ao comportamento estatístico da degradação y devida a interferências externas, de modo a garantir que a condição em (5) seja satisfeita. Para resolver esta questão, observe-se inicialmente que, considerando-se (6), as restrições em (5) são equivalentes a

$$P(z > Z_j) \leq p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (9)$$

ou

$$F_z(Z_j) \geq 1 - p_j \quad ; \quad j = 1, \dots, m \quad (10)$$

com os valores $\{Z_j, j = 1, \dots, m\}$ dados por

$$Z_j = (E_b/N_0)_{CS} - (E_b/N_0)_j \quad (11)$$

Em resumo, o problema a ser resolvido consiste em, dada a função distribuição de probabilidade $F_x(X)$ da degradação devida a chuvas, determinar, considerando o relacionamento em (8), uma função densidade de probabilidade $p_y(Y)$ da degradação devida a interferências externas que garanta que as restrições em (9) sejam satisfeitas. Note que este problema possui inúmeras soluções. As metodologias descritas no Anexo

I de [1] sugerem utilizar a distribuição cumulativa de probabilidade $C_y(Y) = P(y > Y) = 1 - F_y(Y)$ associada a qualquer uma destas soluções como uma máscara para o comportamento estatístico da degradação devido a interferências externas uma vez que os requisitos de desempenho em (1) são satisfeitos para qualquer degradação cujo comportamento estatístico corresponda a uma distribuição cumulativa de probabilidade que esteja abaixo de $C_y(Y)$. Dependendo da solução escolhida a máscara obtida pode ser mais, ou menos, restritiva.

Podemos ser facilmente verificado [4] que o relacionamento entre a razão interferência agregada-ruído térmico i/N , e o fator de degradação u devido ao agregado de interferências externas é dado por

$$p_u(U) = p_{\frac{i}{N}}(U - 1) \quad (12)$$

Note que, a razão interferência agregada-ruído térmico devida a K parcelas de interferência se escreve

$$\frac{i}{N} = \sum_{k=1}^K \frac{i_k}{N} \quad (13)$$

com i_k/N representando a razão interferência-ruído térmico associada à k -ésima parcela de interferência. Considerando que estas parcelas são estatisticamente independentes, a função densidade de probabilidade da razão i/N , é dado por

$$p_{\frac{i}{N}}(V) = p_{\frac{i_1}{N}}(V) * p_{\frac{i_2}{N}}(V) * \dots * p_{\frac{i_K}{N}}(V) \quad (14)$$

Quando expressa em dB, a degradação devida ao agregado de interferências externas se escreve $y = 10 \log u$. Neste caso, pode ser facilmente verificado [4] que

$$p_y(Y) = \frac{10^{Y/10} p_u(10^{Y/10})}{10 \log e} \quad (15)$$

onde e representa o número de Neper ($e = 2,71828$). Assim, dadas as funções densidade de probabilidade $p_{i_k/N}(V)$ $k = 1, 2, \dots, K$, é possível determinar $p_y(Y)$ considerando (14), (12) e (15). Note que estas relações são mais complexas que as utilizadas na modelagem feita em [2], onde foi apenas necessária a relação bem mais simples entre i/N e y , quando ambos são expressos em dB.

III. UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO CONVENIENTE

Nesta Seção, é definido um problema de otimização com restrições, cuja solução permite se chegar, de maneira sistemática, a uma das soluções possíveis para o problema estabelecido na Seção II. Uma representação paramétrica é utilizada para representar a função densidade de probabilidade da razão i_k/N (diferentemente do que foi feito em [2]), onde esta mesma representação paramétrica foi utilizada para representar $p_y(Y)$. São consideradas ainda as seguintes hipóteses: (i) a razão i_k/N é limitada ao intervalo $[V_{min}, V_{max}]$; (ii) permite-se a existência de uma probabilidade diferente de zero para os valores de i_k/N iguais a V_{min} e V_{max} e (iii) no intervalo aberto (V_{min}, V_{max}) , $p_{i_k/N}(V)$ é contínua e diferenciável, e será representada por uma expansão em série de uma base de funções ortonormais contínuas e diferenciáveis no intervalo (V_{min}, V_{max}) . De acordo com a Recomendação S.1323 [1]

