

Equalizador Adaptativo Robusto à Interferência Assíncrona

F. de S. Chaves, J. C. M. Mota, J. T. Costa F. e A. L. F. de Almeida

Resumo—Sistemas de comunicação de múltiplo acesso com transmissão baseada em chaveamento de pacotes podem ter a detecção do sinal do usuário de interesse dificultada por uma interferência momentânea, causada pela transmissão de pacotes de um interferente co-canal. O assincronismo de interferência co-canal tem um impacto direto sobre o desempenho das estruturas de recepção ou filtragem. Neste trabalho, o filtro H_∞ e configurado como um equalizador e suas conexões com o filtro de Kalman são apresentadas. A robustez do equalizador H_∞ com relação a interferência assíncrona e demonstrada por meio de simulações computacionais.

Palavras-Chave—Equalização robusta, filtragem H_∞ , comunicações sem fio.

Abstract—Packet-switched multi-access communication systems may have difficulties on detecting a user signal due to a momentary interference, which is caused by packet transmissions of a co-channel interferer. The asynchronous co-channel interference impacts directly the performance of the reception process. In this work, H_∞ filter is configured as an equalizer and its connections with Kalman filter are presented. Robustness of the H_∞ equalizer with respect to the asynchronous interference is demonstrated by computational simulations.

Keywords—Robust equalization, H_∞ filtering, wireless communications.

I. INTRODUÇÃO

Um dos fatores limitantes do desempenho de sistemas de comunicação de múltiplo acesso é a interferência de múltiplo acesso. A interferência de múltiplo acesso é responsável pela degradação da qualidade dos enlaces simultâneos, assim como pela diminuição do número de enlaces simultâneos. Isto significa que o combate da interferência de múltiplo acesso tem reflexo direto na capacidade de tais sistemas.

Uma característica marcante dos sistemas de comunicação móvel, especialmente no enlace reverso (*uplink*), é o assincronismo dos usuários. A aleatoriedade dos intervalos de utilização de um canal por mais de um usuário simultaneamente é uma das razões da perda de ortogonalidade entre os usuários, seja ela no domínio do tempo (como nos sistemas TDMA) ou do código (como nos sistemas CDMA).

Particularmente em sistemas TDMA, o assincronismo de interferência (também conhecido como assincronismo de *time-slot*) no enlace reverso é consequência da descentralização, ou seja, da falta de coordenação entre as Estações Rádio Base (ERBs). Neste cenário, dois usuários

co-canal poderiam evitar uma transmissão simultânea e, portanto, comprometida, caso ambas as ERBs dispusessem de informações como, por exemplo, o tempo requerido para transmissão por cada usuário e caso estas informações pudessem ser utilizadas de maneira otimizada. Entretanto, tal coordenação entre as ERBs poderia inviabilizar o sistema de comunicação.

Em sistemas com transmissão baseada em chaveamento de pacotes, as ERBs recebem os pacotes de informação de seus respectivos usuários de maneira desordenada. A motivação da transmissão assíncrona está exatamente na redução da troca de informação de sinalização entre as ERBs, visando aumentar a vazão do sistema como um todo. Como consequência do assincronismo de interferência, ocorrem variações no nível de potência da interferência co-canal durante o processamento do sinal do usuário de interesse, comprometendo assim a detecção do sinal deste usuário [1]. Assim, o assincronismo de interferência co-canal tem um impacto direto sobre o desempenho das estruturas de recepção ou filtragem.

Neste trabalho, nós propomos a aplicação do filtro H_∞ adaptativo à equalização de canal para sistemas de comunicação que apresentam assincronismo de interferência, característica comum ao enlace reverso de sistemas celulares TDMA. Na Seção II, o problema da equalização de canal é formulado no espaço de estados, evidenciando as deficiências do filtro de Kalman. A Seção III, traz um resumo das principais características do filtro H_∞ , assim como as suas conexões com o filtro de Kalman e a sua configuração como um equalizador robusto. Em seguida, a robustez do equalizador H_∞ com relação à interferência assíncrona é demonstrada por meio de simulações computacionais na Seção IV. Finalmente, a Seção V reúne as conclusões e as perspectivas do trabalho.

II. EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA DE CANAL

A formulação do problema da equalização de canal no espaço de estados proporciona uma relação estreita com a área da teoria do controle e estimação [2]. Nesta abordagem, o vetor de estados é o vetor de coeficientes do equalizador. Um diagrama de blocos de um sistema de comunicação em banda básica é ilustrado na Figura 1.

