

# A Probabilidade de Sucesso de Transmissão no Canal RACH Considerando Múltiplos Recursos de Demodulação na Estação Base

Ramon Dornelas Soares e José Marcos Câmara Brito

**Resumo**—O RACH (*Random Access Channel*) é o canal comum de *uplink* definido no UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*), utilizado para transmissão de dados em pacotes, o qual usa técnicas de acesso aleatório. Neste artigo apresentamos novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso de transmissão, considerando a disponibilidade de múltiplos recursos de demodulação na estação base.

**Palavras-Chave**—Random Access, 3GPP, RACH, Wireless Communication.

**Abstract**—The RACH (*Random Access Channel*) is the *uplink* common channel defined in the UMTS (*Universal Mobile Telecommunications Systems*), used in data packet transmissions and which on makes use of random access techniques. In this paper we have presented new expressions to compute the transmission success probability, considering the availability of multiple demodulation resources in base station.

**Keywords**—Random Access, 3GPP, RACH, Wireless Communication.

## I. INTRODUÇÃO

O UMTS é uma tecnologia de comunicação móvel de terceira geração padronizado pelo 3GPP (*Third Generation Partnership Project*), o qual é parte das recomendações do ITU (*International Telecommunications Union*) para o IMT-2000 (*International Mobile Telecommunications 2000*). Estas recomendações incluem suporte a serviços de comutação por circuito e por pacotes de elevada taxa de transmissão.

No UMTS, o RACH é caracterizado pelo modo de transmissão em pacote. Ele faz uso de técnicas de acesso aleatório e é responsável pela transmissão de serviços de dados em pacotes. Estes dados podem ser de controle ou originados pelo usuário. Os pacotes transmitidos no RACH possuem comprimento de 10 ou 20 *ms*. O quadro do RACH possui 15 *slots* e comprimento igual a 20 *ms* [6] [7].

A vazão do RACH foi analisada e comparada com a vazão do canal CPCH (*Common Packet Channel*), de forma analítica em [1] e com base em simulações em [3]. Em [2] nós corrigimos as expressões apresentadas em [1] para o cálculo da probabilidade de sucesso e, com base nestes resultados, fizemos novas análises da vazão dos canais RACH e CPCH. A limitação das análises apresentadas em [1] e [2] é que ambas consideraram a existência de apenas um recurso de demodulação na estação base (*Node B*), ou seja, apenas uma assinatura pode ser reconhecida a um dado instante. Este artigo estende as análises realizadas em [1] e [2], considerando a

existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B*. Novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso foram derivadas e comparadas com simulação. Com base nestas expressões pretende-se determinar, em trabalho futuro, a vazão do canal RACH, considerando múltiplos recursos de demodulação.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma: a seção II descreve o procedimento que o UE (*User Equipment*) segue para realizar uma transmissão no RACH; a seção III apresenta o modelo analítico para o cálculo da vazão; a seção IV mostra os resultados e a seção V apresenta as conclusões do artigo.

## II. PROCEDIMENTO DO CANAL

O procedimento RACH possui duas fases: a primeira é a fase do preâmbulo de acesso, conhecida pela sigla AP (vinda da denominação original *Access Preamble*), na qual os UEs escolhem entre “N” assinaturas e transmitem seus preâmbulos usando o código da assinatura escolhida. O *Node B* enviará um reconhecimento positivo ou negativo (ACK ou NACK) no canal físico AICH (*Acquisition Indication Channel*) para assinaturas nas quais um ou mais preâmbulos foram detectados e um reconhecimento vazio para as assinaturas nas quais não foram detectadas nenhum preâmbulo. Os UEs que receberem um ACK estão autorizados a começar a segunda fase, transmitindo suas mensagens e finalizando o procedimento, enquanto os UEs que receberam um NACK escolherão uma outra assinatura e transmitirão novos preâmbulos. Os UEs que receberam um reconhecimento vazio retransmitirão seus preâmbulos incrementando a potência de transmissão e utilizando a assinatura escolhida anteriormente [1] [6] [7].

