

# Limitantes de Desempenho de Códigos Espacio-temporais em Canais com Desvanecimento

Luiz Guedes Caldeira e Cecilio Pimentel

**Resumo**—Este artigo apresenta uma técnica para calcular limitantes expurgados da probabilidade de erro de códigos espacio-temporais operando em canais com desvanecimento Rayleigh. Um novo método para identificação de eventos erro dominantes em canais com desvanecimento quase estático é proposto. Comparações com resultados de simulações comprovam que o limitante expurgado considerando estes eventos erros é apertado.

**Palavras-Chave**—Canais com desvanecimento, códigos em treliça, eventos erro, limitantes da probabilidade de erro, limitantes da união.

**Abstract**—This paper presents a technique to obtain an expurgated union bound of space-time codes on quasi-static Rayleigh fading channels. A new method to identify the dominant quasi-static fading error events is proposed. Comparisons with simulated results reveal that the expurgated union bound using these error events is tight.

**Keywords**—Error events, error probability bound, fading channels, trellis codes, union bound.

## I. INTRODUÇÃO

O esquema de modulação codificada em treliça espacio-temporal (STTC, do inglês *space-time trellis code*) [1] combina os benefícios da diversidade temporal (através do uso de modulação codificada em treliça) e da diversidade espacial (através do uso de múltiplas antenas de transmissão e recepção).

A Figura 1 ilustra o esquema STTC com  $n_T$  antenas transmissoras e  $n_R$  antenas receptoras, causando uma superposição dos  $n_T$  sinais transmitidos em cada uma das  $n_R$  antenas, devido aos  $n_T \times n_R$  percursos existentes. A transmissão é realizada em um canal com desvanecimento plano quase estático, isto é, os coeficientes de desvanecimento do canal em cada percurso,  $h_{ij}, i = 1, \dots, n_T, j = 1, \dots, n_R$ , permanecem constantes durante um bloco de  $L$  transmissões por cada antena e mudam independentemente a cada novo bloco. Será considerado que existe espaçamento suficiente entre as antenas de recepção de modo que os sinais transmitidos em cada um dos  $n_T \times n_R$  percursos experimentam desvanecimentos independentes.

Uma estratégia comumente adotada para se obter uma expressão analítica para a probabilidade de erro de sistemas codificados em treliça consiste em empregar uma técnica conhecida como limitante da união para calcular a probabilidade de um primeiro evento erro, denotado por  $P_{fe}(e)$ . Para

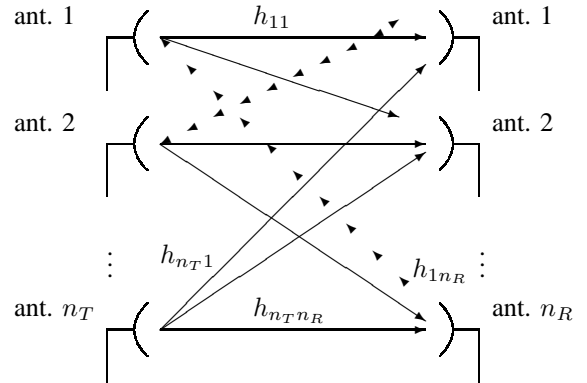


Fig. 1. Esquema STTC com  $n_T$  antenas transmissoras e  $n_R$  antenas receptoras.

esquemas STTCs com recepção de máxima verossimilhança e estimativa perfeita do estado do canal, a probabilidade condicional de um primeiro evento erro é dada por [2], [3]:

$$P_{fe|\mathbf{H}_1^{n_R}}(e) \simeq \sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} a_i Q \left( \sqrt{\frac{\gamma}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}_i \mathbf{H}_j^*} \right), \quad (1)$$

onde  $\mathbf{H}_1^{n_R} = [\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_{n_R}]$ ,  $\mathbf{H}_j = [h_{1,j}, \dots, h_{n_T,j}]$  é um vetor linha composto de coeficientes do desvanecimento,  $\mathbf{H}^*$  denota o conjugado transposto de uma matriz  $\mathbf{H}$ ,  $\gamma = E_s/N_0$  é a relação sinal ruído (SNR - do inglês *signal to noise ratio*) por antena transmissora,  $\mathbf{A}_i$  é uma matriz  $n_T \times n_T$  Hermitiana de diferença de sinais referente a eventos erro (EEM - do inglês *error event matrix*) [4] e  $a_i$  a sua respectiva multiplicidade. Para eventos erro simples de comprimento  $n$  intervalos de treliça, o  $(i, j)$ -ésimo elemento de uma EEM é  $\sum_{t=0}^{n-1} (c_t^i - e_t^i)(c_t^j - e_t^j)^*$ , onde  $c_t^i$  e  $e_t^i$  são símbolos complexos transmitidos pela antena  $i$  no intervalo de treliça  $t$  escolhidos de uma constelação PSK com energia unitária. Apenas um conjunto de EEMs denotado por  $\mathcal{S}$ , de cardinalidade  $|\mathcal{S}|$ , que torna o limitante apertado (conjunto de EEMs dominantes), deve ser considerado em (1). Quando apenas as EEMs dominantes são consideradas em (1), este torna-se uma aproximação para o limitante da união e é denominado de limitante da união expurgado.