Neste modelo, a seqüência dos últimos c símbolos transmitidos é representada por $\mathbf{d}_k = [d_k, \dots, d_{k-c+2}, d_{k-c+1}]^T$. A resposta ao impulso do canal é modelada por um filtro linear de memória finita (c componentes), que tem sua representação no instante k dada por $\mathbf{h}_k = [h_k^1, h_k^2, \dots, h_k^c]^T$. A resposta ao impulso do equalizador de ordem M no instante k é $\mathbf{w}_k = [w_k^1, w_k^2, \dots, w_k^M]^T$. A saída do equalizador no

F. de S. Chaves, J. C. M. Mota, J. T. Costa F. e A. L. F. de Almeida, Grupo de Pesquisa em Telecomunicações sem Fio (GTFL), Departamento de Engenharia de Teleinformática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil, E-mails: fabiano@gtel.ufc.br, mota@deti.ufc.br, tarccisio@deti.ufc.br, andre@gtel.ufc.br.

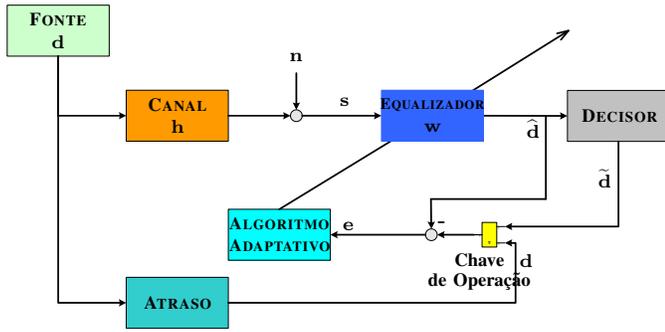


Fig. 1. Sistema de comunicação em banda básica.

instante k , \hat{d}_k , que é a estimativa do sinal transmitido d_k antes do decisor, é dada pela equação abaixo:

$$\hat{d}_k = \mathbf{s}_k^T \mathbf{w}_k, \quad (1)$$

em que \mathbf{s}_k é o vetor de sinais na entrada do equalizador. A estimativa do sinal transmitido d_k após o decisor, que é um dispositivo não-linear, é denominada \tilde{d}_k . Por fim, o erro de estimação, usado pelos algoritmos adaptativos para reajustar os coeficientes do equalizador, é denominado e_k .

Considerando a situação mais geral, o vetor de coeficientes do equalizador pode ser escrito em função do vetor de coeficientes do equalizador ótimo no instante k , \mathbf{w}_k^o , derivado da teoria de filtragem ótima de Wiener:

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_k^o + \Delta \mathbf{w}_k^o, \quad (2)$$

sendo $\Delta \mathbf{w}_k^o$ a variação do vetor de coeficientes do equalizador em torno do vetor ótimo no mesmo instante. Com isso, o sinal na saída do equalizador pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\hat{d}_k = d_k + \mathbf{n}_k^T \mathbf{w}_k^o + \mathbf{s}_k^T \Delta \mathbf{w}_k^o. \quad (3)$$

Observa-se que a saída do equalizador contém dois termos além do sinal transmitido. O termo $\mathbf{n}_k^T \mathbf{w}_k^o$ está sempre presente, pois consiste no ruído térmico AWGN filtrado no receptor. Porém, o outro termo, $\mathbf{s}_k^T \Delta \mathbf{w}_k^o$, está presente apenas quando os coeficientes do equalizador não são equivalentes aos do equalizador ótimo. Então, da Eq. (3) obtém-se a equação de medida:

$$d_k = \hat{d}_k - \mathbf{n}_k^T \mathbf{w}_k^o - \mathbf{s}_k^T \Delta \mathbf{w}_k^o. \quad (4)$$

A estimação do vetor de coeficientes do equalizador de forma recursiva no tempo é o objetivo a ser alcançado. Para isso é necessário um modelo do processo a ser estimado. O modelo adotado é um processo de Markov de primeira ordem, que resulta na seguinte equação do processo [3]:

$$\mathbf{w}_{k+1}^o = \mathbf{A}_k \mathbf{w}_k^o + \mathbf{q}_k, \quad (5)$$

sendo \mathbf{A}_k uma matriz de transição de estados com dimensão adequada e \mathbf{q}_k o ruído ou a perturbação do processo. A variação em torno do vetor ótimo é chamada de vetor de ruído de processo, considerado uma variável aleatória gaussiana, branca, de média zero, com matriz de correlação \mathbf{Q} . A escolha

deste modelo tem como objetivo o não favorecimento de qualquer direção de variação do vetor de coeficientes ótimos [3]. As Eqs. (4) e (5) constituem, então, o modelo do problema da equalização em espaço de estados.

A. Filtro de Kalman

O filtro de Kalman realiza a estimação dos estados instantâneos de um sistema linear dinâmico perturbado por ruído gaussiano branco por meio de medições linearmente relacionadas aos estados e também contaminadas por ruído branco. Na prática, o filtro de Kalman oferece uma solução computacionalmente eficiente para o método dos mínimos quadrados quando as características dos ruídos de processo e de medida são conhecidas. Incertezas nas estatísticas das perturbações podem levar a uma degradação do desempenho do filtro [4].