A colisão no RACH acontece quando mais de um UE escolhe a mesma assinatura, transmite o preâmbulo e recebe o ACK do *Node B*. Estes UEs colidirão porque transmitirão suas mensagens com o mesmo código.

## III. ANÁLISE

O modelo usado neste artigo segue algumas considerações adotadas em [1], todavia novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso na transmissão foram obtidas, considerando a existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B*.

Na fase AP, os preâmbulos são transmitidos com aumento de potência até que um ACK ou um NACK seja recebido. Isto pode resultar em um evento indesejado, no qual os UEs

Ramon Dornelas Soares e José Marcos Câmara Brito, Inatel, Santa Rita do Sapucaí-MG, Brasil, E-mails:ramond@inatel.br, brito@inatel.br.

enviam preâmbulos abaixo do limiar de detecção e recebem ACKs que não foram destinados a eles. Em nosso modelo, tal como em [1], nós consideramos que todos os preâmbulos estão acima do limiar de detecção.

O modelamento é realizado como um experimento, no qual  $k$  preâmbulos são colocados em  $n$  assinaturas. Este experimento resulta em um número  $m$  de assinaturas vazias, sem nenhum preâmbulo, cuja probabilidade de ocorrência pode ser determinada através do problema da ocupação [4], que é definido por

$$P_0(m, k, n) = \binom{n}{m} \sum_{v=0}^{n-m} (-1)^v \binom{n-m}{v} \left(1 - \frac{m+v}{n}\right)^k \quad (1)$$

Como  $m$  é o número de assinaturas vazias, conseqüentemente, o número de assinaturas ocupadas por, no mínimo, um preâmbulo é dado por  $n - m$ . Os possíveis valores que  $m$  pode assumir, considerando que, pelo menos, um preâmbulo foi enviado, são  $0, 1, \dots, (n-1)$ , isto implica que  $n - m$  pode assumir os valores  $n, (n-1), \dots, 1$ .

Nosso modelo considera que o *Node B* possui um número  $r$  de recursos disponíveis, ou seja, ainda não utilizados e que o *Node B* envia ACKs para todas as assinaturas ocupadas se  $r \geq n - m$ . Em caso contrário, o *Node B* faz uma seleção aleatória de  $r$  assinaturas dentre as ocupadas e envia ACKs para todas as selecionadas e NACKs para as demais.

Em cada uma das assinaturas que receberam o ACK pode existir um ou mais preâmbulos, o que implica que um ou mais UEs escolheram a mesma assinatura. O sucesso na transmissão ocorrerá somente quando a assinatura que receber o ACK possuir apenas um preâmbulo associado.

A existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B* resulta na possibilidade de múltiplas transmissões de sucesso. O número  $s$  de transmissões com sucesso pode ser, no máximo, igual ao número de assinaturas ocupadas, se  $n - m \leq r$ , ou, no máximo, igual ao número de recursos disponíveis, caso  $n - m > r$ . Logo, o número máximo de transmissões com sucesso,  $\alpha$ , é dado por

$$\alpha = \begin{cases} n - m & \text{se } n - m \leq r \\ r & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Em nosso modelo define-se também a constante  $\xi = 2$ , a qual representa o número mínimo de preâmbulos em uma assinatura para a existência de uma colisão.

A probabilidade de sucesso,  $P_s(s)$ , será calculada em função do número  $n - m$  de assinaturas ocupadas e do número  $r$  de recursos disponíveis. O valor de  $n - m$  está entre o número de transmissões com sucesso,  $s$ , e o número total de assinaturas,  $n$ , ou seja,

$$s \leq n - m \leq n \quad (2)$$

O número de colisões existentes,  $c$ , é calculado por

$$c = \begin{cases} (n - m) - s & \text{se } n - m \leq r \\ r - s & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

A probabilidade de sucesso é obtida somando-se a probabilidade de sucesso para cada um dos valores possíveis de  $n - m$

(vide expressão (2)), ou seja,

$$P_s(s) = \sum_{n_{oc}=s}^n P_s^*(s) \quad (4)$$

na qual  $P_s^*(s)$  é a probabilidade de sucesso para cada um dos valores possíveis de  $n - m$ .