estas hipóteses refletem o comportamento típico das interferências externas presentes em um sistema de comunicação e devidas às emissões de outros sistemas que com ele compartilham a mesma faixa de frequências. Sob estas hipóteses, a função densidade de probabilidade $p_{i_k/N}(V)$ pode ser escrita como

$$p_{\frac{i_k}{N}}(V) = \alpha_0 \delta(V - V_{min}) + \alpha_{n+1} \delta(V - V_{max}) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(V) \quad (16)$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função impulso, $\{\phi_i(Y), i = 1, \dots, n\}$ é um conjunto de funções ortonormais contínuas e diferenciáveis no intervalo (V_{min}, V_{max}) e $\{\alpha_0, \dots, \alpha_{n+1}\}$ o conjunto de parâmetros (coeficientes) utilizados para representar a função $p_{\frac{i_k}{N}}(V)$. Tomando em consideração (14) e (16), pode-se verificar [4] que

$$p_{\frac{i}{N}}(V) = \sum_{\ell=1}^K \binom{K}{\ell} \left[\sum_{i=0}^1 \alpha_{i(n+1)} \delta(V - \gamma_i) \right]^{[K-\ell]} * \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(V) \right]^{[\ell]} \quad (17)$$

com $\gamma_0 = V_{min}$, $\gamma_1 = V_{max}$. Em (17), a notação $f(V)^{[\ell]}$ representa a convolução de ℓ funções iguais a $f(V)$, sendo por definição, $f(V)^{[0]} = \delta(V)$. Considerando-se (12) e (15), tem-se

$$p_y(Y) = \left\{ \sum_{\ell=1}^K \binom{K}{\ell} \left[\sum_{i=0}^1 \alpha_{i(n+1)} \delta(10^{Y/10} - 1 - \gamma_i) \right]^{[K-\ell]} * \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(10^{Y/10} - 1) \right]^{[\ell]} \right\} \frac{10^{Y/10}}{10 \log e} \quad (18)$$

Dada a complexidade de (18), considerou-se neste artigo apenas o caso particular de duas parcelas de interferência ($K=2$), neste caso a função densidade da degradação y , se escreve

$$\begin{aligned} p_y(Y) &= \delta(Y - Y_{2max}) \\ &+ 2\alpha_0 [\delta(Y - Y_{minmax}) - \delta(Y - Y_{2max})] \\ &+ \alpha_0^2 [\delta(Y - Y_{2max}) + \delta(Y - Y_{2min}) - 2\delta(Y - Y_{minmax})] \\ &+ 2\alpha_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i [\psi_i^{min}(Y) - c_i \delta(Y - Y_{minmax}) - \psi_i^{max}(Y) \\ &\quad + c_i \delta(Y - Y_{2max})] \\ &+ 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i [\psi_i^{max}(Y) - c_i \delta(Y - Y_{2max})] \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{\ell=1}^n \alpha_i \alpha_\ell [\psi_{i\ell}(Y) - c_i \psi_\ell^{max}(Y) - c_\ell \psi_i(Y) \\ &\quad + c_i c_\ell \delta(Y - Y_{2max})] \end{aligned} \quad (19)$$

onde $Y_{2min} = 10 \log(2V_{min} + 1)$, $Y_{2max} = 10 \log(2V_{max} + 1)$, $Y_{minmax} = 10 \log(V_{min} + V_{max} + 1)$ e

$$\psi_i^{min}(Y) = \frac{10^{Y/10} \phi_i(10^{Y/10} - (V_{min} + 1))}{10 \log e} \quad (20)$$

$$\psi_i^{max}(Y) = \frac{10^{Y/10} \phi_i(10^{Y/10} - (V_{max} + 1))}{10 \log e} \quad (21)$$

$$\psi_{i\ell}(Y) = \frac{10^{Y/10} [\phi_i(10^{Y/10} - 1) * \phi_\ell(10^{Y/10} - 1)]}{10 \log e} \quad (22)$$