Para a utilização do filtro de Kalman como equalizador, algumas suposições devem ser feitas. Da modelagem do problema no espaço de estados, observa-se que, na equação de processo, a matriz de correlação do vetor de ruído de processo deve ser conhecida, dado que o ruído de processo é considerado uma variável aleatória de média zero, gaussiana e branca. Quanto ao ruído de medida, outras suposições devem ser feitas. Inicialmente, admite-se que os coeficientes do equalizador estão muito próximos dos valores dos coeficientes do equalizador ótimo, de maneira que o termo $\mathbf{s}_k^T \Delta \mathbf{w}_k^o$ na Eq. (3) é desprezível. Logo, o sinal desejado (ou sinal transmitido) pode ser expresso como [5]:

$$d_k = \hat{d}_k + v_k, \quad (6)$$

sendo $v_k = -\mathbf{n}_k^T \mathbf{w}_k^o$ o ruído de medida, que consiste em um somatório de M variáveis aleatórias. As M variáveis aleatórias são versões ponderadas do ruído AWGN no receptor e a variância de v_k , v , é assumida conhecida.

Fazendo uso do teorema central do limite, a densidade de probabilidade do somatório de M variáveis aleatórias é bem aproximada por uma curva normal, mesmo para valores pequenos de M [6]. Portanto, o ruído de medida pode ser considerado uma variável aleatória branca, gaussiana e de média zero, mesmo para um equalizador constituído por poucos coeficientes.

As Eqs. (5) e (6) constituem, portanto, o modelo simplificado do problema da equalização de canal em espaço de estados. Este modelo simplificado do problema aponta o filtro de Kalman como a solução ótima. Entretanto, observe que as equações do processo e de medida, e conseqüentemente a aproximação do ruído de medida por uma variável aleatória branca, gaussiana e de média zero, foram definidas sob a suposição de que o algoritmo adaptativo consegue levar os coeficientes do equalizador a valores muito próximos dos ótimos. Dessa forma, o equalizador de Kalman pode ser sensível a variações bruscas das características do processo.

O processo de otimização que resulta no equalizador de Kalman consiste em determinar a estimativa \mathbf{w}_k do vetor de estados que minimiza o erro de estimação, causado pelas incertezas na estimativa inicial do vetor de estados e pelos ruídos de processo e de medida [7]:

$$\min_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \left\{ J_{H_2}(\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) \triangleq \|\mathbf{w}_0^o - \bar{\mathbf{w}}_0\|_{\Pi^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{q}_k\|^2 + \nu_k^2) \right\}, \quad (7)$$

sujeito às Eqs. (5) e (6), e sendo Π uma matriz definida positiva que representa a incerteza do estado inicial.

O resumo das equações do equalizador de Kalman discreto encontram-se na Tabela I.

TABELA I

RESUMO DAS EQUAÇÕES DO EQUALIZADOR DE KALMAN DISCRETO.

Equações Recursivas do Equalizador de Kalman
$\mathbf{G}_k^{Kalman} = \mathbf{P}_k \mathbf{s}_k [\mathbf{s}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{s}_k + \nu]^{-1}$
$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{A}_k [\mathbf{w}_k + \mathbf{G}_k^{Kalman} (\mathbf{y}_k - \mathbf{s}_k^T \mathbf{w}_k)]$
$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{A}_k [\mathbf{I}_n - \mathbf{G}_k^{Kalman} \mathbf{s}_k^T] \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}$

O algoritmo RLS, uma particularização do filtro de Kalman, é o algoritmo de referência neste trabalho. Importantes trabalhos foram dedicados a identificar a relação exata entre as diferentes versões do algoritmo RLS e o filtro de Kalman. Em [2], [3], [8], esta relação é apresentada de maneira clara, sendo o algoritmo RLS convencional um caso especial de aplicação do filtro de Kalman, no qual a covariância do ruído de processo é assumida zero e a covariância do ruído de medida corresponde a uma variância escalar igual a 1. Além disso, a matriz de transição de estados é assumida igual a $\mu^{1/2} \mathbf{I}_M$, sendo $0 < \mu < 1$ o fator de esquecimento do algoritmo RLS e \mathbf{I}_M a matriz identidade de dimensão M , em concordância com as dimensões do equalizador. Dessa forma, as equações de processo e de medida correspondentes ao RLS são dadas, respectivamente, por:

$$\mathbf{w}_{k+1}^o = \mu^{1/2} \mathbf{w}_k^o, \quad (8)$$

$$d_k = \mathbf{s}_k^T \mathbf{w}_k^o + \nu_k. \quad (9)$$

Destaca-se mais uma vez que já na formulação do RLS a parcela $\mathbf{s}_k^T \Delta \mathbf{w}_k^o$ (ver Eq. (3)) do ruído de medida é desprezada, o que corresponde à suposição de que o ruído ν_k é gaussiano. Esta parcela do ruído, porém, pode ser dominante em algumas situações e o ruído pode não ser bem representado por esta distribuição de probabilidade, afetando o desempenho do RLS.

