

# Detecção Descorrelacionadora Multiusuário para Sistemas CDMA em Canais Seletivos em Frequência

Gonzalo Fernando Olmedo Cifuentes e Celso de Almeida

**Resumo**—Neste artigo são comparados dois tipos de receptores multiusuário para sistemas CDMA em canais seletivos em frequência com desvanecimento. É explicado com detalhe o receptor RDD (*Rake decorrelating detector*), ainda não analisado na literatura. São obtidas expressões de probabilidade de erro de bit e complexidade computacional, que com resultados de simulação mostram que o receptor RDD apresenta um desempenho superior que o receptor convencional MDD (*Multipath decorrelating detector*), além de possuir menor complexidade computacional.

**Palavras-Chave**—CDMA, Detecção Descorrelacionadora multiusuário, MUD, RAKE, MDD, RDD, Canal Seletivo em Frequência.

**Abstract**—In this article two multiuser receivers for CDMA frequency-selective fading channels are compared. The Rake decorrelating detector (RDD) is explained in detail. Expressions for bit error probability and computational complexity are obtained. The theoretical and simulations results shown that the RDD receiver achieves better performance than the conventional multipath decorrelating detector receiver (MDD), with much lower computational complexity.

**Keywords**—CDMA, Decorrelating Multiuser Detection, MUD, RAKE, MDD, RDD, Frequency-Selective Channel.

## I. INTRODUÇÃO

A técnica de acesso simultâneo CDMA tem sido aplicada com enorme sucesso em comunicações móveis e é a base dos atuais sistemas de terceira geração WCDMA [1] e CDMA2000 [2], das normas européia (3GPP) e norte-americana (3GPP2), respectivamente.

Em um sistema CDMA, quando o número de usuários no sistema aumenta a interferência de múltiplo acesso (MAI) também aumenta, o que compromete o desempenho do sistema. A MAI é a interferência de co-canal, consequência do fato das seqüências de espalhamento não serem ortogonais.

A detecção multiusuário [3] tem como objetivo eliminar a MAI, às custas de um pequeno aumento na potência do ruído. A detecção multiusuário ótima infelizmente apresenta complexidade exponencial com o número de usuários. Neste artigo é usada a detecção multiusuário descorrelacionadora (MUD-D) que faz parte da classe linear sub-ótima dos detectores multiusuário. Entre os detectores sub-ótimos, o MUD-D pode mitigar a MAI eficientemente, sem a necessidade do controle de potência [3].

Gonzalo Fernando Olmedo Cifuentes e Celso de Almeida, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Departamento de Telecomunicações, UNICAMP, Campinas, Brasil, E-mails: gonzalo@decom.fee.unicamp.br, celso@decom.fee.unicamp.br. Este trabalho foi financiado pela CAPES.

Enlaces sem fio são sujeitos aos efeitos do desvanecimento por múltiplos percursos. Os efeitos do desvanecimento podem ser combatidos através de técnicas de diversidade. Uma destas técnicas é o receptor RAKE, que combina coerentemente as versões recebidas do sinal pelo canal com múltiplos percursos, para obter ganho de desempenho [4]. Infelizmente, na saída do receptor RAKE ainda existe a influência da MAI e também da interferência dos múltiplos percursos (MPI) que também deve ser levada em conta na implementação do detector multiusuário.

Existem dois modelos de receptores MUD-D para canais seletivos em frequência estudados na literatura. O modelo convencional é conhecido como MDD (*multipath decorrelating detector*) [5] [6]. Este receptor usa um banco de filtros casados para cada usuário, um filtro por percurso, como é mostrado na Fig. 1. As saídas de todos os filtros casados de todos os usuários entram em um filtro descorrelacionador e um combinador é usado para somar os sinais filtrados resultantes dos múltiplos percursos de cada usuário. Este receptor apresenta uma alta complexidade computacional no processo de descorrelação.

Neste artigo é analisado um segundo modelo de receptor MUD-D conhecido como RDD (*RAKE decorrelating detector*) [7]. Este receptor considera inicialmente um banco de receptores RAKE, e as saídas destes receptores passam diretamente por um filtro descorrelacionador, para que a interferência seja eliminada.

## II. MODELO DO SISTEMA CDMA

Para um sistema CDMA com  $K$  usuários, o modelo passa-baixas do sinal transmitido é dado por:

$$s(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t), \quad (1)$$

onde  $s_k(t)$  representa a envoltória complexa do sinal transmitido pelo  $k$ -ésimo usuário e é dado por:

$$s_k(t) = A b_k(t - \tau_k) c_k(t - \tau_k), \quad (2)$$

onde  $A$  representa a amplitude do sinal transmitido,  $b_k$  o  $k$ -ésimo bit de informação,  $c_k$  a seqüência de espalhamento espectral e  $\tau_k$  o atraso relativo do usuário  $k$  no canal. Para o caso assíncrono, vamos ordenar os usuários em ordem crescente de atraso e considerar que  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_K < T_b$ , onde  $T_b$  é o intervalo de bit do sinal de informação. O sistema

síncrono é um caso particular do sistema assíncrono onde  $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_N = 0$ .