O número de eventos possíveis com que  $a$  assinaturas são ocupadas por  $b$  preâmbulos, dado que nenhuma assinatura permaneça vazia, ou seja, cada uma das  $a$  assinaturas são ocupadas por, no mínimo, um dos  $b$  preâmbulos, é dado por

$$N_0(a, b) = \sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} (a - v)^b \quad (5)$$

sendo a dedução desta expressão apresentada no apêndice.

Para o cálculo de  $P_s^*(s)$  utiliza-se o algoritmo a seguir. No qual  $\beta(s)$  é um parâmetro auxiliar, para facilitar a notação. Tal parâmetro é definido por

$$\beta(s) = \binom{n}{m} \binom{\alpha}{s} \frac{k!}{(k-s)!} n^{-k} \quad (6)$$

O algoritmo para cálculo de  $P_s^*(s)$  é apresentado a seguir:

- se  $n - m \leq r$

$$P_s^*(s) = \begin{cases} \beta(s) & \text{se } c = 0 \text{ e } k = 2(n - m) - s \\ \beta(s) & \text{se } c = 1 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+\xi)} \binom{k-s}{x_1} & \text{se } c = 2 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+2\xi)} \binom{k-s}{x_1} \cdot \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+\xi+x_1)} \binom{k-s-x_1}{x_2} & \text{se } c = 3 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(c-1)\xi)} \binom{k-s}{x_1} \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(c-2)\xi+x_1)} \dots & \dots \\ \dots \sum_{x_{c-1}=\xi}^{k-(s+\xi+x_1+\dots+x_{c-2})} \binom{k-s-x_1-\dots-x_{c-2}}{x_{c-1}} & \dots \\ 0 & \text{se } 4 \leq c \leq 16 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (7a)$$

- se  $n - m > r$  e  $k < (n - m) + (r - s)$

$$P^*(s) = 0 \quad (7b)$$

- se  $n - m > r$  e  $k \geq (n - m) + (r - s)$

$$P^*(s) = \begin{cases} \beta(s) \cdot N_0(n - m - r, k - s) & \text{se } c = 0 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r))} \binom{k-s}{x_1} \cdot N_0(n - m - r, k - s - x_1) & \text{se } c = 1 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+\xi)} \binom{k-s}{x_1} \cdot \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+x_1)} \binom{k-s-x_1}{x_2} \cdot N_0(n - m - s, k - s - x_1 - x_2) & \text{se } c = 2 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+(c-1)\xi)} \binom{k-s}{x_1} \cdot \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+(c-2)\xi+x_1)} \dots \dots \dots \sum_{x_c=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+x_1+\dots+x_{c-1})} \binom{k-s-x_1-\dots-x_{c-1}}{x_c} \cdot N_0(n - m - r, k - s - (x_1 + \dots + x_c)) & \text{se } 3 \leq c \leq 15 \end{cases} \quad (7c)$$

O número médio de transmissões com sucesso no RACH, dado  $r$ ,  $n$  e  $k$  é determinado pela expressão abaixo

$$E[s] = 1.Ps(1) + 2.Ps(2) + \dots + \alpha.Ps(\alpha) \quad (8)$$

A probabilidade de sucesso normalizada do RACH, dado  $r$ ,  $n$  e  $k$  é definida por

$$P_{sn}(s) = \frac{E[s]}{r} \quad (9)$$

esta probabilidade normalizada fornece um indicativo da vazão no canal, dado uma quantidade  $r$  de recursos disponíveis em um dado momento.

#### IV. RESULTADOS

Nesta seção, apresentamos os principais resultados obtidos pelo nosso modelamento, sendo considerado o número de assinaturas,  $n$ , e o número total de recursos de demodulação igual a dezesseis, tal como especificado em [8].