III. FILTRO H_∞

Diferentemente do filtro de Kalman, o filtro H_∞ retrata o problema da minimização da máxima energia do erro de estimação devido a qualquer perturbação, sendo por isso considerado uma estratégia de pior caso. Assim, os filtros H_∞ são alternativas interessantes ao consagrado filtro de Kalman em problemas de estimação nos quais as incertezas quanto às estatísticas das perturbações são significativas, já que eles determinam limites superiores para os erros de estimação,

independentemente das distribuições de probabilidade das perturbações [9].

O problema da otimização H_∞ é um problema de otimização minimax [9], [10], mais precisamente, problema de minimização da máxima energia dos erros de estimação devido a qualquer trajetória possível das perturbações. Este problema corresponde a um jogo de soma-zero entre dois jogadores: o estimador, cuja variável de decisão é $\hat{\mathbf{z}}_k$, e o conjunto de perturbações, constituído pela incerteza do estado inicial, \mathbf{w}_0^o , e pelos ruídos de processo e de medida, \mathbf{q}_k e ν_k , respectivamente. Uma formalização do problema encontra-se na equação abaixo:

$$\gamma_o^2 = \inf_{\hat{\mathbf{z}}_k} \sup_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \frac{\sum_{k=0}^K \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2}{\|\mathbf{w}_0^o - \bar{\mathbf{w}}_0\|_{\Pi^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{q}_k\|^2 + \nu_k^2)}, \quad (10)$$

sendo Π uma matriz definida positiva que representa a incerteza do estado inicial. O vetor a ser estimado, \mathbf{z}_k , consiste em uma combinação linear do vetor de estados: $\mathbf{z}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{w}_k^o$. O parâmetro γ_o^2 corresponde ao limite superior do jogo. Logo, a Eq. (10) pode ser expressa como:

$$\max_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \frac{\sum_{k=0}^K \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2}{\|\mathbf{w}_0^o - \bar{\mathbf{w}}_0\|_{\Pi^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{q}_k\|^2 + \nu_k^2)} \gamma_o^2. \quad (11)$$

Assim, uma família de funções custo parametrizadas em γ pode ser obtida:

$$J_{H_\infty}(\hat{\mathbf{z}}; \mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) \triangleq \sum_{k=0}^K \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2 - \gamma^2 \left\{ \|\mathbf{w}_0^o - \bar{\mathbf{w}}_0\|_{\Pi^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{q}_k\|^2 + \nu_k^2) \right\}, \quad (12)$$

sendo γ uma constante positiva.

Portanto, o filtro H_∞ pode ser visto como resultante do seguinte problema minimax:

$$\min_{\hat{\mathbf{z}}} \max_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \left\{ J_{H_\infty}(\hat{\mathbf{z}}; \mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) = \sum_{k=0}^K \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2 - \gamma^2 \left\{ \|\mathbf{w}_0^o - \bar{\mathbf{w}}_0\|_{\Pi^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^K (\|\mathbf{q}_k\|^2 + \nu_k^2) \right\} \right\}, \quad (13)$$

É importante observar a relação entre o filtro H_∞ e o filtro de Kalman. Considere a Eq. (13), que retrata o processo de otimização do qual resulta o filtro H_∞ . Observe que a função custo utilizada no desenvolvimento do filtro de Kalman, $J_{H_2}(\mathbf{x}_0, \mathbf{r}, \mathbf{v})$, exposta na Eq. (7), é parte da Eq. (13):

$$\min_{\hat{\mathbf{z}}} \max_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \left\{ J_{H_\infty}(\hat{\mathbf{z}}; \mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) = \sum_{k=0}^K \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2 - \gamma^2 \{ J_{H_2}(\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) \} \right\}. \quad (14)$$

Dessa forma, quanto maior é o valor do parâmetro γ em comparação com a energia do erro de estimação, menor é a

influência da minimização com respeito a $\hat{\mathbf{z}}$ no processo de otimização. Fazendo $\gamma \gg 1$, para erros de estimação de \mathbf{z}_k limitados, a otimização consiste em:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} \{ J_{H_\infty}(\hat{\mathbf{z}}; \mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) = -\gamma^2 \{ J_{H_2}(\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu) \} \} \\ \implies \min_{\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu} J_{H_2}(\mathbf{w}_0^o, \mathbf{q}, \nu). \end{aligned} \quad (15)$$

Portanto, altos valores do parâmetro γ levam o filtro H_∞ a se aproximar do filtro de Kalman. Como este parâmetro indica o limite superior de energia dos erros de estimação devido às perturbações e incertezas, conclui-se que tal parâmetro pode ser usado para determinar o grau de robustez do filtro. As equações do filtro H_∞ encontram-se resumidas na Tabela II.

