

# Detecção de Sinais Não-Ortogonais com Superposição Espectral Usando o Critério MV

Antonio Macilio Pereira de Lucena, João César Moura Mota, e Charles Casimiro Cavalcante

**Resumo**—Este trabalho apresenta uma nova técnica baseada no critério de máxima verossimilhança para detecção de dois sinais n-PAM não-ortogonais com superposição espectral através de canal AWGN de banda limitada. O novo sistema de detecção é implementado com um algoritmo de Viterbi extendido. Resultados do desempenho do sistema são apresentados e comparados a outros presentes na literatura. Novas perspectivas de estudos do problema são abordadas.

**Palavras-Chave**—PAM, comunicação multiusuário, superposição espectral, máxima verossimilhança, detecção.

**Abstract**—This work presents a new technique based on maximum-likelihood criteria for detection of two non-orthogonal n-PAM signals with spectral overlapping through an AWGN band limited channel. The new detection system is implemented with an extended Viterbi algorithm. System performance results are presented and compared with previous ones found in the literature. New research perspectives for the problem are discussed.

**Index Terms**—PAM, multi-user communication, spectral overlapping, maximum-likelihood, detection.

## I. INTRODUÇÃO

Sistemas de comunicação multiusuário tais como OFDM [1] e CDMA[2] empregam sinais com formas de onda ortogonais para transmitir informações de diferentes usuários. A ortogonalidade permite a superposição espectral entre os sinais resultando num aumento da eficiência espectral do sistema sem qualquer degradação em termos de potência.

Já o sistema de modulação  $\{m\text{-QAM}\}^2$  [3] transmite simultaneamente num mesmo canal dois sinais m-QAM não-ortogonais com superposição espectral e também sem sacrifício no balanço de potência do sistema. Entretanto, a grande limitação desta modulação é a necessidade de uma largura de banda de canal teoricamente infinita para que não haja perda de potência no sistema.

Foi apresentado em [4] um sistema de comunicação para canal de banda limitada que busca um aumento da eficiência espectral através do compartilhamento de freqüência com sinais sem relação de ortogonalidade entre si. O sistema estudado utiliza na transmissão dois sinais n-PAM não-ortogonais com superposição espectral através de um canal AWGN de banda limitada.

A. M. Pereira de Lucena, Centro Regional de Natal e Fortaleza, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Fortaleza, Brasil. E-mail: [macilio@roen.inpe.br](mailto:macilio@roen.inpe.br), Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Teleinformática/UFC.

João César Moura Mota e Charles Casimiro Cavalcante, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, E-mails: [mota@gtel.ufc.br](mailto:mota@gtel.ufc.br), [charles@gtel.ufc.br](mailto:charles@gtel.ufc.br), [www.gtel.ufc.br](http://www.gtel.ufc.br).

A estrutura do sistema de detecção de símbolos proposto em [4] está fundamentada nos conceitos de separação de fontes.

Neste trabalho, é investigado o uso de um sistema de detecção de símbolos baseado no critério de máxima verossimilhança (MV) no lugar do detector apresentado em [4]. O detector MV é implementado como uma extensão do algoritmo de Viterbi [5, 6] e o desempenho do sistema para esta nova estrutura de receptor é avaliado.

Este artigo se encontra organizado da maneira que se segue. Descreve-se o sistema e apresenta-se o modelo equivalente na seção 2. Na seção 3, discute-se os fundamentos da solução MV para a nossa aplicação e apresenta-se o algoritmo de Viterbi utilizado. Os resultados experimentais de simulações são apresentados na seção 4. Conclui-se o trabalho na seção 5 com propostas de futuras investigações.

## II. MODELO DO SISTEMA

O diagrama de blocos do transmissor está representado na Figura 1. Os sinais  $x_1(k)$  e  $x_2(k)$  são os símbolos transmitidos no instante  $k$  de duas fontes independentes. A duração de símbolo é  $T$ , e  $f_1$  e  $f_2$  são as freqüências de transmissão dos sinais n-PAM. Supõe-se  $f_2 > f_1$  e  $\Delta f = f_2 - f_1 < 1/T$  de maneira que se tenha superposição espectral entre os dois sinais modulados. O filtro formatador do pulso é representado por  $g(t)$  e é suposto que o espectro do pulso tem a forma de cosseno levantado com roll-off zero.