Define-se [4] o espectro de distâncias de ordem  $N$  de um STTC como a enumeração de um conjunto ordenado de pares de determinantes das EMMs e suas respectivas multiplicidades

L. C. Caldeira, Centro Federal de Ensino Tecnológico da Paraíba, João Pessoa - PB, 58015-430, E-mail:guedes@cefetpb.edu.br. C. Pimentel, Grupo de Pesquisa em Comunicações - CODEC, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, C.P. 7800 - Recife - PE, 50711-970, E-mail: cecilio@ufpe.br. Este trabalho recebeu suporte parcial do Conselho Nacional para o Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), No. 301253/2004-8.

TABELA I

 ESPECTRO DOS SEIS PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [1],  
 QPSK, 4 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
4	1	[2, 2, 0]	2	4	2
	2-3	[4, 4, $\pm 2$ ]	1 cada	12	4
	4-5	[4, 4, $\pm j2$ ]	1 cada		
	6	[4, 4, 0]	1	16	1
	7-8	[6, 6, $\pm 4$ ]	1/2 cada	20	2
	9-10	[6, 6, $\pm j4$ ]	1/2 cada		
	11-14	[6, 6, $\pm 2 \pm j2$ ]	2 cada	28	9
	15-16	[8, 8, $\pm j6$ ]	1/4 cada		
	17-18	[8, 8, $\pm 6$ ]	1/4 cada		
	19-22	[8, 8, $\pm 4 \pm j4$ ]	1/4 cada	32	1

médias,  $\{\Delta_k, a_{\Delta_k}\}_{k=1}^N$ , tal que  $\Delta_k < \Delta_{k+1}$ , onde  $\Delta_k$ ,  $k = 1, \dots, N$  são os  $k$  menores determinantes das EMMs. Expressões para o limitante da união expurgado não condicional  $P_{fe}(e)$  em termos do espectro de distâncias foram propostas em [1], [5], [6]. Uma técnica conhecida como limitante da união modificado usando as EEMs foi aplicada em [3] para se obter limitantes de desempenho bastante apertados para uma ampla faixa de relação sinal ruído. Em [3] também foi demonstrado a existência de um conjunto de determinantes dominantes (a ordem de dominância não segue necessariamente a ordenação do espectro de distâncias). O conjunto  $\mathcal{S}$  é, então, formado por todas as EMMs cujos determinantes pertencem ao conjunto de determinantes dominantes. O objetivo deste trabalho é propor um procedimento que analisa a importância individual de cada EEM para o cálculo do limitante expurgado e não uma classe de EEMs com mesmo determinante. A idéia central consiste em considerar a ordem de dominância uma variável aleatória e adotar o valor esperado desta ordem como um critério de classificação das EEMs. Determinaremos novos conjuntos  $\mathcal{S}$  de EEMs dominantes para vários STTCs propostos na literatura. Resultados numéricos do limitante da união expurgado para a probabilidade de erro de um bloco (FER, do inglês *frame error rate*) obtida com as EMMs dominantes são praticamente indistinguíveis de resultados obtidos por simulações.

## II. DETERMINAÇÃO DAS EEMs DOMINANTES

Empregamos um algoritmo de programação simbólica [7] para obter EEMs para alguns STTCs propostos na literatura com 4 e 8 estados,  $n_T = 2$ . As Tabelas I e II, III e IV, V e VI relacionam, para os códigos obtidos em [1], [8] e [9], o número de estados, o índice da EEM, a EEM, a sua multiplicidade, o determinante da EEM, e a multiplicidade do determinante, denominados, respectivamente, por  $2^\nu$ ,  $i$ ,  $\mathbf{A}_i$ ,  $a_{\mathbf{A}_i}$ ,  $\Delta$ ,  $a_\Delta$ . Os elementos de cada  $2 \times 2$  EEM são organizados como um vetor  $[a_{1,1}, a_{2,2}, a_{1,2}]$ , onde  $a_{2,1} = a_{1,2}^*$  e duas EMMs  $[a_{1,1}, a_{2,2}, a_{1,2}]$ ,  $[a_{1,1}, a_{2,2}, -a_{1,2}]$  são escritas em uma forma concisa  $[a_{1,1}, a_{2,2}, \pm a_{1,2}]$ . Para exemplificar a indexação do índice  $i$  à matriz  $\mathbf{A}_i$ , as matrizes  $\mathbf{A}_5 - \mathbf{A}_8$  na terceira linha da Tabela III são  $\mathbf{A}_5 = [6, 8, 2 + j6]$ ,  $\mathbf{A}_6 = [6, 8, 2 - j6]$ ,  $\mathbf{A}_7 = [6, 8, -2 + j6]$ ,  $\mathbf{A}_8 = [6, 8, -2 - j6]$ , sempre nesta ordem. A aplicação da técnica do limitante da união modificado conduz a uma expressão da FER em termos do limitante da união