TABELA II

RESUMO DAS EQUAÇÕES DO EQUALIZADOR H_∞ DISCRETO.

Equações Recursivas do Equalizador H_∞
$\hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{w}_k$
$\mathbf{G}_k^{H_\infty} = \mathbf{P}_k \mathbf{s}_k [\mathbf{s}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{I}_M]^{-1}$
$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{A}_k [\mathbf{w}_k + \mathbf{G}_k^{H_\infty} (\mathbf{y}_k - \mathbf{s}_k^T \mathbf{w}_k)]$
$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_k \mathbf{\Omega}_k^{-1} \mathbf{A}_k^T$

Nesta tabela, $\mathbf{G}_k^{H_\infty}$ pode ser considerado o ganho do filtro H_∞ , em analogia ao ganho de Kalman no filtro de Kalman. Do desenvolvimento matemático do filtro, estabelece-se como uma restrição para a sua convergência que a matriz $\mathbf{\Omega}_k$ seja definida positiva [9], [10]. Das Tabelas I e II conclui-se que o RLS e o filtro H_∞ são equivalentes quanto à complexidade computacional.

As equações de processo e de medida do equalizador H_∞ são exatamente as mesmas do RLS, apresentadas nas Eqs. (8) e (9), respectivamente. Dessa forma, as matrizes da representação do problema da equalização de canal no espaço de estados assumem os seguintes valores:

$$\mathbf{A}_k = \mu^{1/2} \mathbf{I}_M; \quad \mathbf{L}_k = \mathbf{C}_k, \quad (16)$$

sendo M o número de coeficientes do equalizador. Ambos os equalizadores utilizam um fator de esquecimento (μ), que foi definido igual a 1. Ao se determinar que $\mathbf{L}_k = \mathbf{C}_k$, o vetor a ser estimado, $\mathbf{z}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{w}_k^o$, passa a representar o sinal desejado, na saída do equalizador. É importante destacar que a restrição à matriz $\mathbf{\Omega}_k$ pode ser traduzida em uma restrição ao parâmetro γ do equalizador H_∞ [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}_k = \mathbf{I}_n + (\mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k - \gamma^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k) \mathbf{P}_k > 0 \\ \implies \mathbf{C}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{C}_k - \gamma^2 \mathbf{L}_k^T \mathbf{L}_k > 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Usando as expressões dadas pela Eq. (16) a expressão acima pode ser reescrita como:

$$\gamma^2 \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k - \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k \implies \gamma > 1. \quad (18)$$

A restrição ao parâmetro γ do equalizador H_∞ , $\gamma > 1$, significa que o equalizador mais robusto possível ($\gamma = 1$) é aquele que não apresenta amplificação da energia do erro de estimação devido às perturbações.

IV. SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Após a apresentação das principais características do filtro de Kalman e do filtro H_∞ , assim como de suas conexões, a relação de compromisso entre a precisão e a robustez do processo de equalização de canal em diferentes condições é avaliada por meio de simulações computacionais de Monte Carlo. O ambiente de simulação consiste em um modelo simplificado de um sistema de comunicação TDMA, em que a modulação empregada é a BPSK e o equalizador é linear e de ordem 7. O canal adotado é o típico urbano (TU) [11], com 5 componentes separadas entre si por um atraso equivalente ao tempo de símbolo. Cada realização ou experimento compreende uma seqüência de treinamento de 1000 símbolos.

Como a atenção está voltada para os efeitos da interferência assíncrona, em todas as simulações foi adotada uma Relação Sinal-Ruído (RSR) alta, de 40 dB. Além disso, foram escolhidos dois instantes de tempo fixos para o surgimento da interferência, um no início da seqüência de treinamento (símbolo 100), o outro na parte final da mesma (símbolo 700). Foi determinado um intervalo fixo de duração da interferência (100 símbolos) e três diferentes valores de Relação Sinal-Interferência (RSI) do usuário de interesse: 20, 0 e -20 dB. A fixação destes parâmetros, que na verdade são variáveis aleatórias, teve como objetivo facilitar a observação do comportamento dos diferentes equalizadores com respeito à interferência assíncrona. A Tabela III reúne os principais parâmetros de simulação.