Quando um pulso é transmitido através de um canal com múltiplos percursos variante no tempo, o sinal recebido será constituído por um trem de pulsos, em que cada um deles será caracterizado por um desvanecimento e um atraso diferente. O canal de múltiplos percursos variantes no tempo é caracterizado através de sua resposta ao impulso:

$$h(t, \tau) = \sum_{l=1}^L \alpha_{kl}(t) e^{j\theta_{kl}(t)} \delta(\tau - lT_c), \quad (3)$$

onde  $T_c$  é o período de um chip,  $\alpha_{kl}$  é o desvanecimento dos percursos e  $\theta_{kl}$  é a fase do canal. Como o canal é suposto ser seletivo em frequência, a largura de banda do canal transmitido,  $W = \frac{1}{T_c}$ , é muito maior que a largura de banda de coerência do canal,  $\Delta f_c$ , o que produz  $L = \frac{W}{\Delta f_c}$  caminhos resolvíveis.

Assumindo que o tempo de duração de símbolo é muito menor que o tempo de coerência do canal, o desvanecimento é considerado lento, portanto não existe variação das características do desvanecimento dentro do intervalo de um símbolo, resultando em  $\alpha_{kl}(t) e^{j\theta_{kl}(t)} = a_{kl} e^{j\theta_{kl}}$ . Deste modo, o sinal recebido é dado por:

$$\begin{aligned} r(t) &= h(t, \tau) * s(t) + n_w(t) \\ &= \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \alpha_{kl} e^{j\theta_{kl}} s_k(t - lT_c) + n_w(t), \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $*$  denota convolução e  $n_w(t)$  representa a envoltória complexa do ruído aditivo gaussiano branco cujas partes real e imaginária são independentes e cada uma possui densidade espectral de potência  $\frac{N_0}{2}$ .

Substituindo (2) em (5) temos que:

$$r(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K A \alpha_{kl} e^{j\theta_{kl}} b_k(t - lT_c - \tau_k) c_k(t - lT_c - \tau_k) + n_w(t), \quad (5)$$

### III. MODELO DO RECEPTOR RDD

O receptor MUD-D sub-ótimo RDD, apresentado na Fig. 2, é formado por um conjunto de  $K$  receptores RAKE e um filtro descorrelacionador usado para eliminar, tanto a MAI, quanto a MPI.

O receptor do tipo RAKE é usado com o objetivo de coletar a energia dos  $L$  percursos de cada usuário. O receptor RAKE para um determinado usuário  $u$  é apresentado na Fig. 3 e sua saída é dada por:

$$y_u(t_s) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^L \int_{nT_c + \tau_u}^{T_b + nT_c + \tau_u} r(t) c_u(t - nT_c - \tau_u) \alpha_{un} e^{-j\theta_{un}} dt \right\}, \quad (6)$$

onde  $\Re\{x\}$  representa a parte real da variável complexa  $x$  e  $t_s = T_b + lT_c + \tau_u$  é o instante de amostragem do filtro.

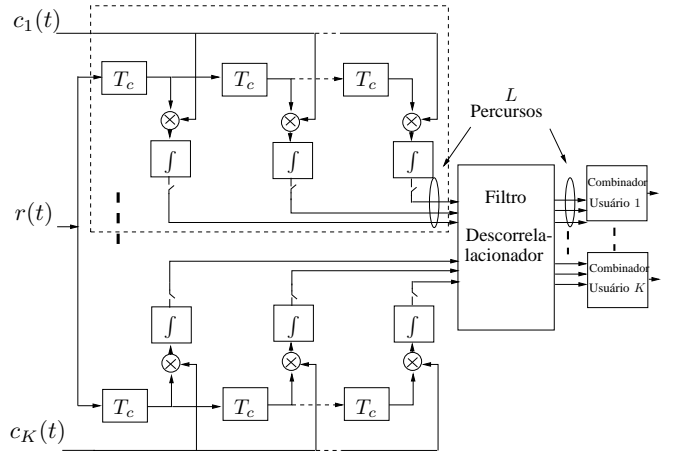


Fig. 1. Receptor para canais seletivos em frequência MDD [5],[6].

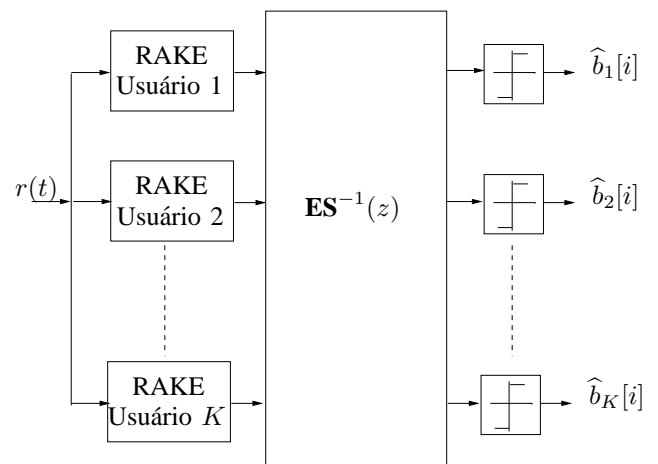


Fig. 2. Receptor para canais seletivos em frequência RDD [7]