Note que, o resultado em (19) foi obtido considerando-se que

$$\int_{V_{min}}^{V_{max}} p_{i\frac{k}{N}}(V) dV = 1, \quad (23)$$

o que permitiu expressar o parâmetro α_{n+1} em função dos demais parâmetros $\{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n\}$, obtendo-se

$$\alpha_{n+1} = 1 - \alpha_0 - \sum_{i=1}^n \alpha_i c_i \quad (24)$$

com

$$c_i = \int_{V_{min}}^{V_{max}} \phi_i(V) dV \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

Considerando-se (19) e (8) obtém-se

$$\begin{aligned} F_z(Z_j) &= F_x(Z_j - Y_{2max}) \\ &+ 2\alpha_0 [F_x(Z_j - Y_{minmax}) - F_x(Z_j - Y_{2max})] \\ &+ \alpha_0^2 [F_x(Z_j - Y_{2max}) + F_x(Z_j - Y_{2min}) \\ &\quad - 2F_x(Z_j - Y_{minmax})] \\ &+ 2\alpha_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i [M_i^{min}(Z_j) - M_i^{max}(Z_j) \\ &\quad - c_i F_x(Z_j - Y_{minmax}) + c_i F_x(Z_j - Y_{2max})] \\ &+ 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i [M_i^{max}(Z_j) - c_i F_x(Z_j - Y_{2max})] \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{\ell=1}^n \alpha_i \alpha_\ell [M_{i\ell}(Z_j) - c_i M_\ell^{max}(Z_j) \\ &\quad - c_\ell M_i^{max}(Z_j) + c_i c_\ell F_x(Z_j - Y_{2max})] \end{aligned} \quad (26)$$

onde

$$M_i^{min}(Z_j) = \psi_i^{min}(Z) * F_x(Z) \Big|_{Z=Z_j} \quad ; \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, m \\ i = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (27)$$

$$M_i^{max}(Z_j) = \psi_i^{max}(Z) * F_x(Z) \Big|_{Z=Z_j} \quad ; \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, m \\ i = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (28)$$

$$M_{i\ell}(Z_j) = \psi_{i\ell}(Z) * F_x(Z) \Big|_{Z=Z_j} \quad ; \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, m \\ i, \ell = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (29)$$

Em notação mais compacta, (26) se escreve

$$F_z(Z_j) = f_j^{2max} + 2\mathbf{q}_j^T \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{Q}_j \boldsymbol{\alpha} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (30)$$

onde

$$f_j^{2max} = F_x(Z_j - Y_{2max}) \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n)^T \quad (32)$$

e

$$\mathbf{q}_j = \mathbf{m}_{1j} - f_j^{2max} \mathbf{c} \quad (33)$$

com

$$\mathbf{m}_{1j} = (F_x(Z_j - Y_{minmax}) \quad M_1^{max}(Z_j) \quad \dots \quad M_n^{max}(Z_j))^T \quad (34)$$

sendo $M_i^{max}(Z_j)$ dado por (28) e $\mathbf{c} = (1 \quad c_1 \quad \dots \quad c_n)^T$ com c_i dado por (25).

Ainda em (30),

$$\mathbf{Q}_j = \begin{pmatrix} F_x^{total}(Z_j - Y) & \mathbf{w}_j^T \\ \mathbf{w}_j & \mathbf{G}_j \end{pmatrix} \quad (35)$$

onde

$$\mathbf{w}_j = \mathbf{m}_{2j} - [F_x(Z_j - Y_{minmax}) - f_j^{2max}] \tilde{\mathbf{c}} \quad (36)$$

com $\tilde{\mathbf{c}} = (c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n)^T$, sendo c_i dado por (25) e

$$\mathbf{m}_{2j} = (\Delta M_1(Z_j) \quad \Delta M_2(Z_j) \quad \dots \quad \Delta M_n(Z_j))^T \quad (37)$$

com $\Delta M_i(Z_j) = M_i^{min}(Z_j) - M_i^{max}(Z_j)$ sendo $M_i^{min}(Z_j)$ e $M_i^{max}(Z_j)$ dados respectivamente por (27) e (28).