TABELA III

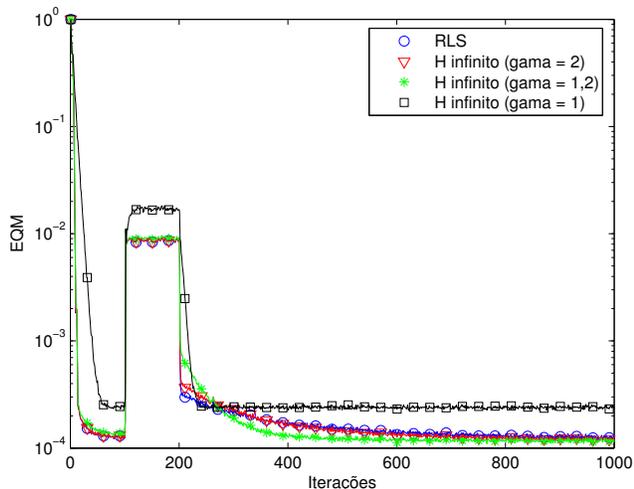
PRINCIPAIS PARÂMETROS DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS.

Parâmetro	Valor
Tempo de símbolo	3,692 s
Seqüência de treinamento	1000 símbolos
Modelo de canal	TU, com 5 coeficientes [11]
RSR	40 dB
Intervalo de duração da interferência	100 símbolos
Ordem do equalizador	7 coeficientes
Modulação	BPSK
Número de realizações	2000 seqüências de treinamento

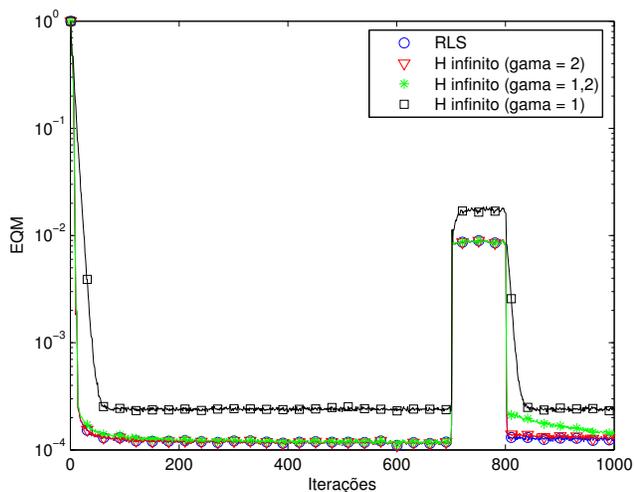
As simulações consistem, então, na transmissão de uma seqüência de treinamento de 1000 símbolos de um usuário de interesse. Durante a transmissão do usuário de interesse, um interferente inicia e termina uma transmissão de seus pacotes de informação de acordo com um dos cenários construídos através da combinação dos diferentes valores para o instante de início da transmissão do interferente e para a potência do sinal interferente. Os resultados apresentados a seguir são extraídos de 2000 experimentos para cada cenário. São considerados além do equalizador de Kalman (RLS), três versões do equalizador H_∞ , com diferentes valores para o parâmetro γ : 2; 1,2; e 1.

A Figura 2 ilustra a evolução do Erro Quadrático Médio (EQM) obtido pelo equalizador de Kalman (RLS) e pelo equalizador H_∞ durante a transmissão da seqüência de treinamento do usuário de interesse. Neste cenário, a potência

do sinal interferente é baixa, de maneira que o usuário de interesse observa uma RSI de 20 dB.



(a) Instante de início de transmissão do interferente: 100.



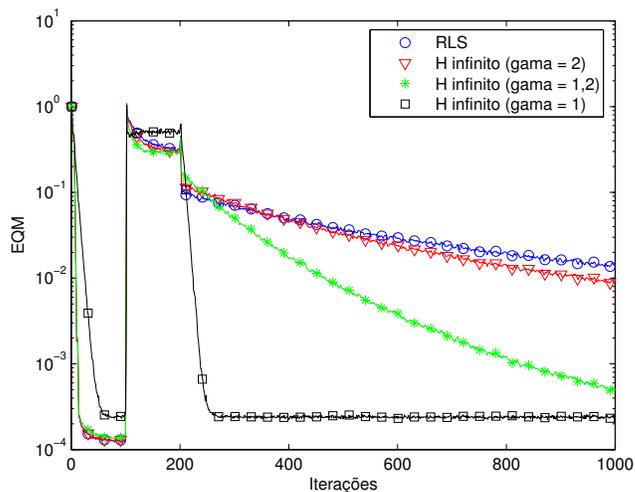
(b) Instante de início de transmissão do interferente: 700.

Fig. 2. EQM obtido pelo RLS e pelo equalizador H_∞ para um usuário de interesse com RSI = 20 dB.