### IV. DETECÇÃO DESCORRELACIONADORA RDD

Para o receptor RDD mostrado na Fig. 2, o  $i$ -ésimo bit de informação dos  $K$  usuários na saída do banco de receptores RAKE é representado pelo vetor de valores discretos  $\mathbf{y}[i]$ , dado por:

$$\mathbf{y}[i] = [y_1[i] \ y_1[i] \ \dots \ y_u[i] \ \dots \ y_K[i]]^T, \quad (7)$$

onde cada elemento  $y_u$  no instante  $i$  é dado por (6).

O vetor  $\mathbf{y}[i]$  pode ser expresso como:

$$\mathbf{y}[i] = \Re \{ \mathbf{R}_{+1} \mathbf{A} \mathbf{b}[i+1] + \mathbf{R}_0 \mathbf{A} \mathbf{b}[i] + \mathbf{R}_{-1} \mathbf{A} \mathbf{b}[i-1] + \mathbf{n}[i] \}, \quad (8)$$

onde  $\mathbf{b}[i]$  é o vetor composto pelo  $i$ -ésimo bit de informação dos  $K$  usuários, isto é:

$$\mathbf{b}[i] = [b_1[i] \ b_2[i] \ \dots \ b_K[i]]^T. \quad (9)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  é uma matriz diagonal que contém as amplitudes dos sinais transmitidos. Daqui para a frente assumiremos sem perda de generalidade que todas as amplitudes são idênticas.

As matrizes  $\mathbf{R}_{+1}$ ,  $\mathbf{R}_0$  e  $\mathbf{R}_{-1}$ , dadas em (8), são matrizes de ordem  $K \times K$ , definidas como:

$$\mathbf{R}_{+1} = \mathbf{D}^* [i] \mathbf{R}^T [1] \mathbf{D}^T [i+1], \quad (10)$$

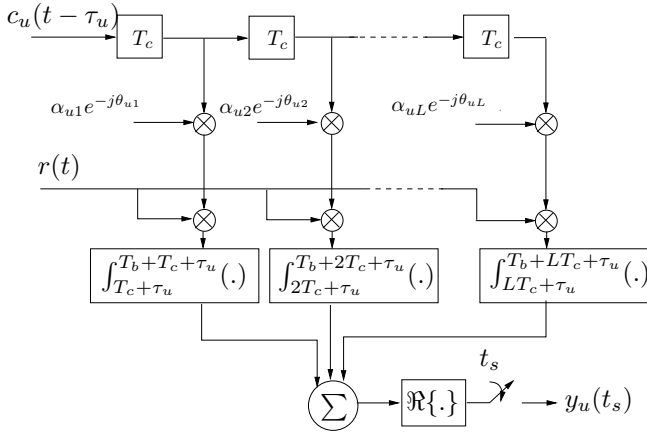


Fig. 3. Receptor RAKE

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{D}^*[i]\mathbf{R}[0]\mathbf{D}^T[i], \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{-1} = \mathbf{D}^*[i]\mathbf{R}[1]\mathbf{D}^T[i-1], \quad (12)$$

onde a matriz  $\mathbf{D}[i]$  é uma matriz  $K \times K \times L$  definida como:

$$\mathbf{D}[i] = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1[i] & \mathbf{0}_{1 \times L} & \mathbf{0}_{1 \times L} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times L} \\ \mathbf{0}_{1 \times L} & \mathbf{a}_2[i] & \mathbf{0}_{1 \times L} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times L} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{1 \times L} & \mathbf{0}_{1 \times L} & \mathbf{0}_{1 \times L} & \dots & \mathbf{a}_K[i] \end{pmatrix}, \quad (13)$$

onde  $\mathbf{0}_{1 \times L}$  é um vetor de zeros de ordem  $L$ , e  $\mathbf{a}_k[i]$  é um vetor que contém as amplitudes do desvanecimento e a fase do canal em cada percurso do usuário  $k$ , no instante  $i$ , e é dado por:

$$\mathbf{a}_k[i] = [\alpha_{k1} e^{j\theta_{k1}}[i] \quad \alpha_{k2} e^{j\theta_{k2}}[i] \quad \dots \quad \alpha_{kL} e^{j\theta_{kL}}[i]] \quad (14)$$