Finalmente em (35), \mathbf{G}_j é uma matriz simétrica dada por:

$$\mathbf{G}_j = M_{i\ell}(Z_j) + c_i c_\ell f_j^{2max} - c_i M_\ell^{max}(Z_j) - c_\ell M_i^{max}(Z_j) \quad (38)$$

com $c_i, M_i^{max}(Z_j), M_{i\ell}(Z_j)$ e f_j^{2max} dados por (25), (28), (29) e (31) respectivamente, e

$$F_x^{total}(Z_j - Y) = f_j^{2max} + F_x(Z_j - Y_{2min}) - 2F_x(Z_j - Y_{minmax}) \quad (39)$$

com Y_{2min}, Y_{minmax} e f_j^{2max} definidos anteriormente.

Considerando-se (10) e observando que, $F_z(Z_j)$ é uma função distribuição de probabilidade, verifica-se que os valores $\{F_z(Z_j) \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m\}$ devem satisfazer à condição

$$1 - p_j \leq F_z(Z_j) \leq 1 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (40)$$

ou ainda, considerando (30),

$$1 - p_j \leq f_j^{2max} + 2\mathbf{q}_j^T \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{Q}_j \boldsymbol{\alpha} \leq 1 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (41)$$

Note que (41) caracteriza um conjunto inicial de $2m$ restrições quadráticas para os parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ e que, quando (41) é satisfeita, as restrições de desempenho do enlace em (1) são também satisfeitas. É importante ressaltar ainda que para que $p_{i\frac{k}{N}}(V)$ tenha as características próprias de uma função densidade de probabilidade, restrições adicionais têm que ser impostas aos parâmetros $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$. Assim

$$0 \leq \alpha_0 \leq 1; \quad (42)$$

$$0 \leq \alpha_{n+1} \leq 1; \quad (43)$$

Note que, levando em conta (24), a restrição em (43) é equivalente a

$$0 \leq \mathbf{c}^T \boldsymbol{\alpha} \leq 1 \quad (44)$$

com $\boldsymbol{\alpha}$ e \mathbf{c} definidos anteriormente. Além disso, como $p_{i\frac{k}{N}}(V) \geq 0$ para $V \in (V_{min}, V_{max})$, tem-se, a partir de (16),

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i(V) \geq 0, \quad \forall V \in (V_{min}, V_{max}) \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (45)$$

o que, em notação matricial se escreve como

$$\Phi^T(V)\alpha \geq 0, \quad \forall V \in (V_{min}, V_{max}) \quad (46)$$

onde $\Phi(V)$ é o vetor de dimensão $(n+1)$ definido por

$$\Phi(V) = (0 \ \phi_1(V) \ \cdots \ \phi_n(V))^T \quad (47)$$

Assim, (42), (44) e (46) constitui um conjunto adicional de restrições a ser considerado no problema de otimização.

A definição da função objetivo do problema é feita visando aumentar a probabilidade de ocorrência de valores da razão i_k/N num subconjunto \mathcal{S} do intervalo (V_{min}, V_{max}) , esta probabilidade se escreve

$$P(i_k/N \in \mathcal{S}) = \int_{\mathcal{S}} p_{i_k/N}(V) dV \quad (48)$$

ou, considerando (16),

$$P(i_k/N \in \mathcal{S}) = \mathbf{d}^T \alpha \quad (49)$$

onde α é dado por (32) e $\mathbf{d} = (0 \ d_1 \ d_2 \ \dots \ d_n)^T$ com

$$d_i = \int_{\mathcal{S}} \phi_i(V) dV; \quad i = 1, \dots, n \quad (50)$$

Finalmente, o problema de otimização com restrições para o caso particular de duas parcelas de interferência, consiste em maximizar a função

$$g(\alpha) = \mathbf{d}^T \alpha \quad (51)$$

sujeita às restrições dadas por (41), (42), (44) e (46).