TABELA II

 ESPECTRO QUATRO PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [1],  
 QPSK, 8 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
8	1-4	[2, 10, $\pm 2 \pm j2$ ]	1/2 cada	12	2
	5	[4, 4, 0]	1	16	1
	6-7	[6, 6, $\pm 4$ ]	1/2 cada	20	4
	8-9	[6, 6, $\pm j4$ ]	1/2 cada		
	10	[10, 2, 0]	2		
	11-12	[4, 8, $\pm 2$ ]	1 cada	28	21/2
	13-14	[4, 8, $\pm j2$ ]	1 cada		
	15-18	[6, 6, $\pm 2 \pm j2$ ]	1/2 cada		
	19-22	[8, 12, $\pm 8 \pm j2$ ]	1/16 cada		
	23-26	[8, 12, $\pm 2 \pm j8$ ]	1/16 cada		
	27-28	[8, 4, $\pm 2$ ]	1 cada		
	29-30	[8, 4, $\pm j2$ ]	1 cada		

TABELA III

 ESPECTRO DOS SEIS PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [8],  
 QPSK, 4 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
4	1-2	[6, 2, $\pm j2$ ]	1/2 cada	8	$\frac{3}{2}$
	3-4	[6, 8, $\pm 6 - j2$ ]	1/8 cada		
	5-8	[6, 8, $\pm 2 \pm j6$ ]	1/16 cada		
	9-10	[2, 8, $\pm 2$ ]	1/2 cada	12	$\frac{17}{8}$
	11-14	[2, 8, $\pm 2 \pm j2$ ]	1/4 cada		
	15-16	[8, 10, $\pm 8 + j2$ ]	1/16 cada		
	17-20	[4, 6, $\pm 2 \pm j2$ ]	1/4 cada	16	1
	21-24	[10, 4, $\pm 2 \pm j4$ ]	1/8 cada	20	1
	25-28	[10, 6, $\pm 2 \pm j6$ ]	1/16 cada		
	29-32	[10, 6, $\pm 6 \pm j2$ ]	1/16 cada		
	33-36	[8, 4, $\pm 2 \pm j2$ ]	1/4 cada	24	$\frac{3}{2}$
	37-40	[8, 8, $\pm 2 \pm j6$ ]	1/16 cada		
	41-44	[8, 8, $\pm 6 \pm j2$ ]	1/16 cada		
	45-46	[4, 12, $\pm 4 - j2$ ]	3/8 cada		
	47-48	[8, 6, $\pm 4 - j2$ ]	1/4 cada		
	49-50	[4, 12, $\pm 4 + j2$ ]	1/8 cada		
	51-52	[8, 8, $\pm 6$ ]	1/8 cada		
	53-56	[12, 4, $\pm 4 \pm j2$ ]	1/8 cada		
	57-60	[8, 10, $\pm 4 \pm j6$ ]	1/32 cada		
	61-64	[12, 12, $\pm 4 \pm j10$ ]	1/128 cada		

expurgado (1) da seguinte forma [3]:

$$\text{FER} \simeq \mathbf{E} \left[ f \left( \min \left( 1, P_{ef|\mathbf{H}_1^{n_R}}(e) \right) \right) \right], \quad (2)$$

onde  $f(x) = 1 - (1 - x)^L$ , sendo  $L$  o comprimento do bloco transmitido,  $\mathbf{E}[\alpha]$  denota o valor esperado da variável aleatória  $\alpha$ .

### A. Determinação das EEMs Dominantes

Nesta seção desenvolveremos uma metodologia para identificar o conjunto  $\mathcal{S}$  de EEMs dominantes que proporcionam uma boa aproximação para a FER.

Seja  $P^i(\mathbf{H}_1^{n_R})$  a contribuição de cada matriz  $\mathbf{A}_i$  para  $P_{fe|\mathbf{H}_1^{n_R}}(e)$  em (1):

$$P^i(\mathbf{H}_1^{n_R}) = a_i Q \left( \sqrt{\frac{\gamma}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}_i \mathbf{H}_j^*} \right). \quad (3)$$

Seja  $\mathcal{A}(\mathbf{H}_1^{n_R}) = \{\mathbf{A}_{j1}, \mathbf{A}_{j2}, \dots, \mathbf{A}_{jk}, \dots\}$  um conjunto ordenado de EEMs tal que  $P^{jk}(\mathbf{H}_1^{n_R}) \geq P^{j(k+1)}(\mathbf{H}_1^{n_R})$ . Defina uma variável aleatória  $X_i$  como a posição da matriz  $\mathbf{A}_i$  em  $\mathcal{A}(\mathbf{H}_1^{n_R})$ . Esta variável aleatória é uma função dos coeficientes