As matrizes  $\mathbf{R}[0]$  e  $\mathbf{R}[1]$  em (10), (11) e (12) têm dimensão  $K \times L \times K \times L$  e são representadas de forma geral como:

$$\mathbf{R}[x] = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11}[x] & \mathbf{R}_{12}[x] & \dots & \mathbf{R}_{1K}[x] \\ \mathbf{R}_{21}[x] & \mathbf{R}_{22}[x] & \dots & \mathbf{R}_{2K}[x] \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{R}_{K1}[x] & \mathbf{R}_{K2}[x] & \dots & \mathbf{R}_{KK}[x] \end{pmatrix}, \quad (15)$$

onde  $x \in \{0, 1\}$ . As sub-matrizes  $\mathbf{R}_{uk}[x]$  têm dimensão  $L \times L$  e contém os elementos de correlação entre o usuário  $u$  com o usuário  $k$  para todos os múltiplos percursos e são definidas como:

$$\mathbf{R}_{uk}[x] = \begin{pmatrix} R_{u1,k1}[x] & R_{u1,k2}[x] & \dots & R[x]_{u1,kL} \\ R_{u2,k1}[x] & R_{u2,k2}[x] & \dots & R[x]_{u2,kL} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{uL,k1}[x] & R_{uL,k2}[x] & \dots & R[x]_{uL,kL} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

onde

$$R_{un,kl}[0] = \begin{cases} 1, & \tau_u + nT_c = \tau_k + lT_c; \\ \rho_{un,kl}, & \tau_u + nT_c < \tau_k + lT_c; \\ \rho_{kl,un}, & \tau_u + nT_c > \tau_k + lT_c; \end{cases} \quad (17)$$

$$R_{un,kl}[1] = \begin{cases} 0, & \tau_u + nT_c \geq \tau_k + lT_c; \\ \rho_{kl,un}, & \tau_u + nT_c < \tau_k + lT_c; \end{cases} \quad (18)$$

para

$$\rho_{un,kl} = \int_{\tau_k + lT_c}^{\tau_u + nT_c + T_b} c_u(t - nT_c - \tau_u) c_k(t - lT_c - \tau_k) dt \quad (19)$$

e

$$\rho_{kl,un} = \int_{\tau_u + nT_c}^{\tau_k + lT_c} c_u(t - nT_c - \tau_u) c_k(t + T_b - lT_c - \tau_k) dt \quad (20)$$

Em (8),  $\mathbf{n}[i]$  é um vetor de ordem  $K$  que contém o resultado do ruído na saída do conjunto de receptores RAKE no instante  $i$ , dado por:

$$\mathbf{n}[i] = [n_1[i] \quad n_2[i] \dots n_u[i] \dots n_K[i]]^T, \quad (21)$$

onde

$$n_u(t_s) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^L \int_{nT_c + \tau_u}^{T_b + nT_c + \tau_u} n_w(t) c_u(t - nT_c - \tau_u) \alpha_{un} e^{-j\theta_{un}} dt \right\}. \quad (22)$$

O vetor de valores discretos  $\mathbf{y}[i]$ , dado em (8), pode ser representado no domínio da transformada- $z$ , como:

$$\mathbf{y}(z) = \mathbf{S}(z)\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n}, \quad (23)$$

onde

$$\mathbf{S}(z) = \Re \{ \mathbf{R}_{+1}z + \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{-1}z^{-1} \}. \quad (24)$$

A partir de (23), os bits de informação dos  $K$  usuários podem ser obtidos da seguinte forma:

$$\mathbf{S}^{-1}(z)\mathbf{y}(z) = \mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{S}^{-1}(z)\mathbf{n}. \quad (25)$$

Em (25) pode-se notar que o termo de ruído ao ser multiplicado por  $\mathbf{S}^{-1}(z)$  deixa de ter características gaussianas, devido a que os elementos de  $\mathbf{S}^{-1}(z)$  contém combinações de variáveis aleatórias Rayleigh no seu denominador. Para compensar este efeito e conseguir que o ruído volte a ter características gaussianas em (25), realiza-se a seguinte operação:

$$\mathbf{E}\mathbf{S}^{-1}(z)\mathbf{y}(z) = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{E}\mathbf{S}^{-1}(z)\mathbf{n}, \quad (26)$$

onde

$$\mathbf{E}[i] = \text{diag} \left\{ \sum_{l=1}^L \alpha_{1l}^2[i] \quad \sum_{l=1}^L \alpha_{2l}^2[i] \quad \dots \quad \sum_{l=1}^L \alpha_{Kl}^2[i] \right\}, \quad (27)$$

onde  $\text{diag}\{\mathbf{v}\}$  representa a matriz diagonal formada pelos elementos do vetor  $\mathbf{v}$ .

A partir de (27), os bits de informação dos  $K$  usuários no instante  $i$  podem ser estimados da seguinte maneira:

$$\mathbf{B}[i] = \text{sgn} \{ \mathbf{Z}^{-1} [\mathbf{E}\mathbf{S}^{-1}(z)\mathbf{y}(z)] \}, \quad (28)$$

onde  $\text{sgn}\{\cdot\}$  representa a função sinal,  $\mathbf{Z}^{-1}\{f(z)\}$  representa a transformada- $Z$  inversa da função  $f(z)$  e

$$\mathbf{B}[i] = [\hat{b}_1[i] \quad \hat{b}_2[i] \quad \dots \quad \hat{b}_K[i]]^T. \quad (29)$$

é o vector de bits estimados.