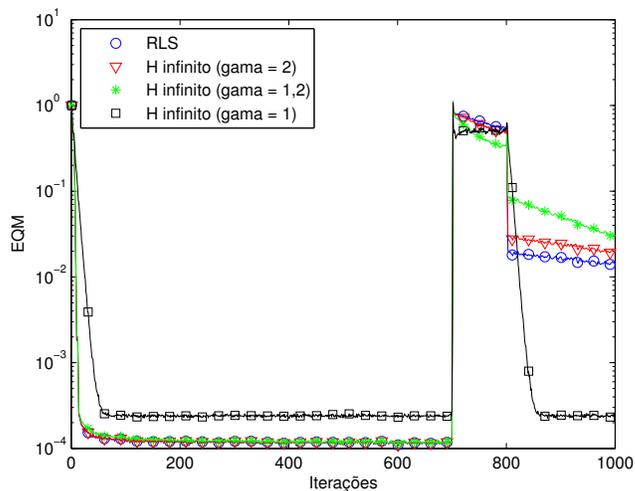
Observa-se que o desempenho do RLS é satisfatório, independentemente de o período de interferência ser encontrado no início ou no final da seqüência de treinamento. Fica evidente também o compromisso entre precisão e robustez, já que o equalizador mais robusto, o $H_\infty[\gamma = 1]$, apresenta um nível de erro em estado permanente superior aos equalizadores menos robustos em ambas as Figuras 2(a) e 2(b), porém, pelo menos na Figura 2(a), em que o período de interferência se encontra no início da seqüência de treinamento, ele retoma o seu nível de erro anterior ao período de interferência mais rapidamente do que os outros equalizadores. De maneira concisa, para um sinal interferente de baixa potência não se verifica a necessidade de um equalizador com características de robustez como o H_∞ .

No entanto, a vantagem de utilização de equalizadores mais robustos torna-se evidente quando a potência da interferência

aumenta. Na Figura 3, a RSI do usuário de interesse é de 0 dB, isto é, a potência da interferência equivale à potência do sinal desejado. Neste caso, o tempo requerido pelos equalizadores menos robustos para a retomada do nível de erro anterior ao período de interferência é bem maior do que o do equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$, como bem explicitado na Figura 3(a). Além disso, confirma-se a relação entre o filtro de Kalman e o filtro H_∞ segundo o parâmetro γ , já que o aumento do valor deste parâmetro leva o equalizador a se aproximar do filtro de Kalman.



(a) Instante de início de transmissão do interferente: 100.

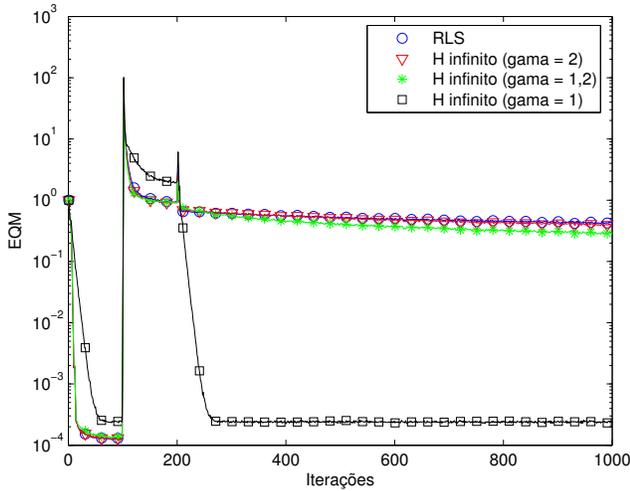


(b) Instante de início de transmissão do interferente: 700.

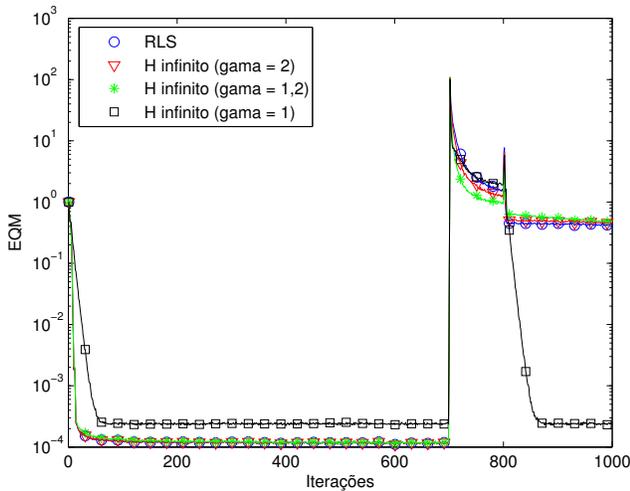
Fig. 3. EQM obtido pelo RLS e pelo equalizador H_∞ para um usuário de interesse com RSI = 0 dB.