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta Seção, é apresentado um exemplo de aplicação que permite verificar a robustez da metodologia proposta na determinação de máscaras que limitam o comportamento estatístico das entradas individuais de interferência num enlace por satélite, operando em 19 Ghz. Neste exemplo a base de funções ortonormais utilizada para representar $p_{i_k/N}(V)$ é dado por

$$\phi_i(V) = \frac{1}{K} \bar{P}_{i-1} \left(\frac{V - V_{min}}{V_{max} - V_{min}} \right); \quad V_{min} < V < V_{max} \quad (52)$$

onde $K = \sqrt{V_{max} - V_{min}}$ e $\{\bar{P}_i; i = 1, 2, \dots, n\}$ são Polinômios de Legendre Deslocados (*shifted Legendre Polynomials*) [6], normalizados para energia unitária. No exemplo apresentado considerou-se $V_{min} = 0$, $V_{max} = 1.08$ e $n = 7$. A distribuição cumulativa de probabilidade da degradação devido a chuvas foi obtida considerando-se o modelo de atenuação por chuvas estabelecido na Recomendação ITU-R P.618-7 [5]. Foi considerado o procedimento descrito no Item 2.2.1.1 dessa Recomendação, no qual foram utilizados os parâmetros apresentados na Tabela I. Os requisitos de desempenho associados aos valores da razão E_b/N_0 , expressos em (1) e (5), são mostrados na Tabela II. A restrição em (46) foi implementada aproximando-se o intervalo $[V_{min}, V_{max}]$ por um conjunto de $N_p = 501$ pontos igualmente espaçados, dados por

$$V_k = V_{min} + k \frac{V_{max} - V_{min}}{N_p - 1}; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (53)$$

TABELA I
PARÂMETROS CONSIDERADOS NO ENLACE EM 19 GHz

taxa de precipitação pluviométrica - $R_{0.01}$ - [mm/h]	23
altitude acima do nível do mar da estação terrena receptora - h_s - [km]	0
altura da chuva - h_r - [km]	3
ângulo de elevação da antena da estação terrena receptora - θ - [graus]	25
latitude da estação terrena receptora - φ - [graus]	40
freqüência de operação do enlace - f - [GHz]	19
raio efetivo da Terra - R_e - [km]	8500

TABELA II
REQUISITOS DE DESEMPENHO PARA O ENLACE DE 19 GHz

BER_j	$(E_b/N_0)_j$ (dB)	p_j
1×10^{-6}	6,5	0,0004
1×10^{-8}	7,6	0,006
1×10^{-9}	8,7	0,04

o que conduz à restrição equivalente

$$\Phi_k^T \alpha \geq 0; \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (54)$$

onde $\Phi_k = \Phi(V_k)$ com $\Phi(V_k)$ dado por (47). A função objetivo utilizada, considerou a possibilidade de ocorrência de valores da razão i_k/N em todo o intervalo, ou seja, $\mathcal{S} = (V_{min}, V_{max})$.

Partindo-se da condição inicial em que razão i_k/N é zero com probabilidade 1, ou seja, $\alpha_0 = (1 \ 0 \ \dots \ 0)^T$, obteve-se, como solução do problema de otimização definido em (51), o vetor α^* , dado por

$$\alpha^* = (0,0000 \ 0,9622 \ -1,2495 \ 0,8768 \ -0,3292 \ -0,0189 \ 0,0975 \ -0,0427 \ 0,0000)^T \quad (55)$$

Considerando (16), verifica-se que esta solução é associada à função densidade de probabilidade da razão i_k/N ilustrada na Figura 1. A partir desta função densidade de probabilidade, é possível determinar a probabilidade da razão i_k/N exceder um dado valor V . Esta probabilidade, ilustrada na Figura 2 para i_k/N e V expressos em dB, pode ser vista como uma máscara que limita o comportamento estatístico das parcelas individuais de interferência, uma vez que os requisitos de desempenho em (1) são satisfeitos sempre que as parcelas de interferência estiveram associadas a razões i_k/N cujas distribuições cumulativas de probabilidades estejam abaixo da curva da Figura 2.