De forma geral, quando são detectados blocos de  $N$  bits ( $1 \leq i \leq N$ ) por usuário, a matriz geral de dimensão  $N \times K \times L \times N \times K \times L$ , que contém todos os elementos de correlação, é dada por:

$$\mathbf{R}_N = \begin{pmatrix} \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \mathbf{0}_{KL \times KL} & \dots & \dots & \mathbf{0}_{KL \times KL} \\ \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] & \mathbf{0}_{KL \times KL} & \dots & \mathbf{0}_{KL \times KL} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{KL \times KL} & \mathbf{0}_{KL \times KL} & \dots & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] & \mathbf{R}^T[1] \\ \mathbf{0}_{KL \times KL} & \mathbf{0}_{KL \times KL} & \mathbf{0}_{KL \times KL} & \dots & \mathbf{R}[1] & \mathbf{R}[0] \end{pmatrix} \quad (30)$$

Para o bloco de  $N$  bits é definida a matriz geral  $\mathbf{S}_N$  de ordem  $NK \times NK$ , que representa a operação do banco de receptores RAKE e é dada por:

$$\mathbf{S}_N = \Re \{ \mathbf{D}_N^* \mathbf{R}_N \mathbf{D}_N \}, \quad (31)$$

onde  $\mathbf{D}_N$  tem dimensão  $NK \times NK$  e é dada por:

$$\mathbf{D}_N = \begin{pmatrix} \mathbf{D}[1] & \mathbf{0}_{K \times KL} & \mathbf{0}_{K \times KL} & \dots & \mathbf{0}_{K \times KL} \\ \mathbf{0}_{K \times KL} & \mathbf{D}[2] & \mathbf{0}_{K \times KL} & \dots & \mathbf{0}_{K \times KL} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{K \times KL} & \mathbf{0}_{K \times KL} & \mathbf{0}_{K \times KL} & \dots & \mathbf{D}[N] \end{pmatrix} \quad (32)$$

O bloco de  $N$  bits estimados para cada um dos  $K$  usuários é obtido da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_N = \text{sgn} \{ \mathbf{E}_T \mathbf{S}_T^{-1} \mathbf{y}_T \}, \quad (33)$$

onde

$$\mathbf{B}_N = [\mathbf{B}[1] \ \mathbf{B}[2] \ \dots \ \mathbf{B}[N]]^T, \quad (34)$$

$$\mathbf{y}_N = [\mathbf{y}[1] \ \mathbf{y}[2] \ \dots \ \mathbf{y}[N]]^T, \quad (35)$$

e

$$\mathbf{E}_N = \text{diag} \{ \mathbf{E}[1] \ \mathbf{E}[2] \ \dots \ \mathbf{E}[N] \}, \quad (36)$$

## V. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

De (33) pode-se determinar que a complexidade computacional no filtro descorrelacionador do receptor RDD, onde são requeridas:

- $(L + L^2)(NK)^2$  operações para obter  $\mathbf{S}_N$ ,
- $(NK)^3$  operações para inverter a matriz  $\mathbf{S}_N$ ,
- $(NK)^2$  operações para multiplicar a matriz invertida pelas saídas dos receptores RAKE,
- $(NK)^2$  operações para realizar a multiplicação pela matriz  $\mathbf{E}_N$ ,

obtendo assim a complexidade total:

$$C_{\text{RDD}} = (L^2 + L + 2)(NK)^2 + (NK)^3. \quad (37)$$

O filtro descorrelacionador do receptor MDD precisa inverter a matriz  $\mathbf{R}_N$  de ordem  $NKL \times NKL$  dada em (30), o que requer  $(NKL)^3$  operações. Também são requeridas  $(NKL)^2$  operações para multiplicar a matriz inversa pelo vetor que contém as saídas dos filtros casados para cada percurso dos  $K$  usuários e  $NKL$  operações para compensar as amplitudes do desvanecimento. Conseqüentemente, a complexidade total é dada por:

$$C_{\text{MDD}} = (NKL)^3 + (NKL)^2 + NKL. \quad (38)$$

Para fazer uma comparação em termos de complexidade, definimos o ganho em complexidade,  $\kappa$ , dado pela relação entre a complexidade do MDD e a complexidade do RDD, isto é:

$$\kappa = \frac{(NKL)^3 + (NKL)^2 + NKL}{(L^2 + L + 2)(NK)^2 + (NK)^3}. \quad (39)$$

## VI. CÁLCULO DA EFICIÊNCIA ASSINTÓTICA MULTIUSUÁRIO MÉDIA PARA O DETECTOR RDD

Nesta seção é apresentado um resumo do cálculo da eficiência assintótica multiusuário (AME) média para o detector RDD em um sistema CDMA síncrono.

Para a detecção MUD-D, a AME do  $k$ -ésimo usuário é dada por [3]:

$$\eta_k = \begin{cases} \frac{1}{R_{kk}^{-1}} & \text{Caso Síncrono,} \\ \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [S(e^{j\omega})]_{kk}^{-1} d\omega \right)^{-1} & \text{Caso Assíncrono,} \end{cases} \quad (40)$$

onde  $R_{kk}^{-1}$  e  $[S(e^{j\omega})]_{kk}^{-1}$  representam o elemento da  $k$ -ésima linha e  $k$ -ésima coluna da inversa da matriz de correlação, para os casos síncrono e assíncrono, respectivamente.