TABELA IV

ESPECTRO DOS QUATRO PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [8],  
QPSK, 8 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$		
8	1-4	$[4, 6, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada	16	1		
	5-8	$[10, 10, \pm 4 \pm j 8]$	1/64 cada	20	$\frac{29}{8}$		
	9-12	$[10, 10, \pm 8 \pm j 4]$	1/64 cada				
	13-16	$[10, 4, \pm 4 \pm j 2]$	1/8 cada				
	17-20	$[10, 4, \pm 2 \pm j 4]$	1/8 cada				
	21-24	$[10, 6, \pm 6 \pm j 2]$	1/16 cada				
	25-28	$[10, 6, \pm 2 \pm j 6]$	1/16 cada				
	29	$[2, 10, 0]$	1				
	30-31	$[2, 12, \pm j 2]$	1/2 cada				
	32-35	$[12, 8, \pm 2 \pm j 8]$	1/32 cada			28	$\frac{3}{4}$
	36-39	$[12, 8, \pm 8 \pm j 2]$	1/32 cada				
	40-43	$[12, 4, \pm 2 \pm j 4]$	1/8 cada				
	44-47	$[8, 8, \pm 4 \pm j 4]$	1/16 cada				
	48-49	$[6, 8, \pm j 4]$	1/4 cada				
50-51	$[6, 8, \pm 4]$	1/4 cada					
52-53	$[6, 6, \pm j 2]$	1/2 cada					
54-57	$[14, 12, \pm 10 \pm j 6]$	1/256 cada					
58-61	$[14, 12, \pm 6 \pm j 10]$	1/256 cada					
62-65	$[14, 6, \pm 4 \pm j 6]$	1/32 cada					
66-69	$[14, 6, \pm 6 \pm j 4]$	1/32 cada					
70-73	$[12, 14, \pm 10 \pm j 6]$	1/256 cada					
74-77	$[12, 14, \pm 6 \pm j 10]$	1/256 cada					
78-81	$[12, 6, \pm 6 \pm j 2]$	1/16 cada					
82-85	$[14, 8, \pm 4 \pm j 8]$	1/64 cada					
86-89	$[14, 8, \pm 8 \pm j 4]$	1/64 cada					

TABELA V

ESPECTRO DOS SEIS PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [9],  
QPSK, 4 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$		
4	1-4	$[6, 6, \pm 4 \pm j 4]$	1/16 cada	4	$\frac{1}{4}$		
	5-8	$[8, 2, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada	8	2		
	9-12	$[2, 8, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada				
	13-16	$[8, 8, \pm 4 \pm j 6]$	1/32 cada	12			
	17-20	$[6, 8, \pm 4 \pm j 4]$	1/16 cada	16	$\frac{1}{2}$		
	21-24	$[8, 6, \pm 4 \pm j 4]$	1/16 cada				
	25-26	$[6, 6, \pm 4]$	1/8 cada	20	$\frac{27}{16}$		
	27-28	$[6, 6, \pm j 4]$	1/8 cada				
	29-32	$[10, 4, \pm 4 \pm j 2]$	1/8 cada				
	33-36	$[4, 10, \pm 4 \pm j 2]$	1/8 cada				
	37-40	$[10, 10, \pm 8 \pm j 4]$	1/64 cada				
	41-44	$[10, 10, \pm 4 \pm j 8]$	1/64 cada				
	45-48	$[4, 8, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada			24	2
	49-52	$[8, 4, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada				

TABELA VI

ESPECTRO DOS SETE PRIMEIROS DETERMINANTES PARA STTCs [9],  
QPSK, 8 ESTADOS,  $n_T = 2$ .

$2^\nu$	$i$	$\mathbf{A}_i$	$a_{\mathbf{A}_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
8	1-4	$[8, 6, \pm 6 \pm j 2]$	1/16 cada	8	$\frac{1}{2}$
	5-8	$[8, 6, \pm 2 \pm j 6]$	1/16 cada		
	9-12	$[10, 2, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada	12	1
	13-14	$[2, 10, \pm 2]$	1/2 cada	16	1
	15-18	$[8, 8, \pm 6 \pm j 2]$	1/16 cada	24	$\frac{1}{2}$
	19-22	$[8, 8, \pm 2 \pm j 6]$	1/16 cada		
	23-26	$[6, 8, \pm 4 \pm j 2]$	1/8 cada	28	$\frac{1}{2}$
	27-30	$[8, 6, \pm 2 \pm j 2]$	1/8 cada	40	$\frac{3}{2}$
	31-34	$[6, 8, \pm 2 \pm j 2]$	1/4 cada		
	35-36	$[6, 8, \pm j 2]$	1/4 cada		

TABELA VII

 $\bar{X}_i$  PARA OS STTCs DAS TABELAS I, II.

$2^\nu$	$i$	$X_i$	$2^\nu$	$i$	$X_i$
4	1	1.0	8	5	6.0
	2-5	6		11-14	13.6
	6	6.1		1-4, 6-10	13.7
	7-10	10.4		27-30	13.8
	11-14	11.1		15-18	14
	15-18	13.2		19-26	21.2

TABELA VIII

 $\bar{X}_i$  PARA OS STTCs DAS TABELAS III, IV.