A Figura 3(b) torna clara a menor precisão dos equalizadores menos robustos, mas retrata uma situação extremamente favorável à adoção do equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$: a interferência no final da seqüência de treinamento. Neste caso, o equalizador retoma rapidamente o mesmo nível de erro anterior à interferência, enquanto que os demais equalizadores chegam ao final da seqüência de treinamento com um nível de erro elevado.

A Figura 4 retrata o cenário em que a potência da interferência é alta, de maneira que a RSI do usuário de interesse é de -20 dB. Esta figura revela ganhos expressivos do equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ sobre os demais após o período de interferência, tornando mais contundentes as observações feitas sobre o cenário anterior, retratado na Figura 3.



(a) Instante de início de transmissão do interferente: 100.



(b) Instante de início de transmissão do interferente: 700.

Fig. 4. EQM obtido pelo RLS e pelo equalizador H_∞ para um usuário de interesse com RSI = -20 dB.

É interessante observar a dificuldade de retomada do nível de erro anterior ao período de interferência dos equalizadores menos robustos. Tal dificuldade é melhor ilustrada na Figura 4(a). Da observação de todas as figuras, percebe-se que o equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ é praticamente insensível à potência da interferência com relação à velocidade de retomada do nível de erro anterior ao período de interferência.

Uma perda de desempenho do equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ em termos do nível de erro em comparação ao RLS e aos equalizadores menos robustos durante os períodos livres de interferência pode ser observada em todas as figuras. Entretanto, a diferença de desempenho favorável ao

equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ em situações adversas como a presença de uma interferência com alta potência é bastante superior, como mostrado principalmente nas Figuras 4(a) e 4(b).

Assim, pode-se concluir que o equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ consiste em uma boa solução para sistemas caracterizados por interferências momentâneas e de alta potência. Além disso, os ganhos expressivos do equalizador $H_\infty[\gamma = 1]$ sobre os demais em termos de EQM podem ser traduzidos em ganhos também expressivos quanto à Taxa de Erro de Bit (TEB), já que há uma relação direta entre EQM e TEB.

V. CONCLUSÕES

Da concepção do filtro H_∞ , espera-se que sua aplicação ao problema da equalização de canal seja indicada em situações severas, consideradas situações de pior caso. A interferência assíncrona e de alta potência em um sistema de comunicação mostrou-se como a causadora de uma destas situações.

Para interferências com baixa potência, o desempenho do RLS mostrou-se satisfatório, equivalente ao de versões menos robustas do equalizador H_∞ . As vantagens de utilização de equalizadores mais robustos tornam-se evidentes quanto maior é a potência da interferência. O tempo de reação dos equalizadores H_∞ à variações bruscas do ambiente é bastante menor do que o do RLS.

A flexibilidade do equalizador H_∞ é uma excelente característica, pois permite, através da definição de um único parâmetro (parâmetro γ), o ajuste do grau de robustez do equalizador de acordo com as circunstâncias do processo de recepção. O estudo de estratégias de ajuste do parâmetro γ do equalizador H_∞ é a principal perspectiva deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] A. L. F. de Almeida, "Abordagem Desacoplada para o Processamento Espaço-Temporal com Aplicações em Detecção Conjunta e Sistemas MIMO," Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Agosto 2003.
- [2] A. H. Sayed e T. Kailath, "A State Space Approach to Adaptive RLS Filtering," *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 11, no. 3, p. 18–60, Julho 1994.
- [3] S. Haykin, A. H. Sayed, J. R. Zeidler, P. Yee e P. C. Wei, "Adaptive Tracking of Linear Time-Variant Systems by Extended RLS Algorithms," *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 45, no. 5, p. 1118–1128, Maio 1997.
- [4] S. A. Kassam e H. V. Poor, "Robust Signal Processing for Communication Systems," *IEEE Communications Magazine*, v. 21, no. 1, p. 20–28, Janeiro 1983.
- [5] F. de S. Chaves, "Teoria dos Jogos Aplicada ao Controle de Potência e à Equalização Adaptativa em Sistemas de Comunicação Móvel," Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Maio 2005.
- [6] A. Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 3ª edição. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, Fevereiro 1991.
- [7] A. H. Sayed, "A Framework for State-Space Estimation with Uncertain Models," *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 46, no. 7, pp. 998–1013, Julho 2001.
- [8] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 2001.
- [9] U. Shaked e Y. Theodor, " H_∞ -Optimal Estimation: A Tutorial," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, v. 2, pp. 2278–2286, Dezembro 1992.
- [10] K. Takaba, "Studies on H_∞ Filtering Problems for Linear Discrete-Time Systems," Tese de Doutorado, Kyoto University, Janeiro 1996.
- [11] 3GPP, "Digital Cellular Telecommunications System (Phase 2+): Radio Transmission and Reception," Technical Report, 3GPP, TS 45005, Julho 2001.