Este resultado pode ser comparado ao obtido pela técnica descrita em [2], na qual determina-se inicialmente uma máscara para interferência agregada, que serve de base para a obtenção da máscara a ser satisfeita pelas parcelas individuais de interferência (máscara de entrada-única). Esta obtenção indireta de máscaras de entrada-única é feita, conforme indicado em [1,2], considerando-se que: (i) na região correspondente a interferências de curto prazo, uma boa aproximação para a máscara de entrada-única é obtida dividindo-se as probabilidades da máscara de interferência agregada pelo número de parcelas de interferência; (ii) na região correspondente a interferências de longo prazo, uma boa aproximação para a máscara de entrada-única é obtida dividindo-se os níveis que não devem ser excedidos na máscara de interferência agregada pelo número de parcelas de interferência. Estas duas aproximações, bem

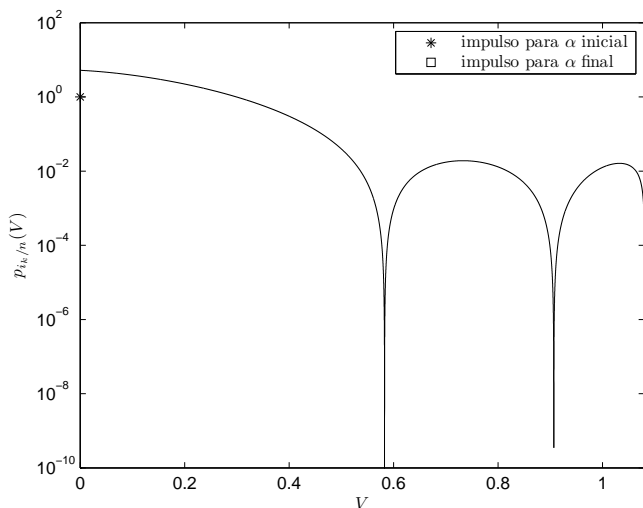


Fig. 1. Função densidade de probabilidade das parcelas individuais de interferência

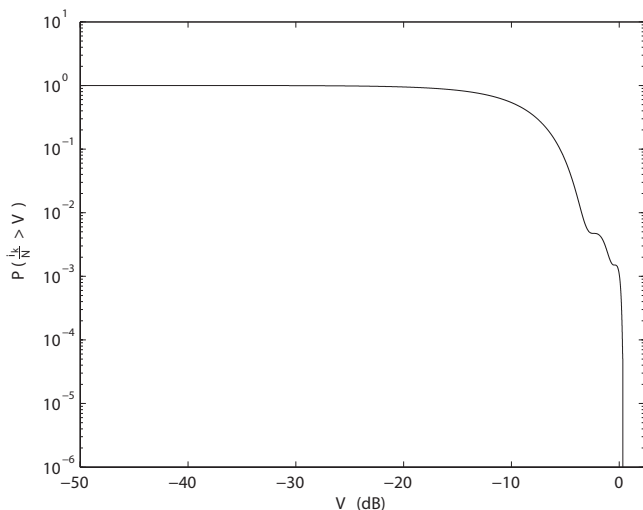


Fig. 2. Máscara a ser satisfeita pela razão i_k/N associada a cada parcela individual de interferência: Máscara de entrada-única

como as máscaras correspondentes à interferência agregada e às parcelas individuais de interferência estão ilustradas na Figura 3. Conforme pode ser visto nesta figura, no procedimento indireto de determinação da máscara de entrada-única a partir das aproximações não é possível definir exatamente a máscara de entrada-única para valores de V no intervalo $[-8, -1]$. Isto não acontece com o procedimento aqui proposto para a obtenção direta da máscara de entrada-única.