$2^\nu$	$i$	$X_i$	$2^\nu$	$i$	$X_i$
4	1-2	14	8	1-4	22.1
	9-10, 17-20	20.3		52-53	28.1
	33-36	25.7		29	30.6
	11-14	26.4		13-20	32.7
	3-8, 47-48	30.6		48-51	34.5
	21-24	31.1		30-31	36.5
	25-29, 31, 37, 39	35.5		21-28	38.4
	41, 43, 45, 46, 51-56	35.5		40-47	39.5
	30, 32, 38, 40	36.1		78-81	44.8
	42, 44, 49-50	36.1		6-12	48.1
	15-16	38.9		32-39	49.1
	57-60	39.8		62-69	49.5
	61-64	46.7		82-89	53.6
				70-77	59
				54-61	59.4

TABELA IX

 $\bar{X}_i$  PARA OS STTCs DAS TABELAS V, VI.

$2^\nu$	$i$	$X_i$	$2^\nu$	$i$	$X_i$
4	5-12	18.4	8	13-14	14.6
	1-4	22.5		9-12	15.2
	25-28, 45-52	23.3		31-36	17.9
	17-24, 29-36	27.8		23-26	18.3
	13-16	31.0		1-8	18.4
	37-44	36.4		27-30	18.5
				19-22	21.8
		15-18	22		

de desvanecimento  $\mathbf{H}_1^{n_R}$ . Empregaremos o valor esperado de  $X_i$ , denominado  $\bar{X}_i = \mathbf{E}[X_i]$ , para ordenar as matrizes em ordem decrescente de dominância. As Tabelas VII, VIII e IX ilustram os valores de  $\bar{X}_i$  para cada EEM  $\mathbf{A}_i$  obtidos através de simulações para os STTCs propostos em [1], [8] e [9], respectivamente. Estas simulações foram realizadas para SNR=15 dB, blocos de comprimento  $L = 130$ ,  $n_R = 1$  e desvanecimento plano Rayleigh.

Os valores distintos de  $\bar{X}_i$ , ordenados de forma crescente formam o conjunto ordenado  $\beta^\iota = \{\beta_k\}_{k=1}^\iota$  com  $\iota$  elementos, onde  $\beta_k < \beta_{k+1}$ . Por exemplo, a partir dos valores listados na Tabela VII para o STTC de 4 estados, obtemos  $\beta^6 = \{1, 0; 6, 0; 6, 1; 10, 4; 11, 1; 13, 2\}$ . Seja  $\mathcal{S}^\iota$  o conjunto de todas as EEMs  $\mathbf{A}_i$  tal que  $\bar{X}_i \in \beta^\iota$ . A FER expurgada obtida com as EEMs em  $\mathcal{S}^\iota$  é denotada por  $\text{FER}^\iota$ .

### III. RESULTADOS

Para analisar o valor apropriado de  $\iota$  tal que  $\text{FER}^\iota$  aproxima a FER obtida por simulação, a Figura 2 mostra resultados numéricos da  $\text{FER}^\iota$  versus  $\iota$ , obtidos a partir de (2) usando as EEMs com valores de  $\beta^\iota$  da Tabela VII para o STTC com 4 estados. A FER obtida através de simulação também

é mostrada na figura. Observa-se que usando o conjunto de médias  $\beta^2 = \{1, 0; 6, 0\}$ , correspondendo as EEMs  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_5\}$ , obtém-se um limitante expurgado FER<sup>2</sup> muito apertado. Para o STTC com 8 estados considerado na Tabela VII, observamos na Figura 3, que o conjunto de EEMs com médias em  $\beta^3 = \{6; 13, 6; 13, 7\}$ , provê um limitante superior FER<sup>3</sup> muito apertado, enquanto FER<sup>2</sup> é um limitante inferior. A Figura 4 ilustra uma comparação do limitante expurgado com simulações, para  $n_R = 1, 2$ , usando o conjunto de EEMs dominantes  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_5\}$  e  $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}^3\} = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{14}\}$ , para os códigos de 4 e 8 estados da Tabela VII, respectivamente. Observa-se que as curvas obtidas com os limitantes são praticamente indistinguíveis das obtidas por simulações para uma ampla faixa de SNR.

As Figuras 5 e 6 ilustram resultados numéricos da FER<sup>l</sup> versus  $l$  usando as EEMs com valores de  $\beta^l$  da Tabela VIII para os STTCs com 4 e 8 estados, respectivamente. Observa-se que FER<sup>2</sup> conduz a um limitante expurgado bem apertado para o STTC de 4 estados, bem como FER<sup>6</sup> é um bom limitante expurgado para o STTC de 8 estados. Portanto, o conjunto de EEMs dominantes são  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_9, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{17} - \mathbf{A}_{20}\}$  (4 estados) e  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{29} - \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{48} - \mathbf{A}_{53}\}$  (8 estados). Estes proporcionam limitantes expurgados apertados conforme a comparação destes com simulações mostrada na Figura 7, para  $n_R = 1, 2$ .