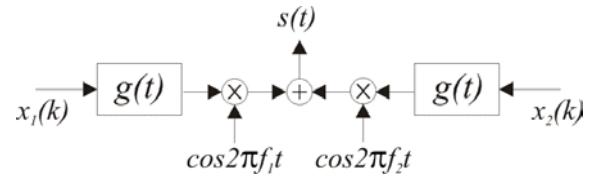


Fig. 1- Diagrama de blocos do transmissor.

A figura 2 mostra o diagrama de blocos do receptor. Assume-se perfeito sincronismo de portadora e símbolo no receptor. A função do filtro passa-baixas (LPF) é eliminar os sinais em torno das freqüências  $2f_1$ ,  $2f_2$ , e  $f_1 + f_2$ . Os filtros  $g(t)$  são filtros casados e são idênticos ao filtro formatador de pulso do transmissor. O canal é considerado AWGN com banda  $B = 1/T$ . O ruído  $n(t)$  é aditivo gaussiano e branco, com densidade espectral  $N_0/2$  e média nula.

Os sinais demodulados e amostrados  $d_1(m)$  e  $d_2(m)$ , como indicados na Fig. 2, passam por um sistema de detecção de símbolos que resulta na estimativa dos símbolos transmitidos  $x_1(m)$  e  $x_2(m)$ .

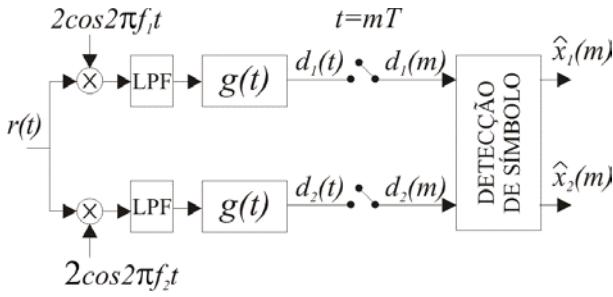


Fig. 2- Diagrama de blocos do receptor.

O sinal  $r(t)$  à entrada do receptor é dado por:

$$r(t) = \left[ \sum_{k=0}^{\infty} x_1(k)g(t-kT) \right] \cos 2\pi f_1 t + \left[ \sum_{k=0}^{\infty} x_2(k)g(t-kT) \right] \cos 2\pi f_2 t + n(t). \quad (1)$$

Os sinais demodulados e amostrados no instante  $mT$ ,  $d_1(m)$  e  $d_2(m)$ , podem ser representados pelas seguintes expressões [4]:

$$d_1(m) = x_1(m-L) + (1-T\Delta f) \sum_{j=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(j-L)] \cos[\pi T\Delta f(2m+L-j)] x_2(m-j) + n_1(m-L), \quad (2)$$

$$d_2(m) = x_2(m-L) + (1-T\Delta f) \sum_{j=0}^{2L} \text{sinc}[(1-T\Delta f)(j-L)] \cos[\pi T\Delta f(2m+L-j)] x_1(m-j) + n_2(m-L). \quad (3)$$

onde  $2L+1$  são o número de termos significativos da seqüência em  $k \text{sinc}[(1-T\Delta f)(m-k)]$  para cada instante  $m$ , e  $n_1(m-L)$  e  $n_2(m-L)$  são ruídos gaussianos e brancos com variância  $N_0$  e média nula.

Note pelas Eqs. 2 e 3 que cada um dos sinais demodulados  $d_1(m)$  e  $d_2(m)$  contém o símbolo desejado somado com ruído gaussiano e mais  $2L+1$  termos de interferência originados do outro usuário. Observe também que o sinal de interferência é equivalente a saída de um filtro linear de resposta finita e variante no tempo que tem como entrada os símbolos do outro usuário.

A Figura 3 mostra o modelo equivalente representando o sistema desde a transmissão até a demodulação.