V. CONCLUSÕES

Foi desenvolvida uma metodologia que permite estabelecer as condições a serem impostas ao comportamento estatístico das potências de cada um dos sinais interferentes que afetam um determinado enlace por satélite, de modo a garantir que as condições de desempenho requeridas para o enlace sejam satisfeitas, independentemente das características específicas

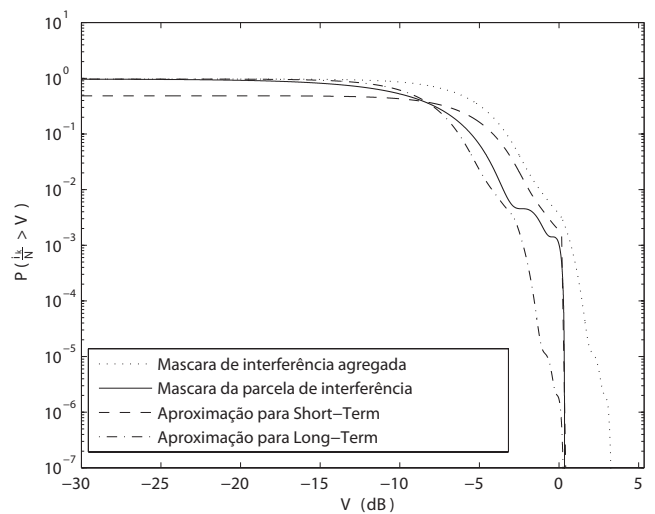


Fig. 3. Comparação entre a máscara de interferência única obtida pela técnica proposta e a obtida pelas aproximações indicadas em [2]

do sistema interferente considerado. Como a dificuldade da modelagem cresce rapidamente com o número de parcelas individuais de interferência, neste artigo foi analisado apenas o caso particular envolvendo duas parcelas. Partindo-se dos requisitos de desempenho do enlace de comunicação definiu-se um problema de otimização com restrições cuja solução permite estabelecer uma máscara para o comportamento estatístico de cada parcela de interferência, de modo a garantir que os requisitos de desempenho do enlace sejam satisfeitos. Um exemplo de aplicação envolvendo um enlace de satélite na faixa de 19 GHz permitiu verificar que, conforme esperado, a metodologia aqui proposta permite a obtenção de máscaras de entrada única definidas em toda a gama de valores de interesse, o que não ocorre quando o procedimento indireto considerado em [2], onde máscaras de entrada única são obtidas a partir de aproximações que têm como base uma máscara de interferência agregada previamente calculada, é utilizado.

REFERÊNCIAS

- [1] *Maximum permissible levels of interference in a satellite network (GSO/FSS; non-GSO/FSS; non-GSO/MSS feeder links) in the fixed-satellite service caused by other codirectional FSS networks below 30 GHz*, Recomendação ITU-R S.1323-2, União Internacional de Telecomunicações, Genebra, 2002.
- [2] Fortes, Jose-mauro - Baptista, Antonio-Jose, *Satellite link performance-under rain and external interferences: Constrains to be imposed to the Statistical behavior of external interferences*. Publicado on line (DOI 10.1002/sat.985), aguardando publicação em papel, 2010.
- [3] Baptista, A. J. S., *Desempenho de enlaces de satélites em presença de chuvas e interferências externas: restrições a serem impostas ao comportamento estatístico das interferências*, Dissertação de Mestrado, DEE, PUC-Rio, agosto 2007.
- [4] Hilario, A. B. T., *Desempenho de enlaces de satélites em presença de chuvas e interferências externas: Restrições a serem impostas ao comportamento estatístico das parcelas individuais de interferência*, Dissertação de Mestrado, DEE, PUC-Rio, 2011.
- [5] *Propagation data and prediction methods required for the design of Earth-space telecommunication systems*, Recomendação ITU-R P.618-7, União Internacional de Telecomunicações, Genebra, 2001
- [6] Abramowitz M., Stegun I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publication Inc., New York, 9th Edition, 1972.