Realizando o mesmo procedimento para o STTC de 4 estados com valores de  $\beta^l$  listados na Tabela IX, verifica-se através da Figura 8 que FER<sup>1</sup> e FER<sup>2</sup> são limitantes inferior e superior, respectivamente, não muito apertados. Para obtermos um limitante expurgado muito próximo da simulação, consideraremos um conjunto dominante tomando apenas 1 EEM com média  $\beta_2$ , ou seja,  $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}^1, \mathbf{A}_1\} = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_5 - \mathbf{A}_{12}\}$ . Para o STTC de 8 estados da Tabela IX, as curvas FER<sup>l</sup> versus  $l$  são mostradas na Figura 9. Nesta figura verificamos que FER<sup>3</sup> é um limitante superior apertado. A Figura 10 ilustra a comparação entre o limitante expurgado e as simulações, para  $n_R = 1, 2$ , usando o conjunto de EEMs dominantes  $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}^1, \mathbf{A}_1\} = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_5 - \mathbf{A}_{12}\}$  (4 estados) e  $\mathcal{S} = \mathcal{S}^3 = \{\mathbf{A}_9 - \mathbf{A}_{14}, \mathbf{A}_{31} - \mathbf{A}_{36}\}$  (8 estados).

#### IV. CONCLUSÕES

Propusemos neste artigo uma técnica para obtenção de um bom limitante da união expurgado para STTCs. Esta consiste na enumeração das EEMs em uma ordem de importância que contribua de forma mais significativa para FER. Constatou-se que o conjunto de EEMs dominantes é composto de matrizes com determinantes baixos e multiplicidades altas. A técnica apresentada mostrou-se eficiente conforme comparação das FERs expurgadas com resultados de simulações para uma ampla faixa de SNR e número de antenas receptoras. Foram considerados códigos da literatura construídos de forma heurística [1], com busca exaustiva [8] e com o critério de maximizar a distância Euclidiana [9].

#### REFERÊNCIAS

[1] V. Tarokh, N. Seshadri, A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, pp. 744-764, Mar. 1998.

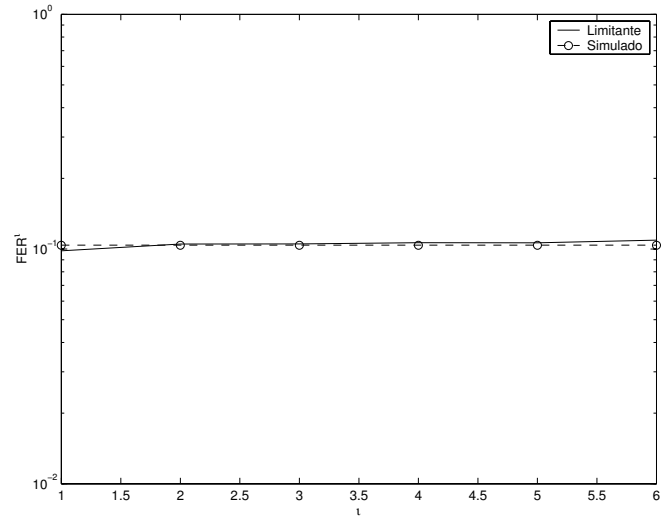


Fig. 2. FER<sup>l</sup> versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 6$ , para o código de 4 estados considerado na Tabela VII,  $n_R = 1$ , SNR=15 dB.

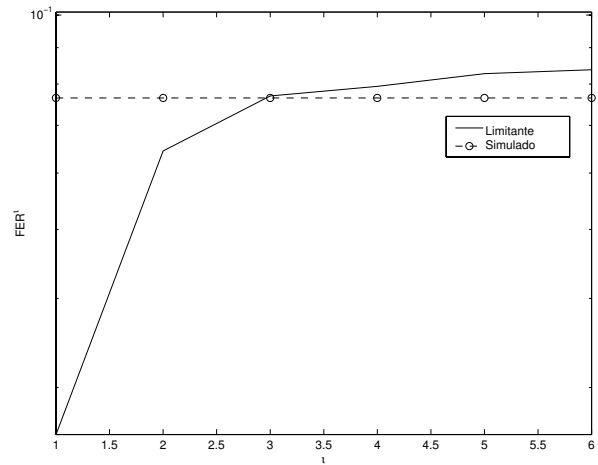


Fig. 3. FER<sup>l</sup> versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 6$ , para o código 8 estados considerado na Tabela VII,  $n_R = 1$ , SNR = 15 dB.