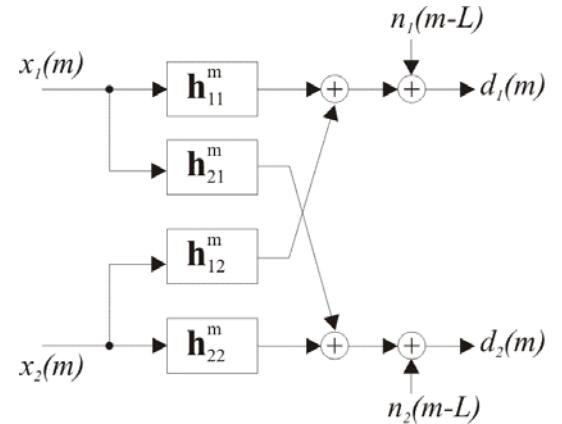


Fig. 3- Modelo do sistema.

Os filtros  $\mathbf{h}_{11}^m$ ,  $\mathbf{h}_{21}^m$ ,  $\mathbf{h}_{12}^m$ , e  $\mathbf{h}_{22}^m$  podem ser descritos em forma vetorial como segue:

$$\mathbf{h}_{11}^m = \mathbf{h}_{22}^m = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0] \quad (4)$$

$$\mathbf{h}_{12}^m = \mathbf{h}_{21}^m = [h_0(m) \ \dots \ h_j(m) \ \dots \ h_{2L}(m)] \quad (5)$$

onde  $h_j(m) = (1-T\Delta f) \text{sinc}[(1-T\Delta f)(j-L)] \cos \pi T\Delta f(2m+L-j)$  e  $j = 0, \dots, 2L$ .

Uma questão crucial a ser colocada agora é como fazer a detecção das seqüências transmitidas  $\{x_1\}$  e  $\{x_2\}$  a partir dos sinais demodulados. Se um simples decisor de limiar fosse utilizado como dispositivo de decisão, a taxa de erro de símbolo seria bastante elevada devido à interferência multi-usuário (MUI- Multi-User Interference). A figura 4 ilustra o resultado de simulação para a taxa de erro de símbolo (TES) para o caso de PAM binário sem ( $T\Delta f = 1$ ) e com superposição ( $T\Delta f = 1/3$  e  $L=1$ ). Simulações do sistema com  $T\Delta f = 1/3$  e  $L$  maior do que 1 mostraram que a TES praticamente não se altera.

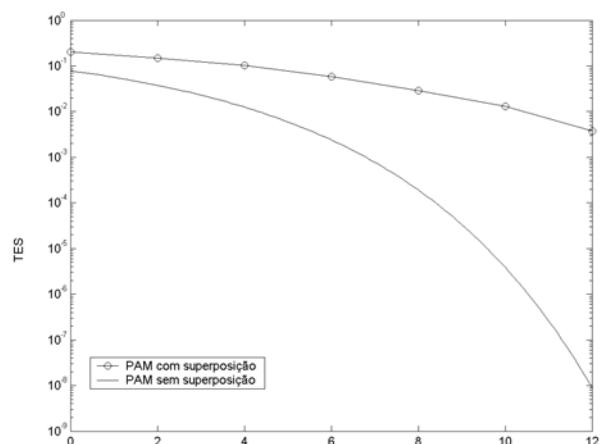


Fig. 4- Taxa de erro de símbolo com simples decisor.

Na próxima seção discute-se a adoção de um estimador de seqüência de máxima verossimilhança (MLSE-Maximum-Likelihood Sequence Estimator) como a solução para detecção de símbolos.

### III. DETECÇÃO DE SÍMBOLO

Estimador de seqüência de máxima verossimilhança (MLSE) para detecção de símbolos em sistema PAM com interferência intersimbólica tem sido apresentado na literatura [5, 6]. Nosso problema de detecção se diferencia da situação convencional porque a interferência no presente caso é multiusuário ao invés de intersimbólica e o canal equivalente apesar de linear de resposta finita é variante no tempo. Mesmo assim o problema pode ser resolvido de uma forma análoga ao que é delineado em [5, 6].