O primeiro resultado é o número médio de transmissões com sucesso,  $E[s]$ , obtido através da expressão (8) e mostrado na Figura 1. Observa-se que, dado um valor de  $k$  (com  $k \leq 16$ ),

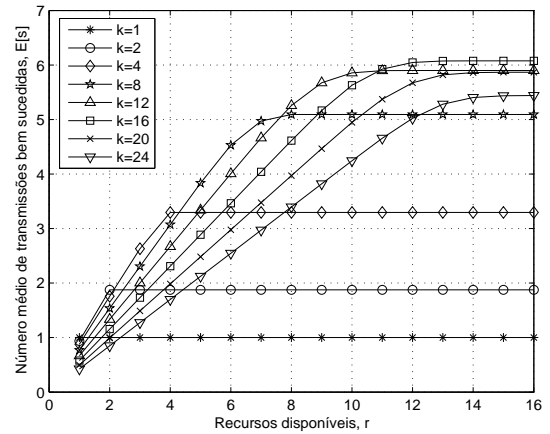


Fig. 1. Número médio de transmissões com sucesso X Recursos disponíveis ( $r$ ), com  $n=16$ .

o valor de  $E[s]$  cresce com  $r$  até  $r = k$  e permanece constante a partir deste ponto.

A Figura 2 mostra o valor de  $k$  que maximiza o número médio de transmissões com sucesso, em função do número de recursos disponíveis ( $r$ ). Este valor pode servir como base para um mecanismo de ajuste, pelo UTRAN (*UMTS Terrestrial Radio Access Network*), do valor da probabilidade de permissão, em função do número de recursos disponíveis, em um dado instante.

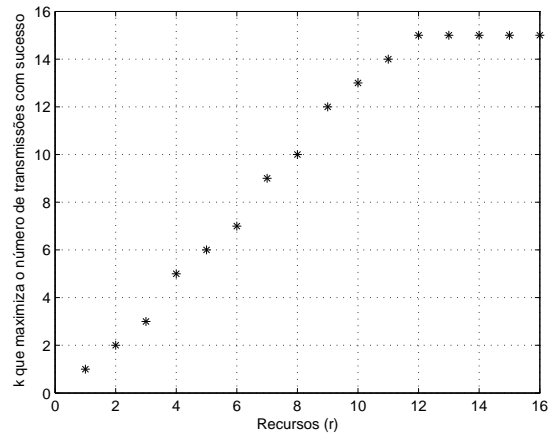


Fig. 2. Valor de  $k$  que maximiza o número de transmissões com sucesso,  $E[s]$ .

A Figura 3 mostra a probabilidade de sucesso normalizada,  $P_{sn}(s)$ , obtida com o modelo analítico e a obtida por simulação de Monte Carlo para valores de  $r = 2$ ,  $r = 4$ ,  $r = 8$  e  $r = 16$ . Deve-se observar que os cálculos foram feitos considerando-se  $k$  um número inteiro. As linhas contínuas interligando os pontos foram colocadas apenas para facilitar a visualização dos resultados.

A simulação de Monte Carlo foi realizada seguindo as mesmas considerações utilizadas no modelamento matemático para o procedimento do canal, sendo que, para cada um dos valores  $r$ , presentes na Figura 3, o  $P_{sn}(s)$  de um dado  $k$  é

obtido a partir da média aritmética de  $10^6$  interações.

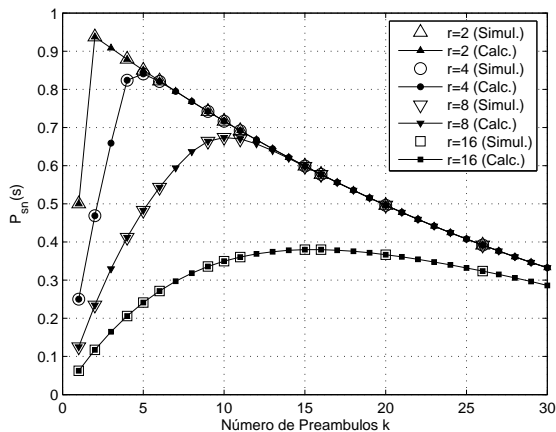


Fig. 3. Valor de  $P_{sn}(s)$  obtido por modelo analítico e por simulação de Monte Carlo.