Para o caso síncrono podemos calcular o valor da AME diretamente, invertendo a matriz  $\mathbf{R}_0$ , dada em (11). Para um sistema síncrono com dois usuários e  $L$  percursos, esta matriz é dada por:

$$\mathbf{R}_0 = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \quad (41)$$

onde

$$M_{11} = \sum_{n=1}^L \alpha_{1n}^2 + \sum_{n=1}^L \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{1l} \alpha_{1n} \cos(\theta_{1l} - \theta_{1n}) \rho_{1n,1l}$$

$$M_{22} = \sum_{n=1}^L \alpha_{2n}^2 + \sum_{n=1}^L \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{2l} \alpha_{2n} \cos(\theta_{2l} - \theta_{2n}) \rho_{2n,2l}$$

$$M_{12} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L \alpha_{1n} \alpha_{2l} \cos(\theta_{1n} - \theta_{2l}) \rho_{1n,2l}$$

$$M_{21} = \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L \alpha_{2n} \alpha_{1l} \cos(\theta_{2n} - \theta_{1l}) \rho_{2n,1l}$$

onde  $M_{11}$  e  $M_{22}$  contém a informação e a MPI do próprio usuário, para os usuários 1 e 2, respectivamente.  $M_{12}$  e  $M_{21}$  representam a soma de todos os múltiplos percursos do outro usuário. Cabe notar que  $M_{12}$  e  $M_{21}$  são iguais. Assim sendo,  $M = M_{12} = M_{21}$ .

Invertendo a matriz  $\mathbf{R}_0$ , obtém-se que:

$$\mathbf{R}_0^{-1} = \frac{1}{M_{11}M_{22} - M^2} \begin{pmatrix} M_{22} & -M \\ -M & M_{11} \end{pmatrix} \quad (42)$$

Usando a definição da AME para o caso síncrono dada em (40), considerando o primeiro elemento da matriz  $\mathbf{R}_0^{-1}$  e o primeiro elemento da matriz de compensação  $\mathbf{E}$  definida em

(27), podemos calcular a AME para este canal com múltiplos percursos como:

$$\eta_{K=2,L} = \frac{M_{11}M_{22} - M^2}{M_1 \sum_{n=1}^L \alpha_{1n}^2}. \quad (43)$$

Simplificando (43) obtém-se que:

$$\eta_{K=2,L} = 1 + \frac{\sum_{n=1}^L \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{1n} \alpha_{1l} \cos(\theta_{1n} - \theta_{1l}) \rho_{1n,1l}}{\sum_{n=1}^L \alpha_{1n}^2} - \frac{\left( \sum_{n=1}^L \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{1n} \alpha_{2l} \cos(\theta_{1n} - \theta_{2l}) \rho_{1n,2l} \right)^2}{\sum_n \alpha_{1n}^2 \sum_n \alpha_{2n}^2 + \sum_{n=1}^L \alpha_{1n}^2 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{2n} \alpha_{2l} \cos(\theta_{2n} - \theta_{2l}) \rho_{2n,2l}} \quad (44)$$

Do ponto de vista médio podemos considerar que  $\sum_n \alpha_{1n}^2 \sum_n \alpha_{2n}^2 \gg \sum_{n=1}^L \alpha_{1n}^2 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq n}}^L \alpha_{2n} \alpha_{2l} \cos(\theta_{2n} - \theta_{2l}) \rho_{2n,2l}$ , que permite obter a seguinte aproximação da AME média para o caso síncrono:

$$\bar{\eta}_{K=2,L} \cong 1 - E[\cos^2(\theta_{1n} - \theta_{2l})] E[\rho_{1n,2l}^2], \quad (45)$$

Supondo o uso de seqüências de espalhamento aleatórias, temos que os valores quadráticos médios dos elementos de correlação  $E[\rho_{1n,2l}^2]$  são  $\frac{1}{G_2}$  [3], onde  $G_2 = \frac{T_b}{T_c}$  representa o ganho de processamento para dois usuários. Além disso sabendo que  $E[\cos^2(\theta_{kl} - \theta_{un})] = \frac{1}{2}$ , usando (45) obtém-se:

$$\bar{\eta}_{K=2,L} \cong 1 - \frac{1}{2G_2}. \quad (46)$$

A AME não se altera, se a carga,  $\frac{K-1}{G}$ , não se altera [8]. Assim igualando a carga correspondente a dois usuários com a carga correspondente a  $K$  usuários, temos que  $G_2 = \frac{G}{K-1}$ , onde  $G$  é o ganho de processamento para os  $K$  usuários. Substituindo  $G_2$  em (46), podemos escrever de forma geral que:

$$\bar{\eta}_{K,L} \cong 1 - \frac{K-1}{2G}, \quad \text{Caso Síncrono} \quad (47)$$