Suponha que uma seqüência de  $N$  símbolos demodulados, representada pelo vetor  $\mathbf{d}_1 = [d_1(1), d_1(2), \dots, d_1(N)]$ , é observada pelo sistema de detecção de símbolos. Desde que o ruído  $n_1(m-L)$  (Eq. 2) é gaussiano e branco, a função de densidade de probabilidade de  $\mathbf{d}_1$  condicionada ao conhecimento de  $\mathbf{x}_1 = [x_1(1-L), x_1(2-L), \dots, x_1(N-L)]$  e  $\mathbf{x}_2 = [x_2(1-2L), x_2(2-2L), \dots, x_2(N)]$  é dada por:

$$p_{\mathbf{d}_1}(\mathbf{d}_1 | \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \prod_{m=1}^N p_{n_1}\{d_1(m) - [x_1(m-L) + \sum_{j=0}^{2L} h_j(m)x_2(m-j)]\}, \quad (6)$$

onde

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left(-\frac{n_1^2}{2N_0}\right) \quad (7)$$

e  $h_j(m) = (1-T\Delta f)\text{sinc}[(1-T\Delta f)(j-L)]\cos\pi T\Delta f(2m+L-j)$ . É interessante observar que, na hipótese de perfeito sincronismo de símbolo e portadora, embora os coeficientes  $h_j$  sejam variantes com  $m$  eles são conhecidos pelo receptor. Havendo alguma imperfeição no sincronismo, os valores de  $h_j(m)$  podem desviar significativamente daqueles definidos pela expressão acima. Poderia haver um grande impacto no desempenho do sistema. Uma maneira de contornar este problema seria o emprego de seqüências de treinamento para determinar a lei de formação dos coeficientes.

O detetor MLSE escolhe entre as seqüências de símbolos transmitidos  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  aquelas que maximizam a função densidade de probabilidade definida pela Eq. 6, ou de forma equivalente, minimizam a seguinte métrica:

$$M = \sum_{m=1}^N \{d_1(m) - [x_1(m-L) + \sum_{j=0}^{2L} h_j(m)x_2(m-j)]\}^2 \quad (8)$$

O algoritmo de Viterbi [5, 6, 7] é uma técnica numericamente eficiente para a minimização da métrica  $M$  sobre todas as possíveis combinações das seqüências  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ . Na verdade o algoritmo a ser utilizado aqui é uma extensão do algoritmo de Viterbi convencional [5, 6, 7] considerando que os símbolos interferentes são também incluídos na definição dos estados da treliça associada ao algoritmo.

Apresenta-se a seguir os detalhes do algoritmo utilizado. Sem perda de generalidade, supõe-se  $L=1$  e a modulação 2-PAM. Assim o canal equivalente para o sinal demodulado  $d_1(m)$  é representado pela figura 5.

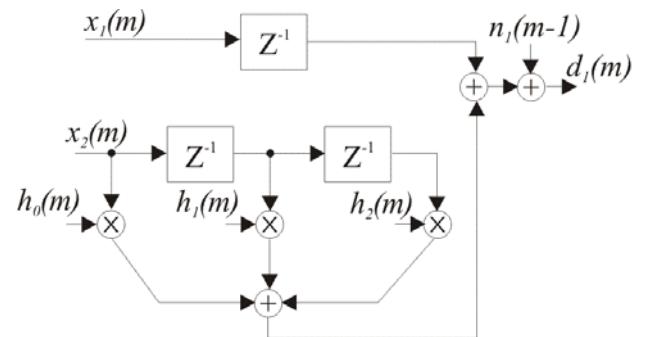


Fig. 5 – Canal equivalente.

Definindo o estado do canal no instante  $m$  como sendo o vetor  $\mathbf{e}(m) = [x_1(m-1), x_2(m-1), x_2(m-2)]$ , e reconhecendo que a entrada do canal é o vetor  $[x_1(m), x_2(m)]$ , o diagrama de treliça do algoritmo de Viterbi tem a forma indicada na Figura 6.