Pode-se observar uma queda na probabilidade de sucesso normalizada com o aumento da quantidade de recursos disponíveis. Isto ocorre porque o número médio de transmissões com sucesso não aumenta na mesma proporção em que  $r$  aumenta. Além disso, sempre há sub-utilização dos recursos disponíveis quando  $k < r$ .

### V. CONCLUSÕES

Neste artigo foram apresentadas novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso na transmissão do RACH, considerando a existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B*. A probabilidade de sucesso normalizada do canal foi calculada, baseando-se nestas expressões e validada por simulações. Esta probabilidade normalizada fornece um indicativo da vazão do canal, considerando um dado número  $r$  de recursos disponíveis no momento.

Apresentou-se o valor de preâmbulos enviados,  $k$ , que maximiza o número médio de transmissões com sucesso, em função do número de recursos disponíveis ( $r$ ). Este valor pode ser usado pelo UTRAN no cálculo da probabilidade de permissão, em função do número de recursos disponíveis, em um dado instante.

Observou-se também um decréscimo de desempenho na probabilidade de sucesso normalizada à medida que aumentasse a quantidade de recursos disponíveis. Isto se deve aos fatos de que o número médio de transmissões com sucesso não aumenta na mesma proporção que  $r$  aumenta e de que existe sub-utilização dos recursos disponíveis quando  $k < r$ .

Em trabalho futuro pretende-se, a partir dos resultados apresentados neste artigo, determinar, analiticamente, a vazão do RACH, considerando múltiplos recursos de demodulação no *Node B*.

### REFERÊNCIAS

- [1] I.N. Vukovic, "Throughput Comparison of Random Access Scheme in 3GPP", *Vehicular Technology Conference (VTC)*, 2003, pp. 532-536.
- [2] J.M.C. Brito and R.D. Soares, "Thought Comparison between RACH and CPCH in 3GPP", *Advanced Industrial Conference on Telecommunications (AICT)*, 2005.
- [3] k. Parsa, S. Ghassemzaded, and S. Kazeminejad, "System Engineering of Data Services in UMTS W-CDMA", *IEEE Int. Conf. of Communications (ICC)*, vol. 5, 2001, pp. 1373-1380.
- [4] W. Feller, *An Introduction to probability Theory and Its Applications*, Volume I, John Wiley, 1968.
- [5] 3GPP TSG-RAN Working Group 1. (2005, March) Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels (FDD), TS25.211. [Online] Available: ftp://ftp.3gpp.org
- [6] 3GPP TSG-RAN Working Group 1. (2005, March) Physical Layer Procedures (FDD), TS25.214. [Online] Available: ftp://ftp.3gpp.org
- [7] 3GPP TSG-RAN Working Group 2. (2005, March) Medium Access Control (MAC) Protocol Specification, TS25.321. [Online] Available: ftp://ftp.3gpp.org
- [8] 3GPP TSG-RAN Working Group 2. (2005, March) Radio Resource Control (RRC) Protocol Specification, TS25.331. [Online] Available: ftp://ftp.3gpp.org

### APÊNDICE I

#### DEFINIÇÃO DA EXPRESSÃO $N_0(a, b)$

A formulação  $N_0(a, b)$  (vide expressão (5)) pode ser obtida multiplicando-se a probabilidade de que todas as  $a$  assinaturas sejam ocupadas por, pelo menos, um dos  $b$  preâmbulos,  $P_0(0, b, a)$  (vide expressão (1)), pelo número total de eventos gerados da ocupação de  $a$  assinaturas por  $b$  preâmbulos, ou seja,

$$\begin{aligned}
 N_0(a, b) &= P_0(0, b, a) \cdot a^b \\
 &= a^b \cdot \left( \sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} \left(1 - \frac{v}{a}\right)^b \right) \\
 &= a^b \cdot \left( \sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} \left(\frac{a-v}{a}\right)^b \right) \\
 &= \sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} (a-v)^b
 \end{aligned}$$