Por falta de espaço, neste artigo não é mostrado o desenvolvimento do AME médio para o caso assíncrono. Usando as considerações feitas em [8], o AME médio obtido para este caso é dado por:

$$\bar{\eta}_{K,L} \cong 1 - \frac{K-1}{3G}, \quad \text{Caso Assíncrono} \quad (48)$$

## VII. PROBABILIDADE DE ERRO DE BIT

A probabilidade de erro de bit média de um sistema CDMA que utiliza seqüências aleatórias no processo de espalhamento, é transmitido em um canal seletivo em frequência com desvanecimento do tipo Rayleigh e modulação BPSK, é dada por [4]:

$$P_e = \left( \frac{1-\nu}{2} \right)^L \sum_{n=0}^{L-1} \binom{L-1+n}{n} \left( \frac{1+\nu}{2} \right)^n, \quad (49)$$

com

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma_b}{L + \gamma_b}}, \quad (50)$$

onde  $\gamma_b$  é a relação-sinal-ruído mais interferência (SIR), definida a seguir.

Para um sistema CDMA que usa defecação MUD-D a SIR é dada por:

$$\bar{\gamma}_b = \frac{E_b}{N_0} \bar{\eta}, \quad (51)$$

onde  $\bar{\eta} \leq 1$  é a AME média e  $\frac{E_b}{N_0}$  é a relação sinal-ruído, dada por:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T_b L \sigma_{\alpha_l}^2}{N_0}, \quad (52)$$

onde  $\sigma_{\alpha_l}$  é o desvio padrão do processo gaussiano que originou o desvanecimento Rayleigh.

O valor da AME média obtida para o receptor RDD quando são usadas seqüências de espalhamento aleatórias é dado (47) para o caso síncrono e (48) para o caso assíncrono.

Considerando que o filtro descorrelacionador do receptor MDD vê o sistema com  $K$  usuários como sendo equivalente a um sistema de  $KL$  usuários, o valor da AME média para este receptor pode ser escrita como:

$$\bar{\eta}_{MDD} \cong \begin{cases} 1 - \frac{LK-1}{2G} & \text{Caso Síncrono} \\ 1 - \frac{LK-1}{3G} & \text{Caso Assíncrono} \end{cases} \quad (53)$$

## VIII. RESULTADOS

A seguir são comparados os resultados teóricos e simulados obtidos para os receptores MDD e RDD, considerando um sistema CDMA, canal seletivo em frequência com desvanecimento do tipo Rayleigh, seqüências de espalhamento aleatórias, modulação BPSK,  $L = 3$  e  $\frac{E_b}{N_0} = 10$ . Também são apresentados resultados usando somente o receptor RAKE, o que permite comparar o ganho em desempenho do MDD e RDD em relação a ele.

As Fig. 4 e 5 apresentam as curvas da probabilidade de erro de bit média em função do carregamento,  $\frac{K-1}{G}$ , para um sistema CDMA síncrono e assíncrono, respectivamente. Para o sistema síncrono pode-se observar a concordância exata que apresentam as curvas teóricas com as curvas simuladas para ambos receptores. O receptor MDD apresenta um ganho em relação ao receptor RAKE para um carregamento menor a 0,5. Para valores maiores de carregamento o desempenho do MDD piora consideravelmente, devido ao aumento de dimensão da matriz de correlações produzir matrizes singulares, conseqüentemente com problemas de inversão. Cabe mencionar que na literatura [5][6] o receptor MDD é analisado sempre para um sistema CDMA IS-95 com um carregamento máximo de 0,15, onde se observa que o MDD apresenta um bom desempenho. Por outro lado, os resultados mostram que o receptor RDD apresenta sempre um desempenho melhor que o do MDD.

Para um sistema assíncrono pode-se observar a concordância exata das curvas teóricas e simuladas para o receptor RDD, mas para o receptor MDD, a curva teórica é exata até um carregamento de 0,5. Para valores maiores de carregamento a

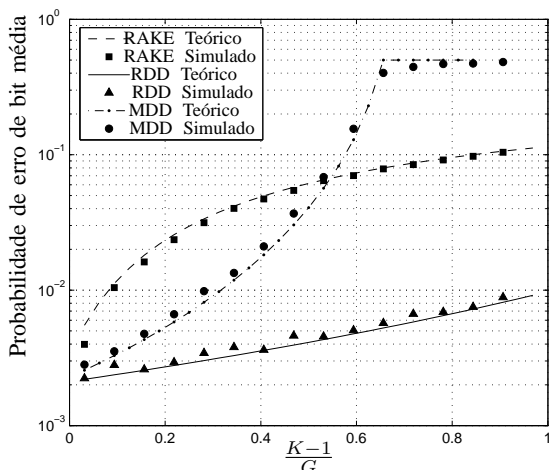


Fig. 4. Comparação das probabilidades de erro de bit média para um sistema CDMA síncrono, considerando  $L = 3$ , seqüências aleatórias e  $\frac{E_b}{N_0} = 10$  dB.