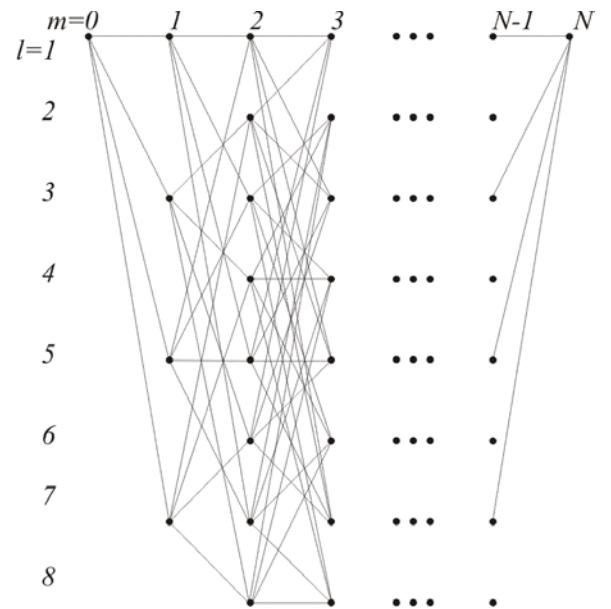


Fig. 6- Treliça do algoritmo de Viterbi.

Sendo  $n$  o total dos possíveis símbolos do sinal  $n$ -PAM, é fácil verificar que o número de estados da treliça do algoritmo de Viterbi para este modelo de canal é dado por  $n^{2L+1}$ . Portanto a complexidade do detector cresce exponencialmente com o valor de  $L$ .

A métrica associada a cada estado  $l$  no instante  $m$  é dada por:

$$\Phi_m(l) = \min[\Phi_{m-1}(i) + C_m(i, l)], \quad i = 1, \dots, 8,$$

onde  $C_m(i, l)$  é a métrica incremental para passar do estado  $i$  no tempo  $m-1$  para o estado  $l$  no tempo  $m$  e é definida como:

$$C_m(i, l) = \{d_1(m) - [x_1(m-1) + \sum_{j=0}^2 h_j(m)x_2(m-j)]\}^2.$$

O algoritmo se inicia ( $m=1$ ) com a seguinte métrica:

$$\Phi_1(i) = C_1(1, i), \quad i = 1, \dots, 8.$$

#### IV. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Apresenta-se a seguir alguns resultados de simulações do sistema onde o algoritmo de Viterbi, como descrito na seção anterior, foi usado como o sistema de detecção de símbolos. No exemplo simulado, adotou-se PAM binário com símbolos independentes, identicamente distribuídos e equiprováveis, e canal equivalente com  $L=1$ .

Avaliou-se a taxa de erro de símbolo (TES) para diferentes condições de superposição espectral. A Figura 7 compara a TES para o caso sem ( $T\Delta f = 1$ ) e com superposição espectral ( $T\Delta f = 8/9, 3/4$ , e  $1/3$ ).

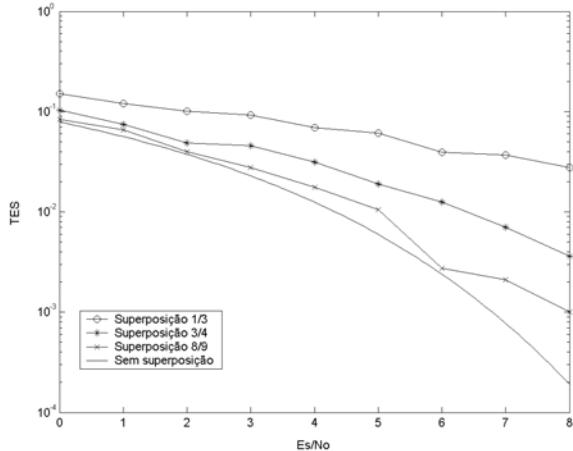


Fig. 7 – TES para diferentes condições de superposição espectral.

Os resultados da Figura 7 mostram claramente que o desempenho piora a medida que o grau de superposição aumenta, como era esperado.

A Figura 8 mostra a curva de desempenho do sistema para os seguintes sistemas de detecção:  $a$ -algoritmo de Viterbi,  $b$ -detetor proposto em [4], e  $c$ -decisor de limiar.