- [2] A. Stefanov, T. M. Duman, "Performance bounds for space-time trellis codes," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 49, pp. 2134-2140, Sept. 2003.
- [3] A. P. des Rosiers, P.H. Siegel, "On performance bounds for space-time codes on fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, pp. 1688-1697, Oct. 2004.
- [4] D. K. Aktas, M. P. Fitz, "The distance spectrum of space-time trellis coded modulations in quasi-static Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 49, pp. 3335-3344, Dec. 1993.
- [5] M. P. Fitz, J. Grimm, S. Siwamogsatham, "A new view of performance analysis techniques in correlated Rayleigh fading," *Proc. IEEE WCNC'99*, New Orleans, USA, 1999, pp. 139-144.
- [6] M.-K. Byun, D. Park, and B. G. Lee, "Performance analysis of space-time trellis coded modulations in quasi-static Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, vol. 50, pp. 2865-2873, Nov. 2004.
- [7] L. G. Caldeira, C. Pimentel, "An iterative matrix-based algorithm to finding the distance spectrum of space-time trellis codes," *Proc. International Symposium of Information Theory and Applications*, Parma, Italy, Oct. 2004, pp. 330-334.
- [8] Q. Yan, R. S. Blum, "Optimum Space-Time Codes," *Proc. IEEE Wireless Comm. and Networking Conf.*, Chicago, USA, Sept. 2000, pp. 1351-1355.
- [9] Z. Chen, J. Yuan, B. Vucetic, "An Improved Space-Time Trellis Coded Modulation Scheme on Slow Rayleigh Fading Channels," *Proc. IEEE Inter. Conf. on Comm.*, Helsinki, Finland, June 2001, pp. 1110-1116.

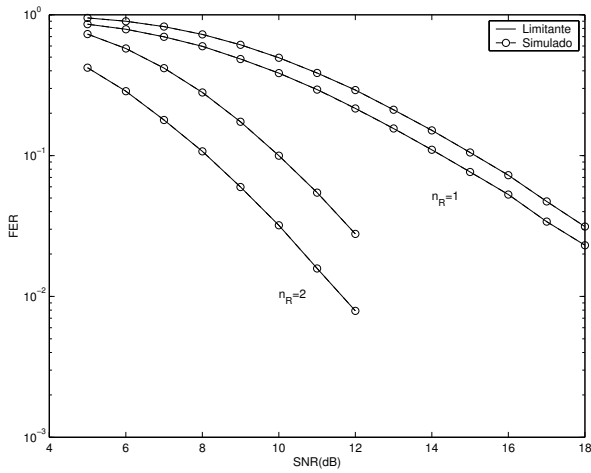


Fig. 4. FER versus SNR por antenna recebida para os códigos de 4 e 8 estados considerados na Tabela VII,  $n_R = 1, 2$ ,  $SNR = 15dB$ . As EEMs dominantes usadas nos limitantes foram  $S = \{A_1 - A_5\}$  e  $S = \{A_1 - A_{14}\}$ , para 4 e 8 estados, respectivamente.

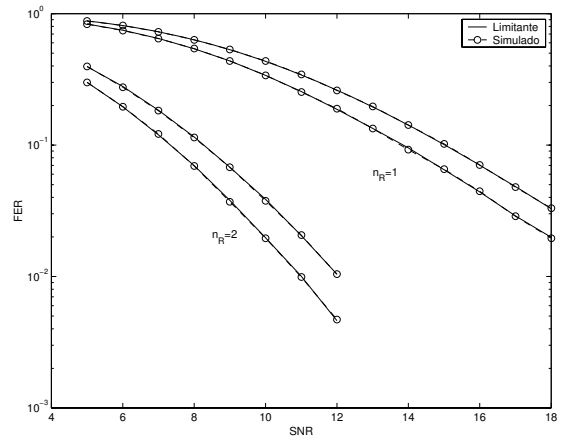


Fig. 7. FER versus SNR por antenna recebida para os códigos de 4 e 8 estados considerados na Tabela VIII,  $n_R = 1, 2$ . As EEMs dominantes usadas nos limitantes foram  $S = \{A_1, A_2, A_9, A_{10}, A_{17} - A_{20}\}$  e  $S = \{A_1 - A_4, A_{13} - A_{20}, A_{29} - A_{31}, A_{48} - A_{53}\}$ , para 4 e 8 estados, respectivamente.

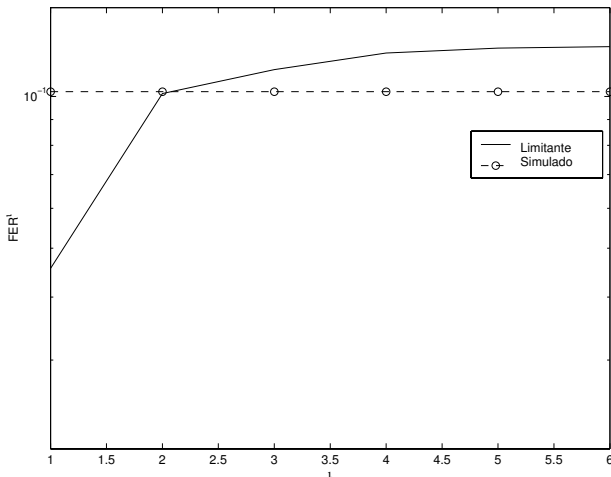


Fig. 5.  $FER^l$  versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 6$ , para o código de 4 estados considerado na Tabela VIII,  $n_R = 1$ ,  $SNR=15$  dB.