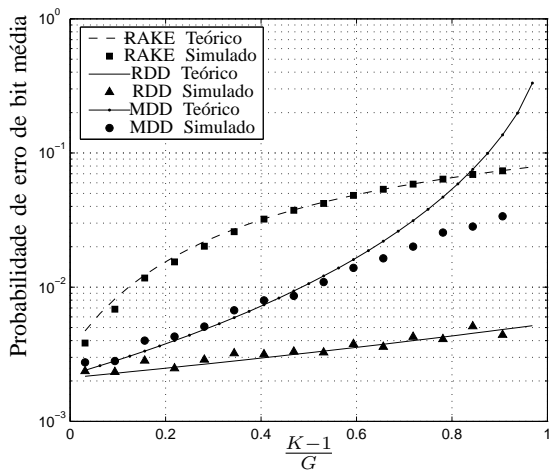


Fig. 5. Comparação das probabilidades de erro de bit média para um sistema CDMA assíncrono, considerando  $L = 3$ , seqüências aleatórias e  $\frac{E_b}{N_0} = 10$  dB.

expressão teórica para o MDD pode ser considerada como um limitante superior. Para este caso também pode-se observar o ganho de desempenho que o receptor RDD apresenta.

No que se refere à complexidade no processo de detecção, a Fig. 6 apresenta o ganho de complexidade, definido em (39), em função do número de usuários e parametrizado pelo número de percursos  $L$ , para blocos de  $N = 3$  bits. Observe que quanto maior for o número de usuários e o número de percursos, maior será ganho de complexidade do receptor RDD em relação ao receptor MDD.

### IX. CONCLUSÕES

A vantagem prática do receptor RDD sobre o receptor MDD é dramática, tanto do ponto de vista de desempenho, quanto de complexidade. Ele pode ser implementado diretamente a partir de um banco de receptores RAKE, um para cada usuário do sistema. O filtro descorrelacionador deste receptor usa diretamente as saídas de cada receptor RAKE, e aproveita as

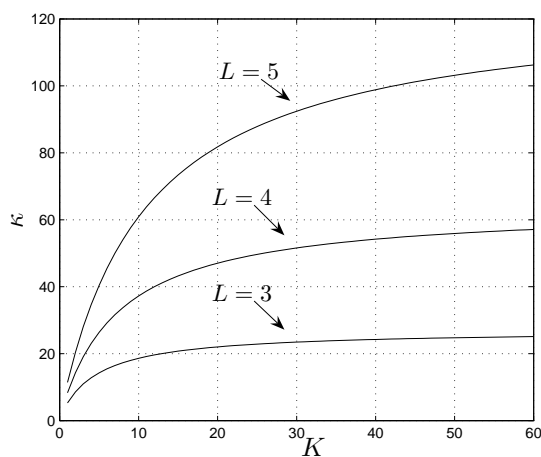


Fig. 6. Ganho de complexidade em função do número de usuários para tamanho de bloco  $N=3$ .

amplitudes do desvanecimento e fase do canal já conhecidas pelo banco de receptores RAKE.

Foram obtidas expressões simples de probabilidade de erro de bit para comparar o desempenho dos receptores MDD e RDD em sistemas CDMA síncronos e assíncronos. Estas expressões apresentam uma alta concordância com os resultados de simulação.

Foi analisado o ganho de complexidade que tem o receptor RDD sobre o MDD. Este ganho cresce com o número de usuários e também com o número de percursos.

Mostrou-se que o receptor RDD comparado com o MDD além de ter menor complexidade, apresenta melhor desempenho e consegue atingir um alto carregamento do sistema com baixa probabilidade de erro de bit.

### AGRADECIMENTOS

Agradecemos os comentários do primeiro revisor que muito contribuiu para o aprimoramento deste trabalho.

### REFERÊNCIAS

- [1] H. Holma and A. Toskala, *WCDMA for UMTS Radio Access for Third Generation Mobile Communications*, revised edn, John Wiley and Sons, Finland, 2000.
- [2] 3GPP2 C.S0002-B, Physical Layer Standard for cdma2000 Spread Spectrum Systems Release B, April 19, 2002.
- [3] S. Verdú, *Multuser Detection*, Cambridge Press, 1998.
- [4] J. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 3rd Ed., 1994.
- [5] Zoran Zvonar and David Brady, "Suboptimal Multiuser Detector for Frequency-Selective Rayleigh Fading Synchronous CDMA Channels", *IEEE Trans. Comm.*, VOL. 43 NO. 2/3/4, pp. 154-157, February/March/April 1995.
- [6] Zoran Zvonar and David Brady, "Combined Multiuser Detection and Diversity Reception for Wireless CDMA Systems", *IEEE Trans. Comm.*, VOL. 45 NO. 1, pp. 205-211, February 1996.
- [7] Huang, H.C. and Schwartz, S.C. "A comparative analysis of linear multiuser detectors for fading multipath channels", *IEEE Global Telecommunications Conference '94*, 28 Nov. -2 Dec. 1994.
- [8] Celso de Almeida and Gabriel Moura da Silva, "Análise de Desempenho de Sistemas CDMA com Detecção Descorrelacionadora Multi-usuário em canais AWGN e Canais com Desvanecimento Rayleigh", *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 2004, SBRT, 2004*.