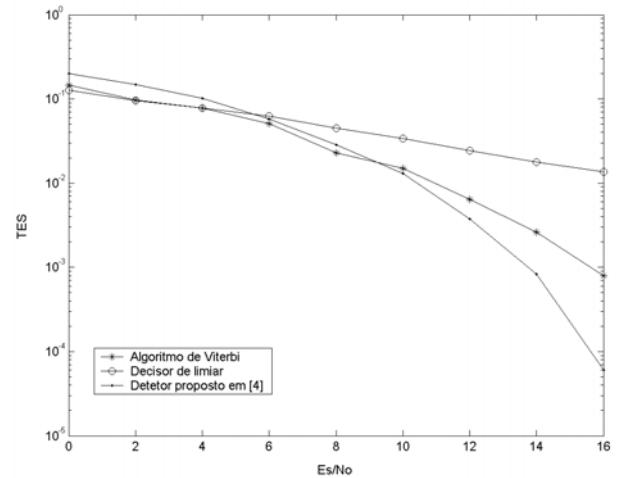


Fig. 8 – Comparação entre sistemas de detecção.

Vê-se pelos resultados que os detetores  $a$  e  $b$  apresentam um desempenho bem superior ao detetor  $c$  quando a relação sinal-ruído cresce. Isto indica que tanto  $a$  como  $b$  são capazes de reduzir o efeito da MUI.

Comparando agora o desempenho de  $a$  com  $b$  verifica-se que a partir de  $E_s/N_0 > 9\text{dB}$  o desempenho de  $b$  é superior ao de  $a$ . Este fato é a princípio inesperado visto que o detetor MLSE é ótimo no sentido de minimizar a probabilidade de erro da seqüência detectada. Uma possível explicação para este resultado é que o detector MLSE foi derivado usando-se apenas um sinal demodulado ( $d_1(m)$  ou  $d_2(m)$ ). Não foi aproveitada toda informação disponível. Não é possível utilizar diretamente o algoritmo de Viterbi numa otimização conjunta de  $d_1$  e  $d_2$  porque os ruídos  $n_1$  e  $n_2$  são correlacionados. Este assunto ainda é objeto de nossas pesquisas.

#### V. CONCLUSÕES

Foi mostrado que uma extensão do algoritmo de Viterbi é mais uma técnica eficiente a ser aplicada na detecção de dois sinais n-PAM não-ortogonais com superposição espectral. A comparação entre os resultados obtidos, usando-se o algoritmo de Viterbi extendido, e aqueles apresentados em [4], sugere que uma otimização conjunta dos sinais demodulados deve fornecer um melhor desempenho. Está claro que um preço a pagar pela otimização conjunta seria maior complexidade para o sistema de detecção de símbolos. Todas essas considerações são ainda objeto de nossa investigação.

Outro tópico de estudos é a aplicação destes conceitos usando modulação complexa.

#### REFERÊNCIAS

- [1] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform", IEEE Trans. Commun. Technol. Vol. COM-19 no. 5, pp. 628-634, Oct. 1971.

- [2] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling, L. B. Milstein, "Theory of Spread-Spectrum Communication-A tutorial", IEEE Trans. On Commun. Vol. COM-30, No. 5, May 1982.
- [3] E.C. Giraudo, F.R. Baldini and R.R. Scarabucci, "On the  $\{m\text{-QAM}\}^2$  Modulation", *IEEE - Communications Letters*, vol.5, nº. 10, pp. 426-428, October 2001.
- [4] A. M. P. de Lucena, J. C. M. Mota, C. C. Cavalcante, "Detection of Non-Orthogonal PAM Signal with Spectral Overlapping", Proceedings of The Sixth IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, June 2005.
- [5] G. D. Forney, Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference". Trans. On Infor. Theory, Vol. IT-18, No. 3, May 1972 .
- [6] J. G. Proakis, "Digital Communications" , 3rd ed. New York, McGrawHill, 1995.
- [7] N. Seshadri, "Joint Data and Channel Estimation Using Blind Trellis Search Techniques", IEEE Trans. On Com. Vol. 42, No. 2/3/4, Feb/Mar/April 1994.