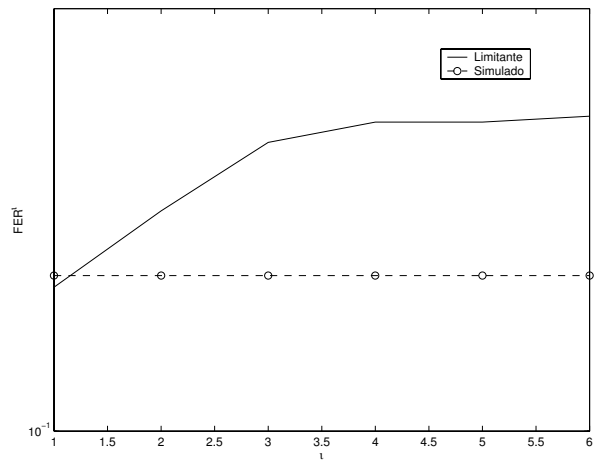


Fig. 8.  $FER^l$  versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 6$ , para o código de 4 estados considerado na Tabela IX,  $n_R = 1$ ,  $SNR=15$  dB.

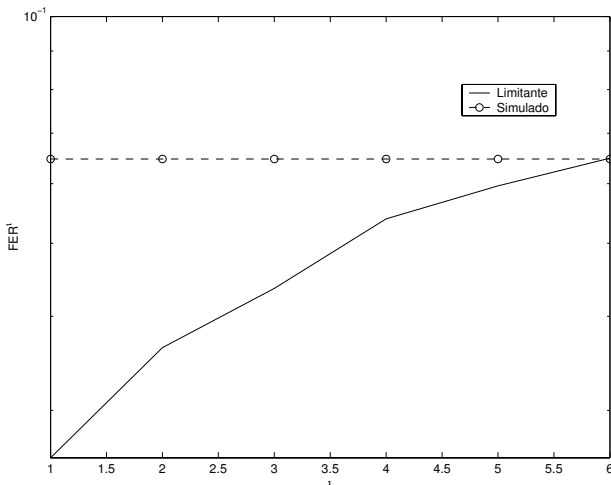


Fig. 6.  $FER^l$  versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 6$ , para o código de 8 estados considerado na Tabela VIII,  $n_R = 1$ ,  $SNR=15$  dB.

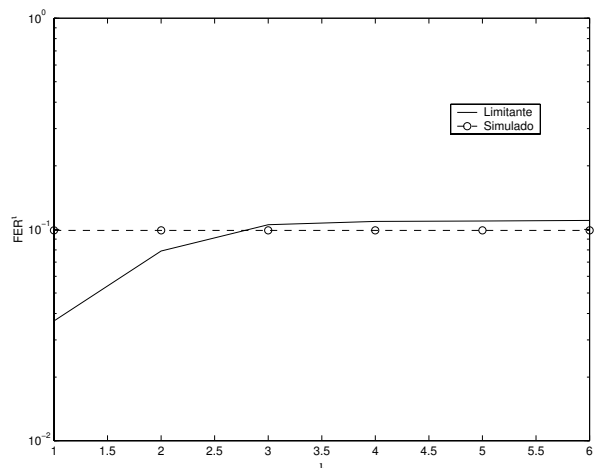


Fig. 9.  $FER^l$  versus  $l$ ,  $l = 1, \dots, 3$ , para o código de 8 estados considerado na Tabela IX,  $n_R = 1$ ,  $SNR=15$  dB.

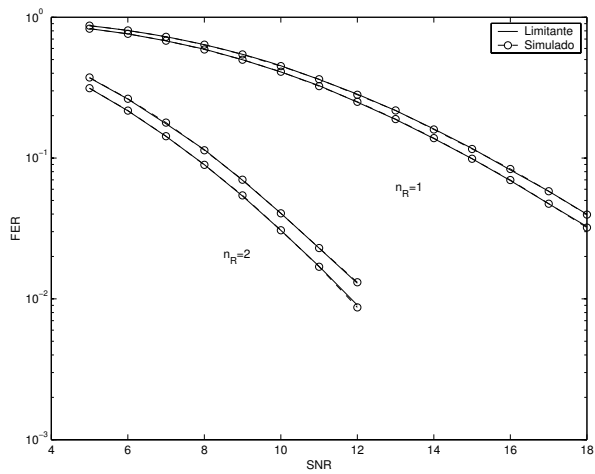


Fig. 10. FER versus SNR por antenna recebida para os códigos de 4 e 8 estados considerados na Tabela IX,  $n_R = 1, 2$ . As EEMs dominantes usadas nos limitantes foram  $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}^1, \mathbf{A}_1\} = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_5 - \mathbf{A}_{12}\}$  e  $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}^3\} = \{\mathbf{A}_9 - \mathbf{A}_{14}, \mathbf{A}_{31} - \mathbf{A}_{36}\}$ , para 4 e 8 estados, respectivamente.